

都市下水道網の実用的なサーチャージ流出モデル
Surcharged Flow Simulation Model in Urban Drainage Sewer System

愛媛大学工学部 渡 辺 政 広 Masahiro WATANABE
愛媛大学大学院 山 内 武 志 Takeshi YAMAUCHI

TUBE MODEL, a surcharged flow simulation model in urban sewer pipe systems, is presented. A highly deformable sewer pipe is used in which the pipe wall has a nonlinear elastic relationship. One of the principal parameters of the model, β , that is a variable indicating the degree of nonlinear elasticity of the pipe wall, is determined comparing the flow equations of TUBE MODEL and LATERAL MODEL that is a fundamental and realistic model of surcharged flow. It is derived that a pressure-wave celerity of surcharged flow in TUBE MODEL nearly equals to that in LATERAL MODEL. Numerical experiments are carried out and the adaptabilities of TUBE MODEL are investigated comparing the simulated results by the two models.

Keywords : nonlinear elasticity, highly deformable pipe, pressure-wave celerity, surcharged flow, sewer pipe system

1. 序 論

都市域の下水道網では、開水路流れとサーチャージ流れ（満管流れ、圧力流れ）の間の遷移流れがしばしば発生する。こうした下水管渠における遷移流れの数値解析に際し、両流れに同形の基礎式が適用できれば実用上また数値計算上からも好都合となる。このような解析モデルとして、いわゆるプライスマン・スロットの手法¹⁾を応用したモデル（スロット・モデルと呼ぶ）が用いられている。このモデルは、発電所放水路トンネルにおける遷移流れの解析に考案されたモデルで、管路頂部に非常に微小な幅のスロットが取り付けられていると仮定し、実際の圧力状態の流れを、スロット内に自由水面をもつ開水路状態の流れに置き換えて解析する。

ところで、開水路流れとサーチャージ流れ（圧力流れ）の両者に同形の基礎式が適用できる点に着目するならば、圧力流れ（水の圧縮性と管壁の弾性変形を考慮する管水路非定常流れ）の基礎式は元より開水路流れのそれと同形であり、したがって、スロット・モデルで行われているような、圧力流れを開水路流れに置き換えて取り扱う必要性は必ずしも生じないものとも考えることもできる。すなわち、下水管渠のサーチャージ流れに圧力流れの基礎式を適用する場合でも、数値計算式の上からは、この圧力流れは開水路流れとして計算されていると言える。

本論文では、上述の考察をもとに、下水管渠網のサーチャージ流れに対して圧力流れの基礎式を適用する解析モデルと、その下水道網への適用について検討を行った。

本モデルの下水道管渠網への適用に際しては、解決すべき問題が幾つか生ずる。第一の問題は、下水道網のサーチャージ流れに対して適用すべき圧力波伝播速度、 a 値の推定法（算定法）が明らかにされていないことである。第二の問題は、物理的意義の有無に係わらず、採用される a 値が 10～数10 m/sec 程度の小さい値になるときに不可欠となる、圧力水頭の増大に伴う管渠断面の拡大の取り扱いについて、従来の圧力流れの基礎式にはこれが組み入れられていないため、質量保存に関する計算精度が極度に低下してくることである。これらの問題に対し、本論文では、管壁が非線形的に弾性変形する下水管渠（非線形チューブと呼ぶ）と、こうした下水管渠における圧力流れの基礎式（チューブ・モデルと呼ぶ）を新たに導入する。チューブ・モデルにおけるサーチャージ流れが、厳密な解析モデルであるラテラル・モデル²⁾の

それとほぼ一致する条件を見出し、これよりチューブ・モデルの主要パラメーターの算定式を導き出す。またこれにより、上の2つの問題がほぼ完全に解決されることを示す。チューブ・モデルの下水道網への適用については、もうひとつ解決すべき問題がある。すなわち、圧力水頭の増大による管渠断面の拡大に伴って、流出水の摩擦損失が過小に評価されるようになり、特に計算水位が急激に低下してくる問題である。これに対し、見かけの摩擦抵抗を大きくしてそうした水位低下を改善する補正係数を新たに導入する。また、この補正係数の評価式を理論的に導出する。

