

実測水位を用いた境界流束および透水量係数の推定について

Estimation of Boundary Flux and Transmissivity from Piezometric Head Data

神戸大学工学部	川 谷	健	Takeshi KAWATANI
神戸大学大学院	尾 崎	滋	Shigeru OZAKI
神戸大学大学院	藤 江	康 司	Kouji FUJIE

Most of inverse problems of groundwater flow are focused on determining the distribution of transmissivities over a flow domain from head measurements in wells under given boundary conditions. However, for groundwater management, it is important to estimate boundary flux. In this study, the technique proposed by Carrera is employed to determine the distributions of boundary fluxes as well as transmissivities from head data. The effect of zonation on the transmissivity estimation is also examined in a model where a low-transmissivity belt exists. The results show that the technique used herein is useful to estimate the boundary flux. On the other hand, the transmissivity estimation is quite sensitive to the zonation.

Keywords; groundwater, inverse problem, boundary flux, transmissivity

1. はじめに

地下水利用に伴う地下水の賦存量や流動状況の経時変化を予測しようとするとき、境界における流入・流出量あるいは降雨浸透などの涵養量を的確に把握することが解析の精度向上に重要である。また、地下水流動の様相が透水量係数の空間分布、とくに断層破碎帯などの不連続帯によって大きく異なることを考えれば、帯水層の構造を適切にモデル化することも重要である。ところが、境界における水頭や流束の分布、あるいはパラメータを現地観測や現場試験によって、解析モデルの構築に活用できるほどの精度で特定することはきわめて困難である。これに対して水位・水頭の測定は比較的容易であるから、その実測結果と、ときには現場透水試験結果を用いて、境界条件や帯水層の構造を推定できるような逆解析手法が必要となる。逆解析の手法は幾つか提案されており、それぞれの有効性ないし適用性の検討は、主として数値モデルで境界条件を既知とした上で、透水量係数の空間分布を推定することによって行われている。しかし、それらの手法が不連続帯の推定や境界条件の推定に対してどれほど有効であるかは必ずしも明らかにされていない。

そこで本研究では、適用性が高いと考えられる Carrera らの逆解析手法を用いて、まず実測水位から境界流束および透水量係数を推定することを試みた。つぎに、その過程で生じた問題点および推定結果を踏まえて、不連続帯の位置と透水量係数の推定を数値モデル上で実行し、上述の点を明らかにすることとした。

2. 逆解析手法の概要

本研究で用いた手法是最尤法に基づくものであり、Carrera らによって提案された [1, 2, 3]。いま、水頭およびパラメータ（境界流束、透水量係数など）の測定値を z^* で表わし、未知の全パラメータを β

で表わすものとする。このとき最尤理論によれば、 z^* が得られたという条件の下での β に関する尤度関数 $L(\beta/z^*)$ は、 β が真であるとき z^* が得られるという事象の確率密度関数 $f(z^*/\beta)$ に比例する。また、推定対象であるパラメータの最尤値は尤度関数を最大とする値として求められるので、いま関数 $S = -\ln\{L(\beta/z^*)\}$ を定義すれば、 S を最小化するパラメータの値が最尤値である。上述の確率密度関数が多変量正規分布の密度関数で与えられるとすれば、最尤値を求めるために最小化する目的関数は $J = (h^* - h)^T V_h^{-1} (h^* - h) + \lambda_i (p_i^* - p_i)^T V_i^{-1} (p_i^* - p_i)$ となる。ここに、 h と h^* はそれぞれ水頭の真値と測定値、 V_h は水頭の誤差の共分散行列である。 P_i と P_i^* は i 番目のパラメータ（例えば、 $i=1$ は境界流束、 $i=2$ は透水量係数、 $i=3$ は降雨浸透量など…）の真値と測定値であり、 V_i はその誤差の共分散行列である。さらに、 $\lambda_i = \sigma_h^2 / \sigma_i^2$ であり、水頭の誤差の分散とパラメータのそれとの比である。 J を最小化して最尤値を求めるためには、共役勾配を用いる。

3. 実地への適用例

〔解析領域と解析条件〕 ここでは上流境界からの流入量の分布を推定した。領域は約 1×0.5 kmの矩形で、長辺の一つが山地に接しており、地下水は山地流域から流入する。この山地境界に沿っての地下水流入量の分布が推定の対象である。帯水層は砂・砂礫を主体とする洪積層と沖積層であり、水理地質的には単一層とみなされる。透水係数は 10^{-2} cm/s 前後である。地下水頭の測定は、10ヶ所の観測孔にくわえて、既設の井戸でも実施されているが、その精度にはばらつきがある。そこで、逆解析には図-1に●印で示す10地点での測定値を採用することとし、要素分割を行った。

