

# 流水抵抗及び浮遊砂濃度に及ぼす植生の効果

## Effect of Vegetation on Flow and Concentration of Suspended Sediment

埼玉大学工学部 泉 典 洋 Norihiro IZUMI  
 埼玉大学工学部 池 田 駿 介 Syunsuke IKEDA  
 埼玉大学工学部 伊 藤 力 生 Rikio ITO

Mathematical models for defining the lateral distributions of velocity and suspended sediment concentration in channels with vegetation are presented. Singular perturbation technique is used to define the velocity distribution, from which the sediment distribution is derived. Measurements of the velocity and the sediment concentration in a laboratory flume with vegetation models are made. These data support the model presented herein, and it is revealed that the lateral momentum and the mass diffusivity are larger than those for open channel flow without vegetation. It is found that the vertical diffusivity is not governed by the local friction velocity. The transportation of suspended sediment due to vegetation is thus quantified.

Keywords: suspended sediment, vegetation, singular perturbation, diffusivity

### 1. はじめに

近年、水辺環境における緑の重要性が注目されている。河川についても同様であり、今後、河岸付近の植生の保存や植樹も積極的に行われるようになるであろう。その場合問題になるのが植生の持つ水理学的影響である。それに関する研究がこれまでいくつか行われてきたが、いずれも流水に対する抵抗としての働きに注目したものであった。そこで本研究では河岸付近に樹木群が存在する直線河道を対象として流速及び浮遊砂濃度分布を理論的に求め、それを実験によって確かめた。さらに樹木群によって生じる土砂輸送の基本的な機構について明らかにした。

### 2. 流速及び浮遊砂濃度分布の理論

#### 2. 1 流速分布

河岸付近に樹木群をもつ直線河道の流れの場をFig. 1に模式的に示す。図のように座標系をとると水深方向に積分した運動方程式は次のようになる。

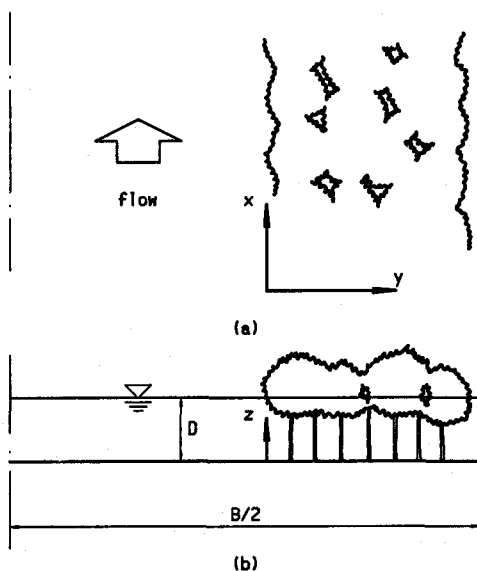


Fig.1 Definition diagrams

$$(\text{樹木群外}) \quad \rho g D S + \rho \epsilon_v D \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} - \rho C_t \bar{u}^2 = 0 \quad (1)$$

$$(\text{樹木群内}) \quad \rho g D S + \rho \epsilon_v D \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} - \rho (C_t + C_D a D / 2) \bar{u}^2 = 0 \quad (2)$$

ここで  $\rho$  は密度,  $g$  は重力加速度,  $D$  は水深,  $S$  は河床勾配,  $\epsilon_y$  は横断方向の運動量拡散係数,  $\bar{u}$  は鉛直方向に平均した流下方向流速,  $C_r$  は摩擦抵抗係数,  $C_D$  は樹木の抗力係数,  $a$  は樹木の密度を表すパラメータで樹木群を単純な円柱群で模擬すると  $d/t \approx 1$  (Fig. 2 参照) と表せる. 樹木群より無限遠点では

$$\rho g D S = \rho C_r \bar{u}_0^2 \quad (3)$$

が成り立つ. ここで添え字  $c$  は樹木群から無限遠点での値を表す. 式 (3) で式 (1), (2) を割ると

$$(\text{樹木群外}) \quad 1 + \nu d^2 \phi / d \eta^2 - \phi^2 = 0 \quad (4)$$

$$(\text{樹木群内}) \quad 1 + \nu d^2 \phi / d \eta^2 - (1 + \chi) \phi^2 = 0 \quad (5)$$