提案したチューブ・モデルを仮想の排水管渠システムに適用して流出シミュレーションを行い、本モデルによる結果をラテラル・モデルによる結果と対比して、チューブ・モデルの下水道網への適用性について詳細な検討を加える。

2. ラテラル・モデル²⁾

ここでは、下水管渠網の実状のサーチャージ流れを厳密に解析できるラテラル・モデルの基礎式（無次元式）を手短に述べる。道路、家庭などからの雨水、汚水を排除するための取付管が接続する下水管渠のサーチャージ流れの運動方程式と連続の式は、それぞれ式（1）および（2）のように表わされる。また、ジャンクション・マンホールにおける基礎式は、式（3）のように表わされる。

$$\frac{\partial V_*}{\partial t_*} + V_* \cdot \frac{\partial V_*}{\partial x_*} + \frac{\partial h_*}{\partial x_*} - \alpha_1 \left(1 - \frac{|V_*| V_*}{\alpha_2^2} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (1), \quad \frac{\partial h_*}{\partial t_*} + c'^2_* \cdot \frac{\partial V_*}{\partial x_*} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$F_*(dh_*/dt_*) = \Sigma(Q_{in})_* - \Sigma(Q_{out})_* \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= L \cdot S_0 / D, \quad \alpha_2 = V_{full} / \sqrt{gD}, \quad c'_* = c' / \sqrt{gD}, \\ F_* \left\{ \begin{aligned} &= F_{G*} = F_G / (D \cdot L) \quad (h_* > h_{G*} \text{ のとき}) \\ &= F_{M*} = F_M / (D \cdot L) \quad (h_* < h_{G*} \text{ のとき}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4), \end{aligned} \right\} \quad c' = \sqrt{g \frac{L}{N} (\sin \theta) \frac{A}{A_1}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

また、 V ：断面平均流速、 h ：管渠底から測った圧力水頭、 c' ：圧力波（微小擾乱）の伝播速度、 Q ：流量、 V_{full} ：満管等流流速、 A 、 R 、 D 、 L 、 S_0 ：下水管渠の流水断面積、径深、直径、長さ、勾配、 A_1 、 N 、 θ ：取付管の断面積、接続本数（ L 当たり）、水平面に対する接続角度、 F_M ：マンホールの断面積、 F_G ：マンホールを囲む地表面はらん域面積、 h_G ：マンホール深、 ΣQ_{in} 、 ΣQ_{out} ：流入および流出流量の合計、 g ：重力加速度、 x ：距離、 t ：時間。

なお、無次元変数はそれぞれ次のように定義されている。

$$\left. \begin{aligned} h_* &= h/D, \quad V_* = V/\sqrt{gD}, \quad x_* = x/L, \quad t_* = t/(L/\sqrt{gD}), \quad A_* = A/D^2 = \pi/4, \\ R_* &= R/(D/4) = 1, \quad Q_* = A_* \cdot V_* = Q/(\sqrt{g} \cdot D^{5/2}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

3. チューブ・モデル

下水管渠のサーチャージ流れを、水の圧縮性と管壁の弾性変形を考慮する管水路非定常流れとして取り扱う。さらに、管壁の弾性変形は非線形的であるとする。このチューブ・モデルを上述のラテラル・モデルと対比して、チューブ・モデルの主要パラメーターの算定式を明らかにする。

(1) チューブ・モデルの基礎式

下水管渠網のサーチャージ流れが、見かけ上、水の圧縮性と管壁の弾性変形（非線形）を考慮する管水路非定常流れとして取り扱えるものと仮定する。さらに、圧力水頭の変化による流水断面の変化をも組み入れる。これより、チューブ・モデルにおけるサーチャージ流れの基礎式は式（7）および（8）のように表わされる³⁾。

$$\frac{\partial V_*}{\partial t_*} + V_* \cdot \frac{\partial V_*}{\partial x_*} + \frac{\partial h_*}{\partial x_*} - \alpha_1 \left(1 - \frac{1}{\alpha_2^2} \cdot \frac{|V_*| V_*}{R_*^{4/3}} \right) = 0 \quad \dots\dots (7), \quad \frac{\partial h_*}{\partial t_*} + V_* \cdot \frac{\partial h_*}{\partial x_*} + \lambda \cdot a_*^2 \cdot \frac{\partial V_*}{\partial x_*} = 0 \quad \dots\dots (8)$$

$$; a_* = a / \sqrt{gd} \cdots (9), \lambda = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \left\{ \left(\frac{d}{D}\right)^{\beta} \frac{\beta-2}{\beta} + \frac{2}{\beta} \right\} \cdots (10), \left(\frac{d}{D}\right)^2 - \frac{2a_*^2}{h_*-1} \cdot \frac{1}{\beta} \left\{ \left(\frac{d}{D}\right)^{\beta} - 1 \right\} = 0 \cdots (11)$$

