

移動跳水(波状段波非)発生条件の検討 An Examination of Moving Hydraulic Jump Condition

秋田大学 土木工学科 正員 松富英夫 Hideo MATSUTOMI

Moving hydraulic jump condition in a channel of constant water depth is examined by reviewing past theoretical, numerical and experimental studies and conducting experiments anew. It is concluded that the moving hydraulic jump condition is $H_b/h_0 > 0.61 \sim 0.64$, where H_b is the height of bore front and h_0 is the constant water depth in the downstream region of the bore.

Keywords: moving hydraulic jump, undular bore, wave transformation

1. まえがき

ダムや河川堤防等の破壊による氾濫水、河口部等に入射した津波等が段波を形成するか、波状段波を形成するかを知ることは、波力評価等の関連で、防災工学上重要と思われる。段波が段波であり続ける条件、移動跳水発生条件の統一的理解はまだ確立されておらず、上記の判定等に是非とも必要なものである。

段波は、非線形性と散逸性が運動の支配的要因で、波状段波は、さらに分散性がその一つに加わった現象である。段波の波状段波への遷移形態に関する研究として、室田・岩田の実験的研究¹⁾が代表としてある。彼等はその形態を、1) 砕波しない、2) spilling 型砕波、3) surging 型砕波、4) plunging 型砕波の四つに分類している。しかし、plunging型砕波の上限、すなわち、移動跳水発生条件については言及していない。この理由の一つは、発生段波の波長や伝播距離次第で、流れの形態が微妙に変化し、その判定が難しいためと思われる。著者の知る限り、その発生条件については、Chester²⁾、Johnson³⁾、著者⁴⁾と都司⁵⁾の理論的研究、Nakagawa et al.⁶⁾の実験的研究があるくらいである。著者の理論結果の妥当性は、まだ検証されていない。

そこで、本研究は、段波の遷移に関する従来の理論・実験結果の検討と新たな実験により、一次元、水平床で、段波下流側流速が零の場合の一般的な移動跳水発生条件を調べようとするものである。

2. 従来の理論と実験結果

著者は、室田・岩田の段波分散機構¹⁾と発生初期の段波先端部は孤立波的性格を有しているという仮定の基に、次の一般的な対象段波の移動跳水発生条件を誘導した⁴⁾。

$$H_b/h_0 > 0.61 \sim 0.64 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 H_b は段波波高、 h_0 は段波下流側の静水深である。その他の記号も含めて、その定義を図-1に示す。式(1)の誘導に際し、Boussinesqと McCowanの

孤立波の砕波限界を用いている。孤立波の砕波限界も、まだ確定されていないからである。これが、移動跳水発生条件に幅がある理由である。室田・岩田の段波分散機構は、実験結果に基づき、孤立波の伝播速度と理想段波の移動速度をほぼ等しいとした点に(両者の運動機構は本質的に異なるが)、新しさがあつた。

Chester は、波状段波が発生しない条件として、フルード数 $F_r = 1.58(1.6)$ を誘導した²⁾。ただし、このフルード数の定義は跳水の場合と同じである。()内の数値は若干異なった支配方程式系でのものである。Johnson も同じ結果を誘導している³⁾。これを段波波高水深比に書き直すと、次式を得る。

$$H_b/h_0 > 0.79(0.82) \quad \dots\dots\dots (2)$$

彼等の理論は、粘性を考えていることより、底面境界層でのエネルギー散逸を考慮している。そのため、非

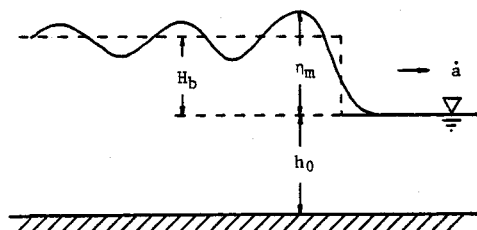


図-1 記号の定義

粘性解析に比べ、散逸性が大きい。その補償として、段波であり続けるためには、非線形性も増大せねばならない。これが、著者のものに比べ、段波波高水深比が大きい理由の一つと推察される。参考までに、直接関係はないが、孤立波の場合、抵抗効果（散逸性）が大きくなれば、砕波波高水深比が大きくなることを、著者は実験的に確認している⁷⁾。その他として、流れ条件が異なること等が考えられる。彼等は、一様勾配斜面上のPoiseuille流れに、微小擾乱を加えた時のその発達を対象としている。