となる. ここで  $\nu = \epsilon_y D / C_r \bar{u}_0 B$ ,  $\phi = \bar{u} / \bar{u}_0$ ,  $\eta = y / B$ ,  $B$  は河幅,  $\chi = C_D a D / 2 C_r$  である. また  $\epsilon_y = m \bar{u}_0 D$  で表されるとすれば  $\nu$  は次の様になる.

$$\nu = \frac{m}{C_r} \left( \frac{D}{B} \right)^2 \quad (6)$$

通常の開水路では,  $m$  は  $C_r$  と同オーダーであることが知られている. 従って aspect ratio が十分大きければ  $\nu$  は十分小さい値をとる. そこで  $\nu$  を微小パラメータとし摂動法を用いて解く.  $\phi$  の漸近展開

$$\phi = \phi_0 + \nu \phi_1 + \dots \quad (7)$$

を式 (4) に代入し  $\nu$  のオーダーで整理すると

$$1 - \phi_0^2 = 0, \quad d^2 \phi_0 / d \eta^2 - 2 \phi_0 \phi_1 = 0, \quad \dots \quad (8, 9)$$

となる. これを解くと  $\phi_0 = 1$  となり後の全てのオーダーの解は 0 となる.  $\phi = 1$  は  $\eta = -\infty$  での境界条件を満足し式 (4) の厳密解となっている. ところが,  $\eta = 0$  での境界条件は満足することができない. この解は特異点摂動の手法でいう outer solution となっているのである. そこで特異点 ( $\eta = 0$ ) 近傍で新しい変数  $p = \eta / \nu^{1/2}$  を導入する. すると式 (4) は

$$1 + d^2 \phi / d p^2 - \phi^2 = 0 \quad (10)$$

となる.  $\phi$  の漸近展開を式 (10) に代入すると  $\nu$  の一次までのオーダーでは

$$1 + d^2 \phi_0 / d p^2 - \phi_0^2 = 0, \quad d^2 \phi_1 / d p^2 - 2 \phi_0 \phi_1 = 0 \quad (11, 12)$$

である. 式 (11) の解の一つは  $\phi_0 = 1$  である. これを用いて式 (12) を解くと一般解は

$$\phi_1 = C_0 e^{\sqrt{2} p} + C_1 e^{-\sqrt{2} p} \quad (13)$$

となる. inner solution と outer solution との接続の条件から  $C_1 = 0$  が要求され

$$\phi = 1 + \nu C_0 e^{\sqrt{2} p} \quad (14)$$

となる. 同様にして樹木群内では次の様な解が得られる.

$$\phi = 1 / (1 + \chi)^{1/2} + \nu \tilde{C}_0 e^{-\sqrt{2} \eta / \nu^{1/2}} \quad (15)$$

樹木群内外の接続条件は $\eta=0$ で流速と剪断力が一致すること、すなわち $\phi$ と $d\phi/dp$ が連続となることである。これを用いて $C_0$ 、 $\bar{C}_0$ が決まり、流速分布は次のようになる。

$$(\text{樹木群外}) \quad \phi = 1 - \left\{ 1 - \frac{1}{(1+\chi)^{1/4}} \right\} e^{-\sqrt{2}\nu} \quad (16)$$

$$(\text{樹木群内}) \quad \phi = \frac{1}{(1+\chi)^{1/2}} + \left\{ \frac{1}{(1+\chi)^{1/4}} - \frac{1}{(1+\chi)^{1/2}} \right\} e^{-\sqrt{2}\nu/\sqrt{1+\chi}} \quad (17)$$

## 2. 2 浮遊砂濃度分布

浮遊砂濃度分布についてはParkerに倣い次の様に定式化した。

$$\bar{\epsilon}_y d^2 \xi / dy^2 = (v_s^2 / \bar{\epsilon}) \xi - v_s E \quad (18)$$

$$\xi = \int_0^D c(z) dz \quad (19)$$

ここで $c$ は浮遊砂濃度、 $\bar{\epsilon}_y$ は横断方向の浮遊砂拡散係数、 $v_s$ は砂粒子の沈降速度、 $\bar{\epsilon}$ は鉛直方向の拡散係数である。無次元erosion rate  $E$ は従来の実験結果から次の近似式を用いた。