ここに、 a_* : $h_*=1$ のときの圧力波伝播速度、 D : $h_*=1$ のときの管渠径、 $\sqrt{g} a_*$: $h_*>1$ のときの圧力波の伝播速度、 d : $h_*>1$ のときの管渠径、 β : 管壁の非線形弾性変形に関する係数。

(2) ラテラル・モデルとチューブ・モデル

a) 圧力波伝播速度 a_* の算定式

ここでは、チューブ・モデルにおける流れの基礎式をラテラル・モデルのそれと対比し、チューブ・モデルに対する圧力波伝播速度の算定式を導出する。

式(1)、(2)および式(7)、(8)より両モデルの流れを厳密に等しくすることは困難であるが、流れの伝播特性(圧力波伝播速度)が両モデルで等しくなるとき、すなわち次式

$$\sqrt{\lambda} a_* = c'_* \cdots (12)$$

が成立するとき、チューブ・モデルによってラテラル・モデルを十分に近似できると考えられる。

上式において、ラテラル・モデルの c'_* は下水管渠と取付管の諸量により定まる定数であるが、チューブ・モデルの λ は、本来流れと共に変化する。そこで、 λ が定数として取り扱える非線形的に弾性変形する管渠を導入する。さらに、 λ のとるべき定数として1を考える。すなわち、

$$\lambda \doteq 1 \Rightarrow a_* \doteq c'_* \cdots (13)$$

が成立する非線形チューブを想定する。

こうした条件を満たすチューブを見い出すには、式(10)および(11)から明らかなように、 β 、 a_* および h_* の3変数の間で式(13)が満たされる条件を見い出す必要がある。そこで、 h_* の通常の値域

1~10 において、 $\lambda \doteq 1$ が満たされる $\beta \sim a_*$ の関係を最小二乗法により求めた。その結果を図1に示す。なおこのときの相対誤差($h_*=1 \sim 10$ の範囲における平均値)は、最大の場合($a_*=4$ のとき)でも1%以内に納まっている。これより、図1の $\beta \sim a_*$ の関係をもつ非線形チューブでは、ラテラル・モデルにおける圧力波伝播速度 c'_* を、そのまま非線形チューブの圧力波伝播速度 a_* として用いてよいことになる。

今、式(13)が成立しているもとで、 $h_*=1 \sim 10$ に対し、1排水管渠長にわたるラテラル・モデルの取付管内貯留量 $\forall c_*$ (無次元量、基準量は下水管渠のボリューム)とチューブ・モデルの管内貯留量増分 $\forall a_*$ を比較すると、図2のようになる。これより、 $a_* \doteq c'_* > 7 \sim 8$ の範囲(現地の下水管渠網において実在する伝播速度の値の範囲)にあっては、両モデルにおける貯留量がほぼ一致していることが分かる。このことは、流れの伝播特性を決定づける貯留特性が両モデルで一致していることに他ならず、図1の $\beta \sim a_*$ の関係が成立するときには両モデルの伝播速度がほぼ一致するという上述の関係を裏付けているとも言える。