都司は、粘性パラメータの値を種々と変化させて、KdV-Burgers 方程式を数値的に解き、得られた時間波形の傾向から、移動跳水発生条件を $H_b/h_0 > 0.60$ とした⁵⁾。ただし、一次元、水平床で、段波下流側流速が零の場合に対してである。自身の実験値との比較により、その妥当性も検討している。彼の理論は、粘性を考慮している点で、Chester や Johnson の理論と基本的に同類である。にもかかわらず、彼等の移動跳水発生条件の間には、大差がある。移動跳水発生条件には、段波下流側流速の有無、底面勾配や底面粗度等の流れ条件（エネルギー散逸条件と換言しても良からう）が大きく影響するらしい。

従来の諸実験結果について述べる。

室田・岩田は、段波の波状段波への遷移形態の分類において、 $H_b/h_0 = 0.044 \sim 0.752$ の実験を行っているが、 0.65 より大きいものの結果は載せていない¹⁾。彼等の論文中の表-1と図-

13を参照されたい。この理由の一つは、それ以上だと段波が分散しなかったためと推察される。ただし、彼等の実験では、 $H_b/h_0 \approx 0.65$ でも、分散第一波の波高増幅率 (η_m/H_b) は1より大きい。ここで、 η_m は静水面から最高水面までの高さである。この理由の一つは、初期発生段波が十分な段波波長を持たない、孤立性段波であったためと思われる。よって、厳密には、本研究の対象段波と異なることに注意を要する。参考までに、都司は、 1.2 以内であれば移動跳水と判断している⁵⁾。

分散第一波の砕波後の波高に着目すれば、興味深いデータが見られる。彼等の論文中の図-11（黒三角）を参照されたい。 $H_b/h_0 = 0.62$ の時、砕波後、無次元段波波高をほぼその値に保って伝播している。

Keulegan & Patterson は Bazin の実験結果(1865)を再整理している⁸⁾。それによると、 $H_b/h_0 > 0.61$ の時、“初めの波（分散第一波）”の波高増幅率は1以下で、単調減少の傾向にある。彼等の論文中の図-9、または本論文の図-2（黒丸）を参照されたい。これは、段波

表-1 段波の分散条件に関する主な研究経緯

Bazin (1865)	: 実験	
Boussinesq (1872)	: 波形成率の重要性を指摘	
Favre (1935)	: 実験	
Keulegan & Patterson (1940)	: Bazin の実験結果の整理	
Lemolne (1948)	: 波状段波形成の理論的説明	
Benjamin & Lighthill (1954)	: 波状段波形成の理論的説明	
Binnie & Orkney (1955)	: 跳水実験	$H_b/h_0 > 0.75$
Sandover & Zienkiewicz (1957)	: 実験	
Sandover & Taylor (1962)	: 実験	
Sturtevant (1965)	: 波状段波の発達に関する計算。Favre の実験値を利用	
◎Chester (1966)	: 理論	$H_b/h_0 > 0.79(0.82)$
Peregrine (1966)	: 波状段波の発達に関する計算	
室田・岩田 (1968)	: 実験	
Nakagawa et al. (1969)	: 実験	$H_b/h_0 > 0.63(0.66)$
◎Johnson (1970, 1972)	: 理論	$H_b/h_0 > 0.79$
松富 (1985)	: 理論と実験	$H_b/h_0 > 0.61 \sim 0.64, (0.55)$
土屋・山下等 (1987)	: 実験	$H_b/h_0 > 0.4 \sim 0.6$
都司 (1988)	: 理論と実験	$H_b/h_0 > 0.60$
松富 (1989)	: 実験	$H_b/h_0 > 0.64 \sim 0.65$