$$E = K (u_* / v_s)^2 \quad (20)$$

ここで $K$ は比例定数である。樹木群の無限遠点では次の式が成り立つ。

$$(v_s^2 / \bar{\epsilon}) \xi_0 = v_s K (u_{*0} / v_s)^2 \quad (21)$$

式(21)で式(18)を割ると次の式が得られる。

$$\lambda d^2 Z / d\eta^2 = Z - \sigma \quad (22)$$

ここで $\lambda = \bar{\epsilon}_y \bar{\epsilon} / v_s^2 B^2$ 、 $\sigma = \tau / \tau_0$ 、 $\tau$ は底面せん断力であり $\rho C_r \bar{u}^2$ と表せるから

$$\sigma = \phi^2 = \phi_0^2 + 2\nu\phi_0\phi_1 + \nu^2\phi_1^2 \quad (23)$$

と書ける。 $\phi$ は $\nu$ の一次の精度であるから剪断力としても $\nu$ の一次のオーダーまで用いる。式(16)、(17)、(22)、(23)より $Z$ の解を求める。樹木群内外での接続条件は濃度と濃度フラックスが連続であること、すなわち $Z$ と $dZ/d\eta$ が一致することである。これより

$$(\text{樹木群外}) Z = W_0 e^{\eta/\sqrt{\lambda}} + 1 - \frac{2\nu(J-1)}{2\lambda-\nu} e^{-\sqrt{2}\nu} \quad (24)$$

$$(\text{樹木群内}) Z = \bar{W}_0 e^{-\eta/\sqrt{\lambda}} + J^2 + \frac{2\nu J^5 (J-1)}{2\lambda-\nu J^2} e^{-\sqrt{2}\nu/\sqrt{1+\chi}} \quad (25)$$

が得られる。ここで $J = 1 / (1+\chi)^{1/4}$ である。また $W_0$ 、 $\bar{W}_0$ は次のようになる。

$$W_0 = \frac{J-1}{2} \left\{ (J+1)(J^2+1) + \frac{2}{\sqrt{2\lambda/\nu-1}} - \frac{2J^4}{\sqrt{2\lambda/\nu+J}} \right\} \quad (26)$$

$$\bar{W}_0 = \frac{1-J}{2} \left\{ (J+1)(J^2+1) - \frac{2}{\sqrt{2\lambda/\nu+1}} + \frac{2J^4}{\sqrt{2\lambda/\nu-J}} \right\} \quad (27)$$

### 3. 実験

#### 3. 1 実験の概要

まず、固定床実験を行い流速を測定した。用いた実験装置は長さ12m、幅96cmの循環式の広幅断面水路である。水路の片側に幅30cmの樹木模型を設置した。樹木模型はFig.2に示すように直径0.5cmの木製の円柱を千鳥に配置したものを用いた。流速の測定は鉛直方向に5mmまたは1cmごとにプロベラ流速計によって行った。水理諸元はTable 1に示す。

移動床実験では固定床実験で用いた水路に水を流しながら、上流より少しずつ給砂を行った。同時に濁度計で濁度を測定し、浮遊砂濃度がほとんど上昇しなくなった頃を見計らいサイフォン式のサンプラーで採水した。淤過及び乾燥後、砂粒子の重量を計測し、それによって浮遊砂濃度を算出した。水理諸元はTable 2に示す。

Table 1 Experimental condition (fixed bed)

|      | Q<br>(l/s) | D<br>(cm) | S     | u.<br>(cm/s) | $\bar{u}$ .<br>(cm/s) |
|------|------------|-----------|-------|--------------|-----------------------|
| Run1 | 15.3       | 6         | 1/620 | 3.08         | 38                    |
| Run2 | 22.6       | 6         | 1/280 | 4.58         | 56                    |
| Run3 | 18.6       | 5         | 1/280 | 4.18         | 52                    |
| Run4 | 7.0        | 3         | 1/320 | 3.03         | 34                    |
| Run5 | 24         | 8.5       | 1/820 | 3.19         | 44                    |

Table 2 Experimental conditions (movable bed);  
 $d_i$  = median diameter of sand particles

|      | D<br>(cm) | S     | u.<br>(cm/s) | $d_i$<br>(mm) |
|------|-----------|-------|--------------|---------------|
| Run6 | 6         | 1/620 | 3.08         | 0.145         |
| Run7 | 6         | 1/280 | 4.58         | 0.145         |
| Run8 | 8.5       | 1/820 | 3.19         | 0.145         |
| Run9 | 5         | 1/150 | 5.72         | 0.145         |

