

流域微地形に対応した準3次元斜面要素モデルと流域規模モデルの自動作製

Quasi-three-dimensional Slope Runoff Model Taking Account of Topography
of A Natural Watershed, and Automatic Generation of A Basin Model.

京都大学工学部	高 棹 琢 馬 Takuma TAKASAO
京都大学工学部	椎 葉 充 晴 Michiharu SHIIBA
京都大学大学院	立 川 康 人 Yasuto TACHIKAWA

This paper presents an automatic basin model generation system. The data to be inputted are height data on a regular grid which covers the basin and position and height data of channel network. The system produces a basin divide and subdivides the catchment into many small slopes taking streamlines (the steepest ascent lines) as dividing lines. Though in most cell methods developed to date for hydrologic application, the direction of flow is assumed to be parallel with axis, such assumption seems too simplistic in considering water-flow processes on three-dimensional catchment. The system presented here attaches importance to direction of water-flow. A quasi-three-dimensional slope runoff model to be coupled with this basin model is also presented.

Keywords : three-dimensional, water-flow, basin model, basin divide, streamline

1. はじめに

流域の実地形・地質構造に即した出水モデルを構成することは、流出解析の基本的な出発点であると考えられるが、実際に使われているモデルは、流域斜面の地形形態・鉛直方向の地層構造に対する考慮が不十分である。たとえば、貯留関数モデルのような概念的モデルでは、地形情報は無視されるし、河道網構造を考慮する雨水流モデルでも、斜面は矩形平面でモデル化され、斜面の収束・発散や斜面勾配の変動は無視されている。これでは、流域場の変化に伴う流出特性の変動を分析することはできない。

流域斜面の微地形に即した場のモデルを構成するために、筆者らはすでに、斜面の縦断形状・平面形状を3次スプライン関数を用いて表現した準3次元的な斜面要素モデルを提案している¹⁾。そこでの雨水流出モデルは、斜面幅・斜面勾配の変化を式中に組み込み、中間流の存在を考慮した kinematic wave モデルである。このモデルは実地形のデータを直接組み込むことが可能であり、流域地形が出水に及ぼす影響を調査しうる基本モデルである。

しかし、河川流域は、斜面勾配や斜面幅が変化する斜面要素が多数並列に配置され、河道網がこれらをつないでできているから、微少な斜面要素モデルをつくっても、それだけでは流域規模で地形が出水に及ぼす影響を分析することはできない。

そこで、有限要素法における要素構成法を援用して、対象とする流域斜面全体を三角形要素の集合体としてモデル化し、デジタイザによって読み取った地形図上の等高線と河道、または国土数値情報の標高データファイル・流路位置ファイルのデータを入力すれば、計算機内部で自動的に流域界を決定し、流域を斜面要素群に分割するシステムを提示する。このシステムを用いて斜面要素の地形情報を自動的に算定し、個々の斜面要素に斜面要素モデルを適用すれば、河道網構造に即した斜面・河道網の雨水流を追跡することが可能となるわけである。

2. 流域規模モデルの自動作製

最近、国土数値情報の標高データファイル等メッシュデータが整備されてきており、流域を矩形メッシュに分割してグリッド間の雨水の授受を考える形のモデルが有力になってきている。一方、三次元的な地形の中での水の流れを考える場合は、雨水の流れ方向を考慮することが本質的であるとして、O'Loughlin²⁾は等高線データを基にした流域分割を用いている。しかし等高線データを入力するには多大な労力を要し、流域界を与える必要があること、等高線の形状によっては山登り線の追跡が難しいこと等の欠点がある。本研究では、Palacios-vélez³⁾らの最急勾配方向の計算法を取り入れ、メッシュ標高データと流路位置データを用いて、しかも雨水の流れ方向を考慮した流域規模モデルの自動作製システムを提示する。自動作製システムは次の手順からなる。