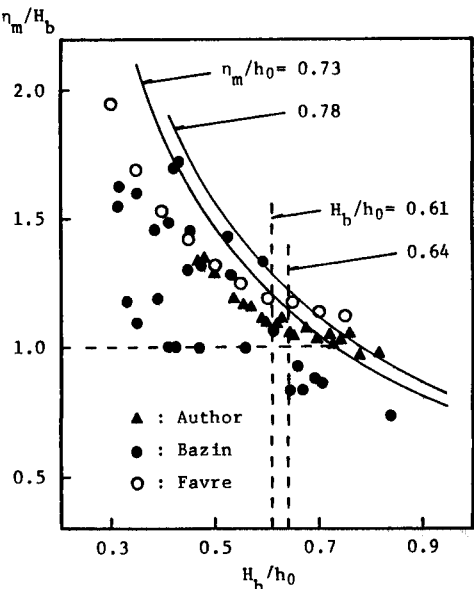


図-2 波高増幅率と初期段波波高の関係

が全体的に減衰しているだけで、遷移していない、すなわち、段波であり続けていることを意味していると解釈される。勿論、 $H_b/h_0 < 0.61$ の時、波高増幅率は1以上である。

物部水理学では⁹⁾、ほぼ $H_b/h_0 > 0.75$ の時、移動跳水になるとしている。ただし、その根拠は明示されていない。推察するに^{1)、18)}、Binnie & Orkney の跳水の実験結果¹¹⁾からかもしれない(表-1参照)。段波と跳水は、厳密には現象が異なることに注意を要しよう¹²⁾。

Favre の実験結果によると⁹⁾、 $H_b/h_0 > 0.60$ の時、分散第一波の波高増幅率はほぼ1に漸近している。図-2(白丸)を参照されたい。

ダム破壊(ゲート急開)による段波の遷移実験として、Nakagawa et al.⁶⁾、土屋・山下等¹³⁾や著者⁴⁾のもの等が存在する。Nakagawa et al. の移動跳水発生条件は、 $H_b/h_0 > 0.63(0.66)$ である。()内の数値は、彼等が与えた別の表現、初期ダム下・上流側水深比 $h_0/h_1 = 0.40$ を、Stoker理論¹⁴⁾を用いて換算したものである。土屋・山下等は0.4~0.6の間にあると指摘している。 $H_b/h_0 = 0.54$ と0.61の実験では、波状段波であったとも言及している。著者の実験では、 $H_b/h_0 > 0.55$ である。著者のものは他のに比べて小さい。これは、段波発生後の短い時間(または、伝播距離)内で判断しているためと思われる。

表-1に、従来の段波の分散条件に関する主な研究経緯を示す。Bazin、Favre 等の実験は段波の分散条件を目的としたものでないが、見ようによっては、そのようにも受け取れるものである。表中の◎は、移動跳水発生条件の誘導に関して、理論的にしっかりしたものであることを示す。

以上の従来の理論・実験結果を総合すると、対象段波の移動跳水発生条件は $H_b/h_0 > 0.61 \sim 0.64$ 程度と考えられ、著者の近似理論結果はほぼ妥当なもの判断される。

図-2に、分散第一波の波高増幅率(η_m/H_b)と無次元段波波高(H_b/h_0)の関係に関する、既往の実験結果例を示す。ただし、移動跳水発生条件を横切って、一連の実験値が存在するもののみを示している($H_b/h_0 > 0.3$)。図中には、本章の検討で推定された移動跳水発生条件(破線)、McCowan と Boussinesq の孤立波の碎波限界(実線)も示されている。

3. 実験

移動跳水発生条件を実験的に調べるには、できるだけ入射段波背後の流れの状態が一定で、しかも、それが長く続くものを発生させて行う必要がある。その簡便な方法として、ダム破壊(ゲート急開)によるものが考えられる。本研究では、その方法による段波の検討を通して、移動跳水発生条件を再吟味することにする。