地下水流は定常であり、準一様流として扱えるものとした。そしてまず、透水量係数が全域で一定である場合について逆解析を行った。その結果、水頭観測点における計算値と実測値の差が大きい所については、その部分の透水量係数も推定の対象として、山地からの流入量とあわせて推定した。

ところで、この領域ではもともとすべての境界条件が未知である。そこで、山地境界以外の境界は不透水境界あるいは水頭既知の境界のいずれかであるとして、境界条件を設定することとした。それぞれの境界の区間および水頭規定境界における水頭の値は、実測水位をある程度の精度で再現できるまで境界条件を試行錯誤的に変えて順解析を繰返し、決定した。水頭規定の境界は図-1の太線区間である。なお、この順解析での要素数は390、節点数は434であり、図-1に示す逆解析の要素数および節点数よりはるかに多い。また、図-1の斜線で示した要素は池であり、その周りの節点では水頭として池の水位を規定した。

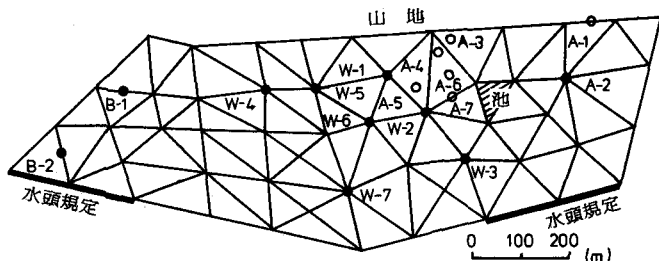


図-1 解析領域とその要素分割、および観測井の位置

〔解析結果〕 境界における地下水流入量分布、および部分領域における透水量係数分布の推定結果を図-2に示す。ここで Case I は、透水量係数が全域で一定であるとし、山地境界を9区間に分割して、各々の区間の流束を推定した場合である。図に示した各区間の流束 q の値は、 $q=1.0$ の区間の流束で正規化したものである。Case II は、山地境界を5区間に分割して、それぞれの流束を推定するとともに、逆解析の結果で水頭の実測値と計算値にかなり大きな差の生じた部分領域を5ブロックに分け、その透水量係数を推定した場合である。Case III は、山地境界9区間の流束とともに、上記の部分領域を13ブロックに分けて透水量係数を推定した場合である。表-1 は、観測井の実測水位と逆解析の結果にもとづいて

算定した計算水位とを比較したものである。また、この表で「順解析」の欄に示した水位は、実測水位を再現するために試行錯誤的に順解析を繰返して得られた値である。

Case I では、流入流束は山地境界の両端部で大きく、中央部でゼロとなっている。したがって、この領域には異なる2つの山地流域から地下水流入があり、領域内でも2つの地下水系があることがわかる。観測井の水位については表-1に示すとおり、逆解析結果にもとづく計算水位は順解析によって再現した計算水位とほとんど同じであり、実測値との差の大きい所もかなり在る。観測井A-1、A-3、A-4で計算値と実測値の差がとくに大きい、これは両観測井が山地境界に近く、実質的には山地の地下水流動層に属するためと思われる。一方、逆解析のために採用した井戸水位については、W-1、W-2、W-3で実測値と計算値の差が大きい。