- ① 三角形要素を用いた流域の表現
- ② 山登り線（最急勾配線）と流域内の山頂および峠を用いた流域界の決定
- ③ 山登り線と流域界による流域斜面の分割

以下、各々の項目について説明する。

2.1 三角形要素を用いた流域の表現

① 地形図から対象とする流域を覆う等高線と河道をデジタイザーを用いて電子計算機に入力する。国土数値情報を利用する場合は標高データファイルと流路位置ファイルから必要な情報を抽出する。

② 対象とする流域にメッシュをかけ、格子点の標高をもとめる。標高は近傍の等高線データの距離の重みつき平均値とする。

③ 河道とメッシュとの交点（以下、簡単のため河道点と仮に呼ぶことにする）を求める。河道点の標高は、少なくとも上下流端と合流点での標高は測定することにし、上流から順に、河道点の両側の格子点の標高と一つ上流の河道点よりも低くなるように定める。

④ 格子点と河道点をもとにメッシュ区画を三角形要素に分割する。分割方法はメッシュ区画内に河道が存在するかどうか、さらにメッシュ区画内に上流端、下流端または、合流点が存在するかどうかによって異なる。三角形要素への分割方法を図1に示す。メッシュ区画内に河道が存在しない場合は、メッシュ区画の中央に新たに点を設け四つの三角形要素に分割する。その標高はまわりの四つの格子点の標高の平均値とする。全て頂点に一連の番号を付け一つの三角形要素についてその頂点と隣接する三角形要素を反時計回りに登録した配列を作成する。ここで河道点である頂点と、河道を構成する辺を共有する隣接した三角形要素には負の符号をつけることにした。図2にその関係を示す。

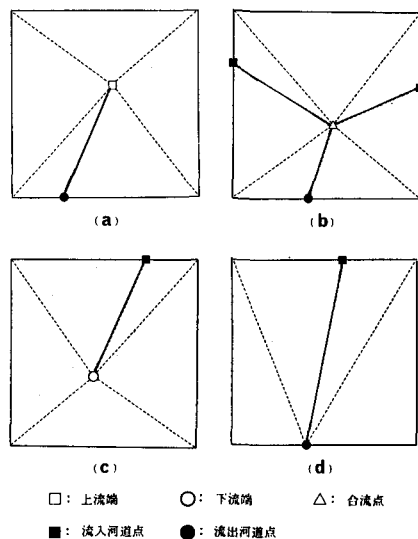
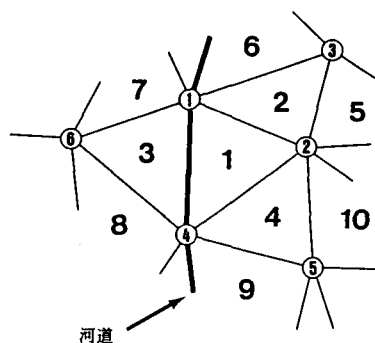


図1 メッシュ区画の三角形要素への分割

- (a) メッシュ区画内に上流端が存在する場合
 (b) メッシュ区画内に合流点が存在する場合
 (c) メッシュ区画内に下流端が存在する場合
 (d) メッシュ区画内に河道が通過する場合



No. of Triangle	No. of Vertices	Adj. Triangles
1	-1 -4 2	4 2 -3
2	3 -1 2	1 5 6
3	6 -4 -1	-1 7 6
4	-4 5 2	10 1 9

図2 流域斜面・河道網の接続関係の配列表現

2.2 山登り線（最急勾配線）の求め方

山登り線を求める準備として、三角形 abc の辺 ac 上の点 $A(u, v, w)$ から辺 ac を通る直線 L 上で最急勾配となる点 $P(x', y', z')$ を求めることを考える（図3参照）。直線 L は、 t を媒介変数として

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 - c_1 \\ b_2 - c_2 \\ b_3 - c_3 \end{bmatrix} * t + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