#### 3. 2 理論と実験結果との比較及び考察

Fig.3に流速分布の理論値と実験値の例を示す。流速は鉛直方向に平均したものである。理論値における横断方向の運動量拡散係数 $\epsilon_y$ は実験結果に適合するように与えた。Fig.4に浮遊砂濃度分布の実験値と理論値の例を示した。浮遊砂濃度分布は鉛直方向に積分した値である。分布形状は良好に一致している。理論値で用いた $\epsilon_y$ は $\epsilon_v$ と同じ値を用いている。以降 $\epsilon_v$ と $\epsilon_y$ は等しいとして話を進める。

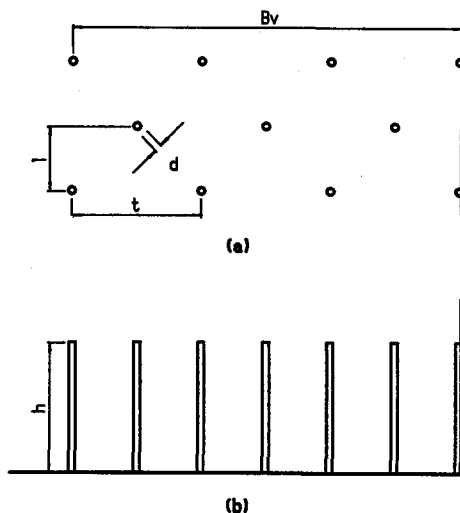


Fig.2 Vegetation models;  $B_v=30\text{cm}$ ,  $t=10\text{cm}$ ,  $l=5\text{cm}$ ,  $d=0.5\text{cm}$ ,  $h=10\text{cm}$

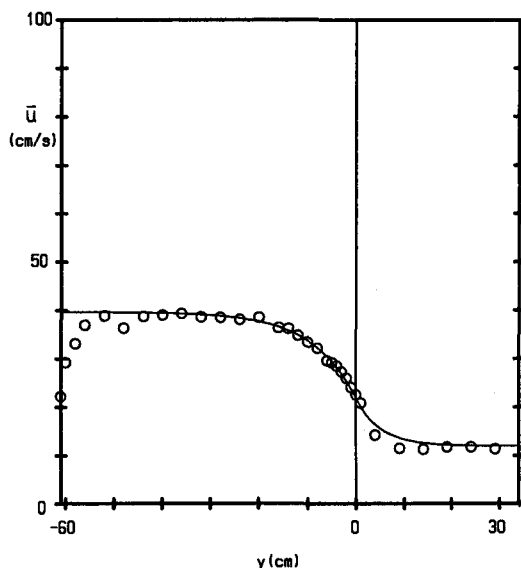


Fig.3 Lateral distribution of velocity (Run 1)

実験によって得られた  $\epsilon_y$ ,  $\tilde{\epsilon}_y$  の値を Table 3 に示した。  $\epsilon_y/u_* D_0$  の値は 0.16 から 0.40 までの値をとっている。植生のない開水路の場合、質量拡散係数は実験室で  $\tilde{\epsilon}_y/u_* D_0 = 0.10 \sim 0.20$ 、野外観測で若干大きく  $\tilde{\epsilon}_y/u_* D_0 = 0.25 \sim 0.7$  といわれている。実験によって得られた値は実験室におけるデータとしては大きい値となっている。

Table 3 Lateral diffusivity

|         | $\epsilon_y, \tilde{\epsilon}_y$<br>( $\text{cm}^2/\text{s}$ ) | $\epsilon_y, \tilde{\epsilon}_y/u_* D_0$ |
|---------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| Run 1,6 | 7.39                                                           | 0.40                                     |
| Run 2,7 | 5.73                                                           | 0.21                                     |
| Run 3   | 3.18                                                           | 0.16                                     |
| Run 4,8 | 7.53                                                           | 0.28                                     |
| Run 5   | 1.83                                                           | 0.20                                     |