3. 1 実験装置と実験方法

実験に使用した水路は高さ0.5m、幅0.3m、長さ11.0mの水平に設置された鋼製矩形水路で、水路下流側の10m部分が両面ガラス張りのものである。ガラスの片面には、経時的流れ先端位置や空間波形読み取りのため、5cm 間隔のメッシュが刻まれている。ゲートとして、手動の引き揚げ式のもの(塩化ビニール樹脂製で、厚さ12mm)を用いた。水路下流端から6mのところに位置している。ゲート下流側水深調節のため、水路下流端に取り外し可能な堰も取り付け付けた。実験装置の概要を図-3に示す。

実験ケースは、 h_0 を0.05m、0.06mの2種類、初期ゲート上流側水深 h_1 を0.10m~0.17mまで0.5cmずつ変化させた、計21ケースである(表-2参照)。ただし、各ケース、3回ずつ実験を行うことにした。

測定項目は、3本の容量式波高計による段波の時間波形 $\eta(t)$ 、モーター・ドライブ・カメラ(約5コマ/秒)による空間波形 $\eta(X)$ である。波高計は、波状段波(非碎波)の十分な発達に関する室田・岩田の実験的知見を考慮し($X > 80 h_0$ 、 X :ゲートからの距離)¹⁾、各々 $X = 4m, 5m, 5.5m$ のところに設置した。カメ

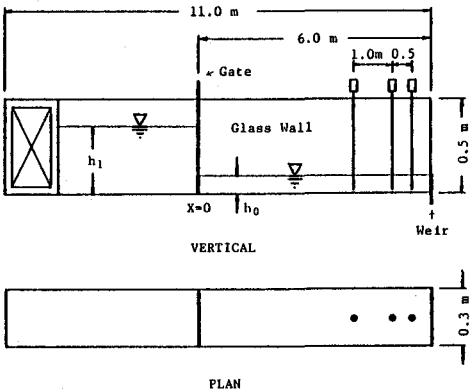
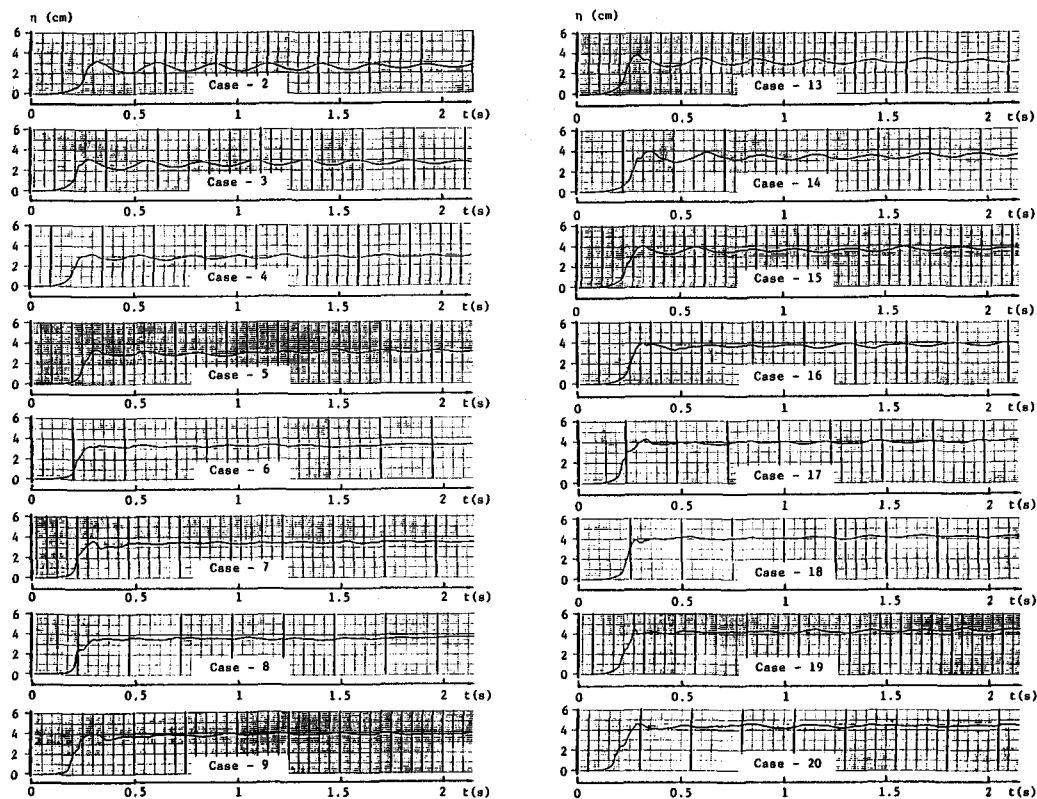