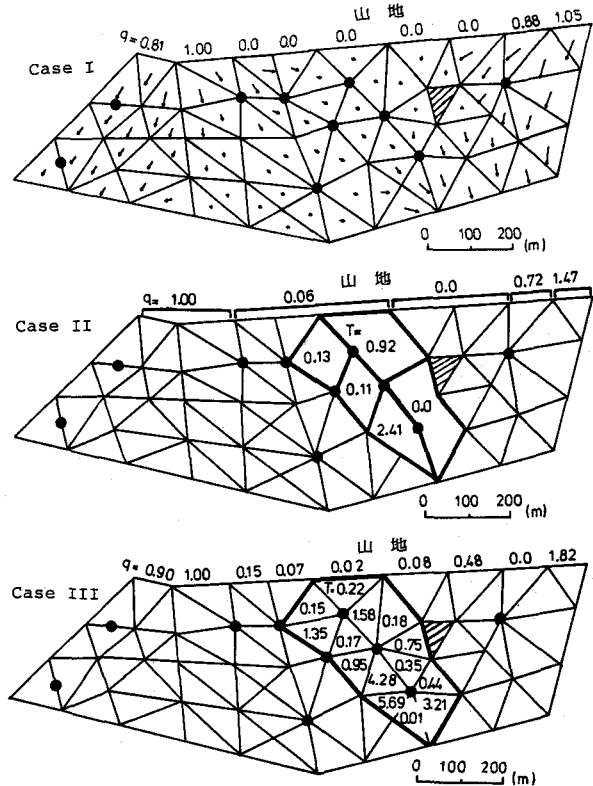


図-2 推定結果；境界流束および透水量係数の分布

表-1 観測井における実測水位と計算水位

(単位：m)

観測井	実測値	計 算 値			
		順 解 析	逆 解 析		
			Case I	Case II	Case III
W-1	24.29	23.85(+1.56)	25.51(+1.22)	25.32(+0.03)	25.24(0.00)
W-2	20.23	22.18(+1.95)	22.59(+2.36)	20.25(+0.02)	20.23(0.00)
W-3	16.16	16.62(+0.01)	18.51(+1.90)	16.75(+0.14)	16.61(0.00)
W-4	35.80	35.43(-0.37)	35.05(-0.75)	35.50(-0.30)	35.81(+0.01)
W-5	31.31	31.45(+0.14)	30.34(-0.97)	31.55(-0.24)	31.31(0.00)
W-6	25.07	25.46(+0.39)	25.44(+0.37)	25.15(+0.08)	25.07(0.00)
W-7	24.04	24.28(+0.14)	24.57(+0.53)	24.04(0.00)	24.04(0.00)
B-1	32.05	32.87(+0.82)	32.01(-0.04)	32.40(+0.35)	32.16(+0.11)
B-2	20.85	20.77(-0.08)	20.15(+0.70)	20.21(-0.64)	20.17(-0.68)
A-1	44.43	42.73(-1.70)	42.02(-2.41)	42.85(-1.58)	42.45(-2.18)
A-2	27.53	26.75(-0.78)	27.33(-0.20)	27.50(-0.03)	27.50(-0.03)
A-3	27.94	23.94(-4.00)	23.40(-4.54)	23.15(-4.79)	24.85(-3.09)
A-4	31.04	24.22(-6.82)	23.24(-7.80)	21.77(-9.27)	22.64(-8.40)
A-5	23.60	24.36(+0.76)	24.00(+0.40)	22.62(-0.98)	23.19(-0.41)
A-6	22.01	22.97(+0.96)	22.66(+0.65)	21.68(-0.33)	22.26(+0.25)
A-7	20.98	22.17(+0.16)	22.05(+1.07)	20.88(-0.10)	20.87(-0.11)

() = [計算値-実測値]

そこで Case II では、上記の3つの観測井を含む部分を5ブロックに分け、その透水量係数も推定した。流入流束の分布は Case I の結果とほとんど同じで、山地境界の両端部で流入が大きく、中央部で流入がきわめて小さい。図に示した透水量係数の値は、Case I での透水量係数を1としたときの相対値である。観測井 W-1, W-2, W-3 の周辺で透水量係数が相対的に小さいことがみとめられる。観測井の計算水位は、山地に属する井戸 (A-1, A-3, A-4) を除けば、実測水位とかなりよく一致している。

Case III では、Case I と同様に、山地境界を9区間にわけて流入流束を推定した。その結果、流入流束が境界の両端部で大きいという傾向に変わりはないが、中央部にも僅かながら流入流束が存在することになっている。観測井の計算水位は、山地の近傍を除けば、実測水位を大変よく再現している。一方、透水量係数は隣接する要素でも大きく異なっており、またそれらが Case II でブロック毎に求めた値と整合しているとも言えない。

以上の結果をまとめると次のとおりである。

(1) 透水量係数が全域で一定であるとして山地境界の流入流束だけを推定した場合、逆解析結果から算定した観測井水位は実測水位を必ずしもよく再現しているとは言えない。

(2) 境界流束に加えて透水量係数の空間分布も推定する場合、透水量係数を推定するブロックの数が多いほど、計算水位は実測水位とよく一致するようになる。しかしながら、透水量係数の推定値は、その分布状態から判断して、実際の値とかなり違っていると考えられる。すなわち、この逆解析では実測水位と計算水位の差をできるだけ小さくすることによって目的関数を最小化するので、ブロック数が増えれば、計算水位を実測値に近づけるような透水量係数の値と分布の組合せに自由度が増すため、上述のような結果になったと考えられる。したがって、推定結果の妥当性を検証するために、補完的な現場透水試験などが必要である。