山崎らは、平行剪断流に対して  $\epsilon_y = \gamma L \Delta u$  を仮定し  $\epsilon_y$  が横断方向に一定であるとし流速分布を exponential 型として  $\epsilon_y$  を求めた。ここで  $\gamma$  は比例定数、 $L$  は代表長さ、 $\Delta u$  は二つの領域での流速差である。また、 $L$  としては排除厚さが用いられている。それを本研究に対し書き直したのが次式である。

$$\epsilon_y = \frac{\gamma^2}{C_r} (1-J)^2 (1+J)^4 \bar{u}_* D_0 \tag{28}$$

ここで  $\gamma$  は比例定数である。本実験の結果得られた  $\gamma$  の値を山崎らの実験結果と共に Fig.5 に示した。

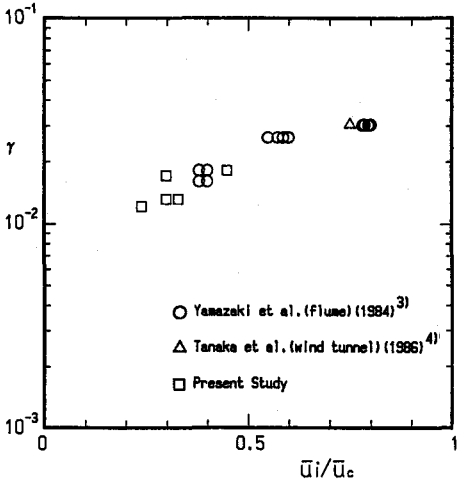


Fig.5  $\gamma$  versus  $\bar{U}_i/\bar{U}_*$ ;  $\bar{U}_i = \sqrt{gDS/(C_{\text{sed}}D_0 + 2C_r)}$

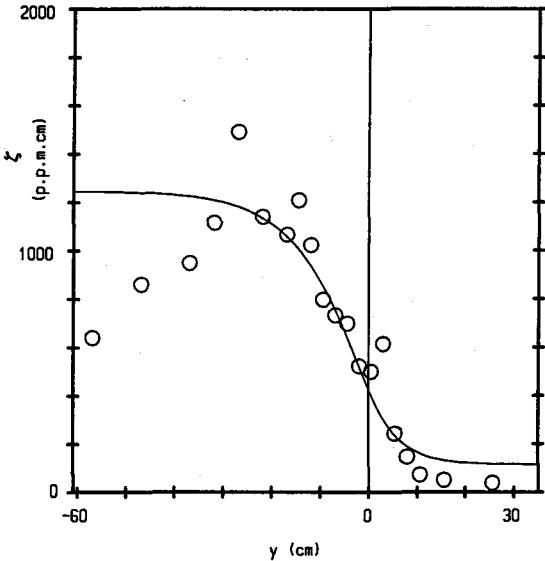


Fig.4 Lateral distribution of suspended sediment concentration (Run 6)

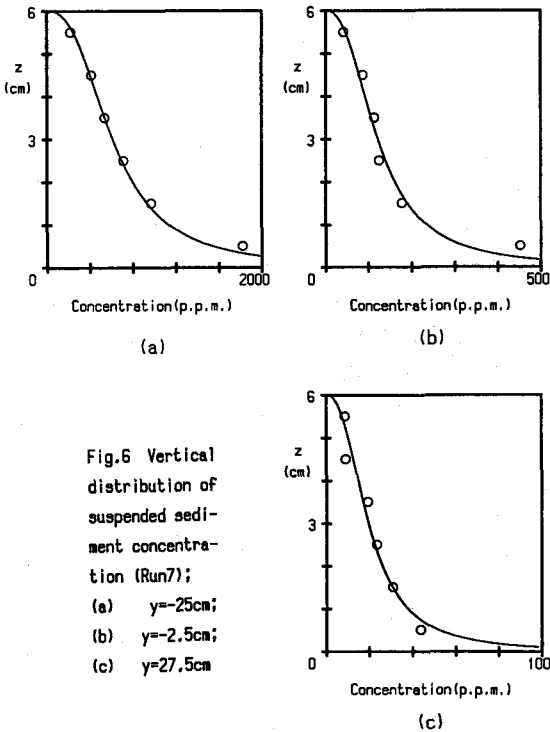


Fig.6 Vertical distribution of suspended sediment concentration (Run7);  
(a)  $y = -25\text{cm}$ ;  
(b)  $y = -2.5\text{cm}$ ;  
(c)  $y = 27.5\text{cm}$