b) 水位低下補正の係数

10 程度以下の $a_* \doteq c'_*$ 値に対応する非線形チューブでは、圧力水頭の増加に伴う管渠断面の拡大が顕著と

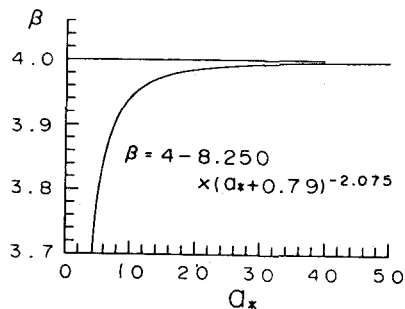


図1 $\beta \sim a_*$

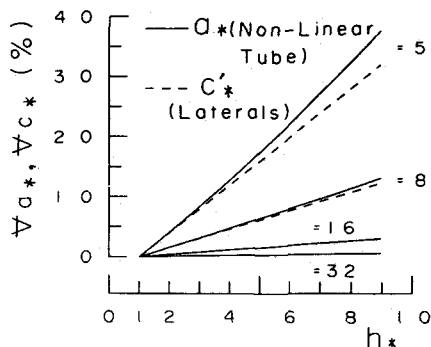


図2 $\forall a_*, \forall c_* \sim h_*$

なる。こうした断面拡大に伴い、単位重量当たりの流出水に作用する壁面摩擦は減少してゆく。このため、水面勾配は低下傾向を示すようになる。この影響は、計算水位の低下となって顕著に現れ、地表面湛水が生ずる解析では致命的な結果を引き起こすことになる。したがって、こうした水位低下を補正しておく必要がある。ここでは、運動方程式中の摩擦損失項に補正係数 Γ を付加し、

$$(1/\alpha_2^2) \cdot (|V_*|V_*/R_*^{4/3}) \Rightarrow \Gamma \cdot (1/\alpha_2^2) \cdot (|V_*|V_*/R_*^{4/3}) \dots\dots\dots (14)$$

なる変換を行って、見掛け上の摩擦抵抗を大きくして補正する方法を提案する。

この補正係数 Γ を厳密に評価することは困難であるが、実用上の立場からは、定常サーチャージ流れのもとで両モデルの基礎式が一致する条件より、その算定式を導出できる。すなわち、式 (7) および (8) より得られるチューブ・モデル (下添字 c) における定常流れの基礎式 (15)、ならびに式 (1) および (2) より得られるラテラル・モデル (下添字 r) における基礎式 (16)、および連続の式 (17) より、 $(dh_{c*})/(dx_*) = (dh_{r*})/(dx_*)$ が常に成立するための補正係数 Γ を求めると、式 (18) を得る。

$$\frac{dh_{c*}}{dx_*} = \frac{\alpha_1 \{1 - (\Gamma/\alpha_2^2)/(V_{c*}^2/R_{c*}^{4/3})\}}{1 - \{V_{c*}^2/(a_*^2 \lambda)\}} \dots\dots\dots (15), \quad \frac{dh_{r*}}{dx_*} = \alpha_1 \left(1 - \frac{V_{r*}^2}{\alpha_2^2}\right) \dots\dots\dots (16)$$

$$Q_* = A_{c*} \cdot V_{c*} = (\pi/4) \cdot V_{r*} \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{\Gamma}{R_*^{4/3}} = \left(\frac{d}{D}\right)^4 + \frac{1}{a_*^2 \beta} \left\{ \alpha_2^2 - \left(\frac{d}{D}\right)^4 V_*^2 \right\} \dots\dots\dots (18)$$

4. 適用性に関する数値実験的検討

ここでは、上述のチューブ・モデルの適用性について、流れの遷移部を含まないサーチャージ流れを対象とし、本モデルによる流出シミュレーション結果を、基本流出モデルであるラテラル・モデルによるそれらと対比して検討する。

(1) 流出シミュレーションの概要

松山市街地における下水道管渠網の調査結果をもとに、実流域においてみられる標準的あるいは平均的な諸元 (無次元パラメータ) をもつ 3 タイプのプリズマティックな排水管渠システムを想定し、検討に用いることとした。これら管渠システムにおけるモデル・パラメータを表 1 に示す。ここで、管渠システム (S)、(M)、(L) における排水管渠は、実流域における管径がそれぞれ 0.25~0.35 m、0.80~1.20 m、1.80~2.20 m 程度の規模の排水管渠に対応している。また、流出シミュレーションにあたっては、3 タイプの出水 (サーチャージ流れ) を想定した。すなわち、管渠システムの上流端より洪水流入がある場合 (出水 I、地表面はんらの発生なし)、管渠システムの下流端で流量 (水位) 調整がおこなわれる場合 (出水 II、地表面はんらの発生なし)、および洪水流入と流量 (水位) 調整が合わさって地表面はんらが発生する場合 (出水 III) の 3 タイプである。これら出水の諸元を表 2 に示す。図 3 には、上・下流端において与えるハイドログラフに関する変数を示している。