(3) 山地境界における流入流束の分布については、3ケースの逆解析結果に大きな違いがみとめられない。このような結果は、山地境界以外の境界条件が固定されているためとも考えられる。そこで、それらの境界条件を変えていくつか補足的な解析を実施したが、これらの解析でも山地からの流入流束の分布に大きな違いは生じなかった。

4. 不連続帯の推定

透水量係数を逆解析によって推定する場合、前例のまとめ(2)で述べたとおり、推定結果は領域の分割の仕方によって異なると考えられる。これに関する知見を得るため、ここでは不連続帯の存在する浸透場を設定し、透水量係数を推定の対象として逆解析を行った。

図-3に、この解析のための浸透場を示し、あわせて逆解析に用いた水頭の測定地点と有限要素解析の要素分割を示す。境界条件として、上流境界Aで流入量を規定し、下流境界Bで水頭を規定した。側方の境界CとDは不透水性境界とした。透水量係数 T は、領域(不連続帯以外の領域)のそれを1.0とし、不連続帯のそれを0.5または0.1と設定した。以下に、個々の解析条件と解析結果について述べる。

Case 1; 不連続帯の位置は特定されているものとし、透水量係数推定のためのブロック分けによって推定結果がどのように違うかを調べた。このとき、不連続帯の透水量係数の真値は0.5である。

解析結果を図-4に示す。領域の透水量係数は、不連続帯部分のブロック分けに関係なく、ほぼ $T = 1.0$ と推定されている。また、目

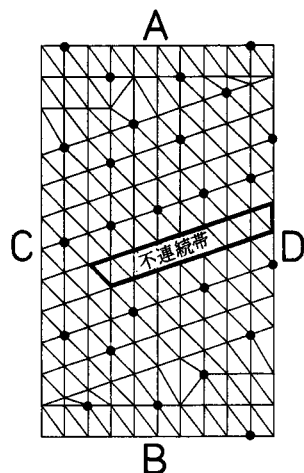


図-3 不連続帯を含む浸透場とその要素分割

的関数 J の値から判断して、逆解析結果の水頭分布は真の分布をよく再現しているといえる。一方、不連続帯部分の T の推定値は、ブロック数が増すほどばらつきが大きくなっている。ただ、その平均値は $T = 0.49 \sim 0.495$ であり、真値 0.5 に近い。

Case 2; 不連続の位置、規模ともに特定されていないものとする。不連続帯で $T = 0.1$ が真値である。

解析結果を図-5に示す。これらの結果についてまず指摘できるのは、目的関数 J の値が Case 1 と比較してきわめて大きく、したがって逆解析による水頭分布の再現性が著しく低くなっていることである。つぎに、不連続帯を含むブロックとそうでないブロックとが一応分離されている場合 (Case 2 (a), (b), (c)), 前者の透水量係数が相対的に小さな値となっていることがわかる。しかし、その推定値は真値 $T = 0.1$ とはかなり違っている。一方、不連続帯の位置や規模に無関係にブロック分けをした場合 (Case 2 (d), (e)), 推定結果だけからでは不連続帯の存在を認識できないことも考えられる。ブロック数が増えると、推定誤差 (推定値と真値の差) の大きいブロックが出現することは、Case 1 と同様である。