これを見ると $\gamma$ の値は平行剪断流の場合より若干小さい値を示しているものの、その延長線上にあることがわかる。

次に鉛直方向の拡散係数 $\bar{\epsilon}$ を調べるため鉛直方向の濃度分布に Rouse分布を当てはめた。その一例を Fig. 6 に示す。(a)は樹木群外、(b)は混合領域、(c)は樹木群内部のものである。どの領域でも Rouse分布に良好に一致している。 $\bar{\epsilon}/u_*D_0$ を鉛直方向に平均した値の横断方向分布を Fig. 7 に示した。樹木群の外では0.06~0.08とほとんど一定となっており、局所的な底面剪断力によって変化するものではないことが判る。

樹木群内部の $\bar{\epsilon}/u_*D_0$ は、本実験においては樹木群外の値とほぼ同じ0.08~0.10となっている。

#### 5. 浮遊砂の輸送機構

以上のことを基にして浮遊砂の輸送機構を考えてみる。式(18)の右辺第一項、第二項はそれぞれ deposition rate, erosion rateである。従ってその差は実質上の堆積速度、すなわち単位時間当りに単位面積に堆積する浮遊砂の量を表す。その値を $\Psi$ とし Fig. 8 に示した。樹木群のすぐ外側で強い浸食が生じ、すぐ内側の部分で激しい堆積が生じているのがわかる。実験でもこの様子が観測された。

#### 6. 結語

河岸付近に植生をもつ直線河道の流速分布及び浮遊砂濃度分布を理論的に求め、実験によりその理論の妥当性を確かめた。実験では横断方向の運動量及び浮遊砂の無次元拡散係数は0.16~0.40となった。鉛直方向の平均値は0.06~0.10となり局所的な摩擦速度によらず一定であることが判った。また樹木群近傍における浮遊砂の輸送機構を明らかにした。

#### 参考文献

- 1) Parker, G. Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed, 1, The sand-silt river, J. Fluid Mech., 89(1), 109-125, 1978.
- 2) Fischer, H. B., Longitudinal dispersion and turbulent mixing in open-channel flow, Annu. Rev. Fluid Mech., 5, 59-78, 1973.
- 3) 山崎・石川・金丸：開水路剪断流に関する実験的研究：第39回土木学会年次講演会，1984。
- 4) 田中・石川・木村：平行平板間の乱流の水平混合特性について：第41回土木学会年次講演会，1986。

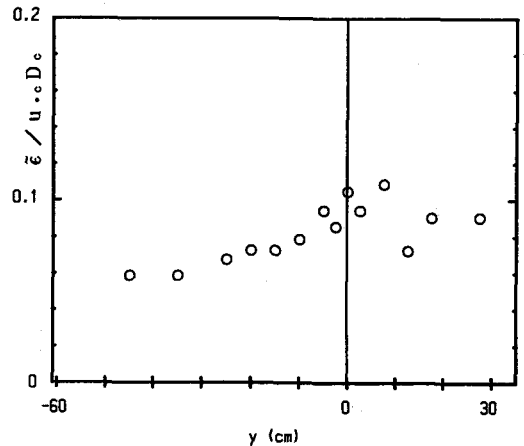


Fig.7 Lateral distribution of dimensionless vertical diffusivity (Run7)

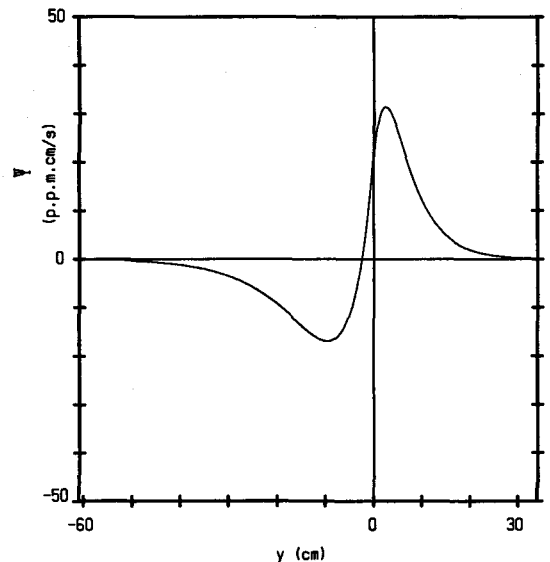


Fig.8 Lateral distribution of  $\Psi$  (Run6)