図-3 実験装置

うは $X=5\text{m}$ のところに設置した。波高計出力の直線性については、文献15)を参照されたい。どの段階(位置)の段波で移動跳水発生条件を検討するかは、難しい問題である。実際の現象では、抵抗効果等のため、流下するにつれてエネルギー損失を生じ、段波は必ず波状段波へ遷移するからである。最低限、段波の発生のさせ方に起因する固有の現象が消滅するまでは、流下させる必要があろう。また、 H_b/h_0 も移動跳水発生条件の検討地点近くで決定するのが好ましかろう。



(a) $h_0=0.05\text{m}$ 、 $X=5\text{m}$ の場合

(b) $h_0=0.06\text{m}$ 、 $X=5\text{m}$ の場合

図-4 段波の時間波形の一例

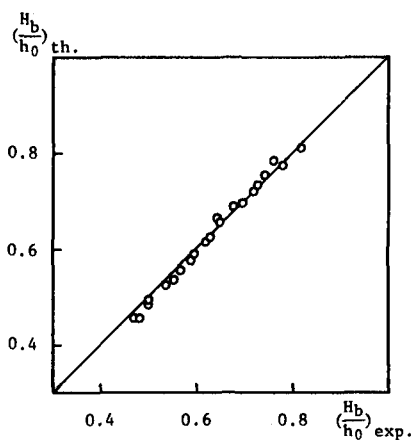


図-5 段波波高の比較

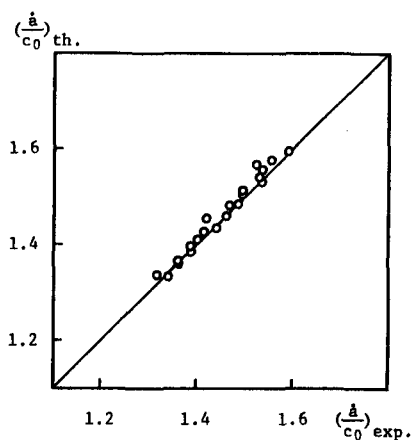


図-6 段波先端移動速度の比較

実験結果の整理は $X=5m$ でのもののみを行うことにした。 $X=4m$ と $5.5m$ での段波の時間波形、 $X=5m$ 付近での空間波形は、波状段波か否かの判定の参考と段波先端移動速度の算定に用いた。

3.2 実験結果とその考察

図-4(a)と(b)に、各々 h_0 を $0.05m$ 、 $0.06m$ とし、 h_1 を種々に変化させた場合の段波の時間波形の一例を示す。時間軸は、段波の立上り初めを $t=0.1s$ として、同期している。図中のケース番号は表-2のそれに対応している。この図から、入射段波背後の流れの状態はほぼ一様で、それが長く続いていることが判断される。発生段波は対象段波の条件を良く満足していると言えよう。入射段波波高(ケース番号)が大きくなるにつれて、 t の大きい部分で、段波平均水面位が若干大きくなる傾向にある。これは、水路下流端に取り付けられた堰からの反射波の影響である。これから、発生段波背後の流れは射流でないことが判断される。 $H_b + h_0 > 4h_1/9$ からも当然である。入射段波波高が大きくなるにつれて、波状性が消滅してきていることも見て取れる。