(2) 流出シミュレーション結果と考察

はじめに、チューブ・モデルによる流出シミュレーション結果をラテラル・モデルによるそれらと対比して、排水管渠システムの各地点における水位、流量、地表面たん水深 (たん水量) の各ハイドログラフの出水期間にわたる適合度、さらにピーク流量、ピーク水位、ピークたん水深 (たん水量)、およびこれらの発生時間などの誤差について調べた。検討結果 (流出シミュレーション結果) の一例として、ラテラル・モデルとの適合度が一般に最も低下しやすいケース、すなわち小規模の排水管渠システム (S) における地表面はんらを伴う出水 (III) に対する流出シミュレーション結果の中から、管渠システム上流端水位、および地表面たん水深 (管渠システム全域) の各流出ハイドログラフを図 4 に示す。これらより、チューブ・モデルの適用性について、次の諸点が明らかとなる。① (S)、(M)、(L) のいずれの規模の排水管渠システムにおいても、また (I)、(II)、(III) のいずれのタイプの出水についても、本モデルによ

表 1 管渠システムのパラメーター

Sewer Systems	Length	Number of Manholes	α_1	α_2	c'	F_M	F_G	h_G	$L/\sqrt{gD}$
(S)	10	10	0.9	0.5	8	0.08	40	6.00	20
(M)	10	10	0.3	0.5	16	0.04	20	3.50	20
(L)	10	10	0.1	0.5	32	0.02	10	2.25	20

表 2 流出実験の概要

Runoff	Sewer System	Inflow hydrographs at upstream end				Stage hydrograph at downstream end			
		Q_{b*} (r_{Qb})	Q_{p*} (r_{Qp})	t_{p*}	t_{b*}	H_{b*}	H_{p*} (r_{Hp})	t_{p*}	t_{b*}
(I)	(S)	0.4123 1.05	0.4909 (1.25)	45.0	90.0	1.10	—	—	—
	(M)		0.5105 (1.30)				—	—	—
	(L)		0.5695 (1.45)				—	—	—
(II)	(S)	0.4123 1.05	—	—	—	1.10	5.90 (0.983)	—	—
	(M)		—	—	—		3.15 (0.900)	15.0	30.0
	(L)		—	—	—		2.15 (0.933)	—	—
(III)	(S)	0.4123 1.05	0.4909 (1.25)	45.0	90.0	1.10	5.90 (0.983)	—	—
	(M)		0.5105 (1.30)				3.15 (0.900)	15.0	30.0
	(L)		0.5695 (1.45)				2.15 (0.933)	—	—

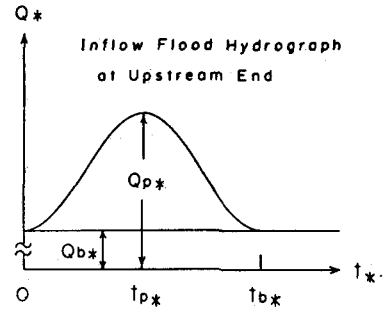
$$Q_{full*} = 0.3927 = \text{const.}, r_{Qb} = Q_{b*}/Q_{full*}, r_{Qp} = Q_{p*}/Q_{full*}, r_{Hp} = H_{p*}/H_{G*}$$

いても、基本的な流出モデルであるラテラル・モデルと同精度の解析結果が得られる。

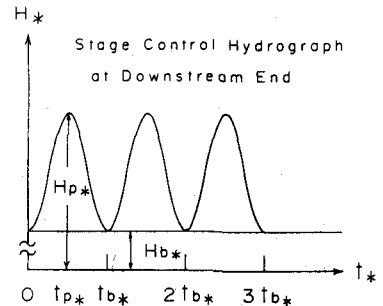
次に、上述の3タイプの排水管渠システムおよび出水を対象に、チューブ・モデルにおいて新たに導入した水位低下補正に関する補正係数『の妥当性について、これを用いない場合のシミュレーション結果、ならびにラテラル・モデルによる結果と対比して検討した。検討結果の一例を図4に併示する。これらより、補正係数『を導入するときの適合性の向上について、次の諸点が明らかとなる。①補正係数『を用いない場合、水位、流量、地表面たん水深の各流出ハイドログラフの適合度は、いずれも全般的に低下してくる。②特に、水位および地表面たん水深ハイドログラフの適合度の低下は顕著で、出水期間を通じて、かなり過小評価された流出シミュレーション結果となる。③こうした傾向は中・小規模の排水管渠システムにおいて顕著である。④一方、補正係数『を用いる場合には、図4からも明らかなように、こうした適合度低下の問題はほぼ完全に解消される。