Case 3 と Case 4; 不連続帯の位置、規模ともに特定されていないものの、不連続帯を

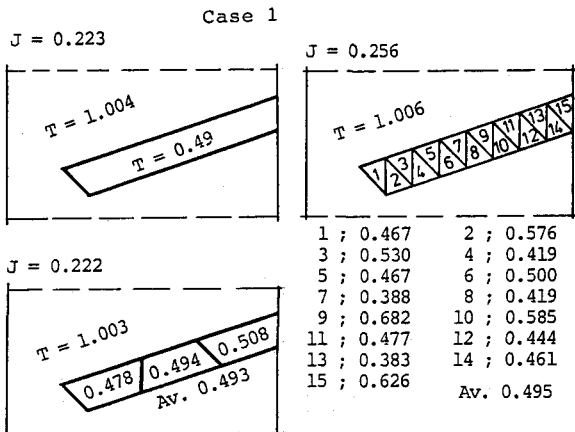


図-4 透水量係数の推定結果

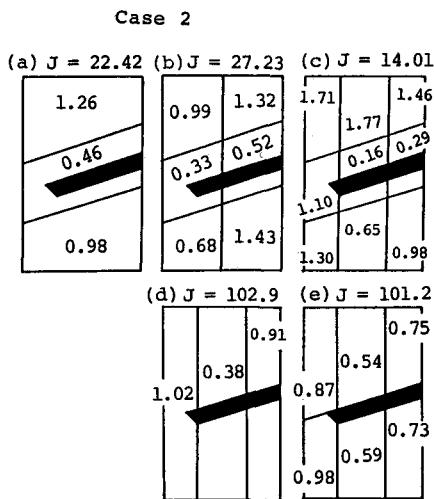


図-5 透水量係数の推定結果

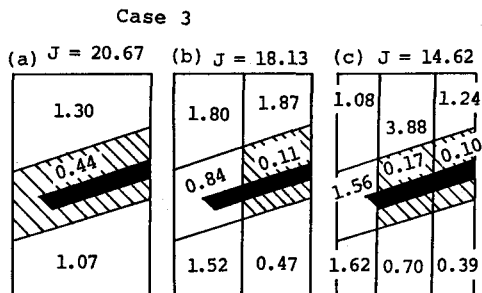


図-6 透水量係数の推定結果

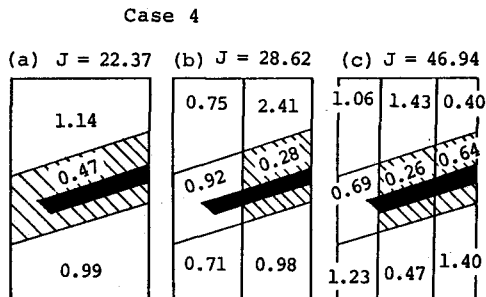


図-7 透水量係数の推定結果

含むブロックにおいて透水量係数が測定されているものとする。Case 3 は測定値として $T = 0.1$ を与える場合であり、Case 4 は測定値が $T = 1.0$ の場合である。

解析結果を図-6 (Case 3) と図-7 (Case 4) に示す。図中、斜線を施したブロックが測定値のあるところである。領域を3ブロックに分けた場合 (Case 3(a)とCase 4(a))、測定値による推定値の違いはほとんどみとめられないし、この結果は測定値のない場合 (Case 2 (a)) とほぼ同じである。ブロック数が増えると、測定値が 0.1 である場合 (Case 3 (b),(c))、測定値を与えたブロックの透水量係数は 0.1 に近づくが、そうでないブロックでは推定値の誤差 (真値との差) は大きくなり、ブロック間で推定値のばらつきも大きくなる。一方、Case 4(b) では、不連続帯を含むブロックの測定値を $T = 1.0$ としたにもかかわらず、その推定値は $T = 0.28$ となっており、測定値を与えなかった場合 (Case 2 (b)) よりも真値に近い結果となっている。しかし、それ以外のブロックは推定誤差の大きいところが生じている。9ブロックに分けた場合 Case 4(c)、不連続帯を含まないブロックの中には、その透水量係数が不連続帯を含むブロックの値よりも小さくなっているところが見られる。

5. おわりに

実測水位から境界流束の分布を推定した結果は、現地の地形・地質構造などから判断すると、ほぼ妥当であると考えられ、ここで用いた逆解析手法は地下水の流入・流出量を推定するうえで有用であるといえる。しかし、透水 (量) 係数の推定では、推定領域の分割の仕方によって結果が異なり、たとえ推定誤差の最小化基準が満たされていても、実際の透水場が再現されていない場合が多々あるものと思われる。とくに、透水場に不連続帯が存在する場合は、その位置及び透水 (量) 係数を逆解析にたよって特定することは困難であろう。したがって、逆解析に先立って、水位・水頭の分布図、地形・地質図などを活用し、透水場の構造をかなりの精度で把握しておくことが重要である。また、解析結果については、それを参考にして補完的な現地観測、現地試験を実施し、検証することが肝要と考えられる。

参考文献

- [1] Carrera, J., and S. P. Neuman, Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions ; 1. Maximum likelihood method incorporating prior information, Water Resour. Res., Vol. 22, No. 2, pp. 199-210, 1986
- [2] Carrera, J., and S. P. Neuman, Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions ; 2. Uniqueness, stability, and solution algorithm, Water Resour. Res., Vol. 22, No. 2, pp. 211-227, 1986
- [3] Carrera, J., and S. P. Neuman, Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions ; 3. Application to synthetic and field data, Water Resour. Res., Vol. 22, No. 2, pp. 228-242, 1986