本実験データの精度の位置づけを、Stoker理論との比較により、行っておく。以下に述べる実験値は全て3回の平均である。

図-5は、 $X=5m$ での無次元段波波高の比較を示したものである。無次元段波波高が小さい時(およそ、 $H_b/h_0 < 0.64$)、実験値は理論値より大きい傾向に、逆に大きい時($H_b/h_0 > 0.64$)、小さい傾向にある。このことは、分散性や抵抗によるエネルギー損失等を考えれば、理論的に予測つくことである。その境界が、後に述べる移動跳水発生条件とほぼ同じであることは、非常に興味深い。しかし、全体的には、ほぼStoker理論に一致した実験値であると言えよう。

図-6は、無次元段波先端移動速度($\dot{a}/c_0$)の比較を示したものである。実験値は $X=4m \sim 5.5m$ 区間で算定されている。ここで、 $c_0 = \sqrt{gh_0}$ 、 g は重力加速度である。図によると、実験値は理論値に比べてやや小さい傾向にあるが、両者は良く一致していると言える。小さい傾向は従来の実験結果と同じであり、一致度が良いのは、実験値が滑面水路で得られていることによるとと思われる⁴⁾。

以上、Stoker理論とほぼ一致していることより、発生段波は本研究対象段波の条件を十分に満足しており、実験データの精度も非常に高いと言えよう。

表-2に実験ケースとその結果をまとめて示す。実験値は各々3回の平均である。表中、IIは不連続波頭を有する移動跳水、IIIは流れ先端部が部分的に砕波している不安定な波状段波であることを示す。ただし、段波波高 H_b の5%程度の波状性(分散第一波を除いた平均。多少の波状性や不規則性は不可避。図-4を参照)は許すとして、判定を行っている。得られた実験値の範囲は、 $0.47 < H_b/h_0 < 0.81$ である。本実験での分散第一波の波高増幅率と段波波高(初期のものでないことに注意)の関係を、図-2に黒三角で示している。その傾向は従来の実験結果と同じであるが、バラツキは小さい。後者の理由は、主に段波の発生のさせ方によるとと思われる。 $H_b/h_0 > 0.64$ で、ほぼ1に収束していることが見て取れる。

以上、段波波高 H_b の5%程度の波状性を許すとして、本実験での移動跳水発生条件は、 $H_b/h_0 > 0.64 \sim 0.65$ と判断される。

前章での検討結果をも考慮すると、対象段波の移動跳水発生条件は、 $H_b/h_0 > 0.61 \sim 0.64$ 程度と判断さ

表-2 実験ケースとその結果

Case	h_0 (cm)	h_1 (cm)	X (m)	H_b (cm)	H_b/h_0	η_n (cm)	η_n/H_b	判 定
1	5.0	10.0	5.0	2.35	0.469	3.13	1.335	III
2		10.5		2.50	0.499	3.20	1.284	III
3		11.0		2.76	0.552	3.23	1.170	III
4		11.5		2.94	0.589	3.28	1.110	III
5		12.0		3.10	0.620	3.40	1.099	III
6		12.5		3.20	0.641	3.40	1.061	ほぼII
7		13.0		3.47	0.694	3.60	1.037	II
8		13.5		3.62	0.725	3.69	1.018	II
9		14.0		3.89	0.777	3.78	0.972	II
10		14.5		4.07	0.814	3.99	0.980	II
11	6.0	12.0	5.0	2.88	0.480	3.89	1.350	III
12		12.5		2.99	0.499	3.89	1.301	III
13		13.0		3.20	0.534	3.81	1.189	III
14		13.5		3.40	0.567	3.94	1.159	III
15		14.0		3.57	0.596	3.95	1.105	III
16		14.5		3.76	0.627	4.18	1.110	III
17		15.0		3.90	0.649	4.31	1.105	ほぼII
18		15.5		4.06	0.676	4.36	1.074	II
19		16.0		4.31	0.719	4.53	1.049	II
20		16.5		4.45	0.741	4.59	1.032	II
21		17.0		4.52	0.759	4.79	1.059	II