5. おわりに

本論文では、下水管渠網のサーチャージ流れに対する解析モデルとして、管壁が非線形的に弾性変形する下水管渠を導入したチューブ・モデルを提示し、その下水道網への適用性について検討を進めた。



(a) 流入ハイドログラフ



(b) 水位調整ハイドログラフ

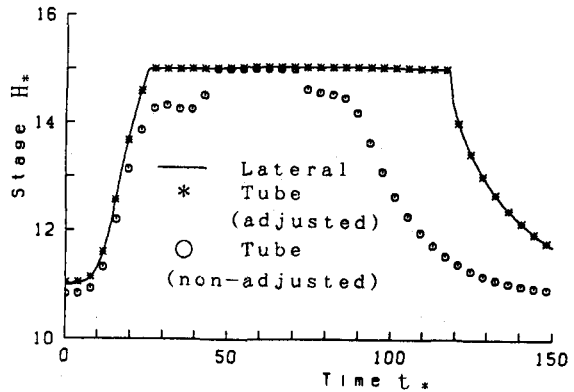
図 3 上・下流端境界条件

リシミュレートされた各流出ハイドログラフは、ラテラル・モデルのそれらとよい一致を示す。②流出ピークに関する諸量の誤差も小さく、いずれも±1%以内に納まる。③これらより、チューブ・モデルを用

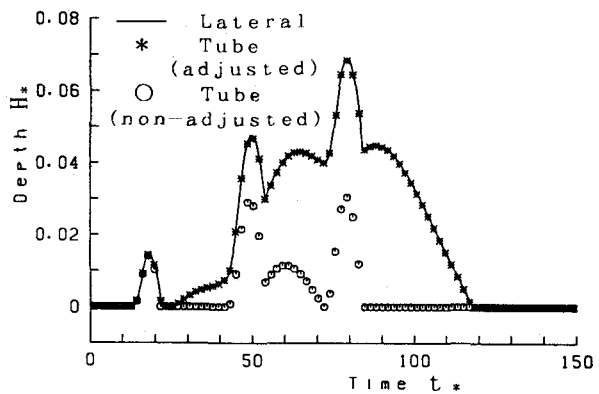
本モデルとラテラル・モデルの流れの基礎式を対比し、両モデルの流れが一致する条件より、チューブ・モデルの主要パラメータ β および a_* の算定式を導き出した。これより、本モデルを下水道網へ適用するときの圧力波伝播速度 a (a_*) は、ラテラル・モデルにおけるそれ c' (c'_*) に等しいとして取り扱えることを明らかにした。

圧力水頭の増大とこれによる管渠断面の拡大に伴い、流れの摩擦損失が過小評価され、これが計算水位の異常低下となって現れてくることを指摘した。これに対し、見かけの摩擦抵抗を大きくしてこれを改善する補正係数を新たに導入し、その係数式を理論的に導出した。

提案したチューブ・モデルを数値実験により検討した。これより、本モデルによって厳密な解析モデルであるラテラル・モデルと同精度の計算結果の得られることが確かめられた。また、ここに導入した補正係数 Γ を用いることにより、水位低下の問題を完全に解消できることも確かめられた。



(a) 上流端水位ハイドログラフ



(b) 湛水深ハイドログラフ (全管渠システム)

図 4 計算結果の比較 (管渠システム S, 出水Ⅲ)

参考文献

- 1) Chaudhry, M. H. : Applied Hydraulic Transients, pp. 423~448, VNR Company, 1979.
- 2) 渡辺政広・竹内 明・川裾利雄：取付管の調圧効果を考慮した下水道管渠網の雨水流モデル、第33回水理講演会論文集、1989.
- 3) Streeter, V. L. and Wylie, E. B. : Hydraulic Transients, pp. 228~238, McGraw-Hill Book Company, 1967.