れる。これは Nakagawa et al.の実験結果とほぼ同じで、著者の近似理論結果はほぼ妥当なものと言えよう。

4. むすび

一次元、水平床で、段波下流側流速が零の場合の一般的な移動跳水発生条件を、従来の理論・実験結果の検討と新たな実験を行うことで、調べた。本研究で得られた主要な結論は次の通りである。

1) 対象段波の一般的な移動跳水発生条件は、まだ幅を有する形であるが、 $H_b/h_0 > 0.61 \sim 0.64$ 程度であると思われる。これは、Nakagawa et al.の実験結果、 $H_b/h_0 > 0.63$ とほぼ同じである。

2) 著者の近似理論結果、式(1)は諸実験結果を良く説明するものである。しかし、その理論はつぎはぎなものである。今後、Chester や Johnson等のような、より厳密な理論解析が待ち望まれる。彼等の理論(解析法)そのものを本研究対象段波に拡張することは難しい。

3) エネルギー散逸割合(換言すれば、抵抗効果等)が大きくなるにつれて、移動跳水発生条件は大きくなる傾向にあることを、定性的であるが、指摘した。

一次元場と二次元場の移動跳水発生条件には、差がある可能性がある。今後、平面二次元流れでの移動跳水発生条件も検討していく予定である。

謝 辞：本研究を遂行するに当たり、東北大学工学部 首藤伸夫教授と秋田大学鉱山学部 浅田 宏教授より有益なる御意見、御指摘を賜った。ここに記して、両先生に深甚なる感謝の意を表する。実験に助力頂いた本学卒業研究生 大橋伸之、堺谷常広、阿部 融、大口寿文の各君にも感謝の意を表する。なお、本研究の一部は昭和63年度文部省科学研究費 奨励研究(A)により行われたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 室田 明・岩田好一郎：段波の変形に関する研究、土木学会論文集、第160号、pp.49-58, 1968.
- 2) Chester, W.: A model of the undular bore on a viscous fluid, J.F.M., pp.367-377, 1966.
- 3) Johnson, R.S.: Shallow Water Waves on a Viscous Fluid—The Undular Bore, Phys. Fluids, Vol.15, No.10, pp.1693-1699, 1972.
- 4) 松富英夫：下流側水深を有する場合のダム破壊流れについて、土木学会論文集、No.363, pp.79-86, 1985.
- 5) 都司嘉宣：河道に浸入する波状段波(Undular bore)津波の理論と実験、文部省科学研究費自然災害特別研究研究成果、No.A-63-1, pp.123-128, 1988.
- 6) Nakagawa, H., S.Nakamura and Y.Ichihashi: Generation and Development of Hydraulic Bore due to Breaking of a Dam (1), Bull. Disas. Prev. Inst., Kyoto Univ., Vol.19, pp.1-17, 1969.
- 7) 松富英夫：抵抗の違いによる孤立波の崩れ波型砕波波高と砕波段波波高の発達差について、第35回海講論文集、pp.69-72, 1988.
- 8) Keulegan, G.H. and G.W.Patterson: Mathematical theory of irrotational transition waves, J. Res. Nat. Bur. Stand., Vol.24, pp.47-101, 1940.
- 9) 本間 仁・安芸皎一編：物部水理学、岩波書店、p.660, 1972.
- 10) Peregrine, D.H.: Calculations of the development of an undular bore, J.F.M., Vol.25, pt.2, pp.321-330, 1966.
- 11) Binnie, A.M. and J.C.Orkney: Experiments on the flow of water from a reservoir through an open channel, II. The formation of hydraulic jumps, Proc. Roy. Soc. A, 230, pp.237-246, 1955.
- 12) 松富英夫：下流側水深を有するダム破壊流れ先端部の水面形、土木学会論文集、No.375, pp.161-170, 1988.
- 13) 土屋義人・山下隆男・今塩宏之：水平粗面上での bore front の伝播特性、第34回海講論文集、pp.192-196, 1987.
- 14) Stoker, J.J.: Water Waves, Interscience Publishers, Inc., New York, p.567, 1957.
- 15) 松富英夫：砕波段波衝突による衝撃波力について、土木学会論文集、No.399, pp.147-155, 1988.