と表され、 L 上の点を $P(x, y, z)$ とすると直線 AP の勾配 g は、

$$g = (z - w) / \sqrt{(x - u)^2 + (y - v)^2} \quad (2)$$

であたえられる。式(1)を式(2)に代入し、式(2)を t で微分したものを 0 とおくと、

$$t^* = t_1 / t_2$$

$$t_1 = (c_1 - u) \{ (b_1 - c_1)(c_3 - w) - (b_3 - c_3)(c_1 - u) \} + (c_2 - v) \{ (b_2 - c_2)(c_3 - w) - (b_2 - c_2)(c_2 - v) \}$$

$$t_2 = (b_3 - c_3) \{ (b_1 - c_1)(c_1 - u) - (b_2 - c_2)(c_2 - v) \} + (c_3 - w) \{ (b_2 - c_2)^2 - (b_3 - c_3)^2 \}$$

となり、式(1)に t^* を代入して $P(x', y', z')$ が求められる。簡単な計算により、 P^* は、 $t_2 > 0$ のとき勾配が最小となる点、 $t_2 < 0$ のとき勾配が最大となる点であり、 $t_2 = 0$ のとき、点 A からの最急勾配方向は直線 L と平行になることがわかる。以上を基礎として、山登り線は次のアルゴリズムで求められる。

① 山登り線の開始点 A の座標とその点を含む三角形要素番号を与える。

② 辺を選び P^* を計算する。

$t_2 < 0$ であり、かつ P^* が対象とする辺の内側にあれば、その点を採用する。 $t_2 < 0$ であるが、 P^* が対象とする辺の外側にあれば、その点に最も近い頂点を P^* とする。 $t_2 \geq 0$ ならばもう一つの辺を選び P^* を計算する。

③ 点 P^* が頂点であれば点 P^* を P として⑤に行く。

④ 点 P^* が辺上にあれば点 P^* を P とし、2.1の④で作製した配列を用いて三角形要素番号を更新して②に行く。

⑤ 頂点を共有するすべての三角形要素の対辺について、最急勾配を計算し、そのうちで最も大きな登り勾配となる点を P^* とし、③へ行く。

⑥ ⑤で登るべき点が存在しなければその点は山頂であり、計算を終える。

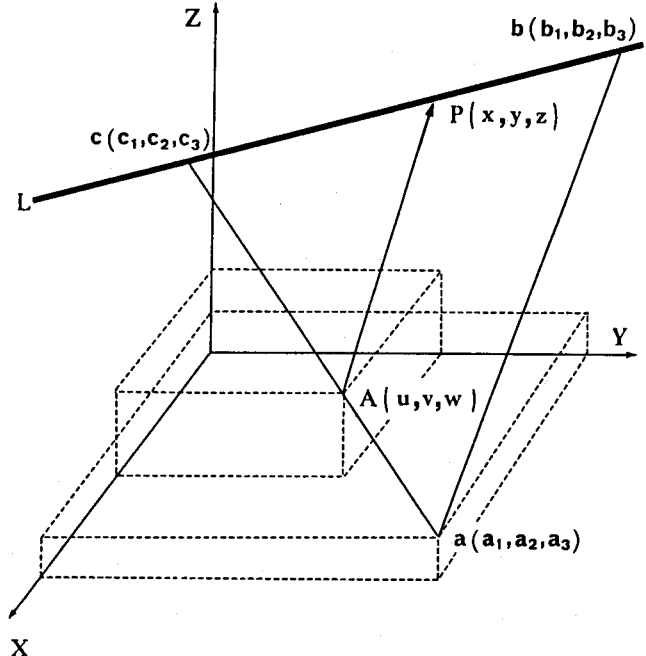


図3 点 A から直線 L へ至る勾配の計算

2.3 流域界決定アルゴリズム

流域内に存在する全ての山頂と峠をさがしだす。対象とする頂点が、隣接する全ての頂点よりも高ければその頂点は山頂であり、まわりに高い頂点と低い頂点とが交互に存在するならばその頂点は峠と考えることができる。峠である頂点から、その頂点を共有するすべての三角形の対辺について最急勾配を計算する。その勾配が正であれば山頂または峠に至るまで山登り線を追跡する。各頂点（山頂または峠）について、これらの山登り線で結び付けられる山頂または峠の番号を記憶する。たとえば図4で、峠2には山頂1,3,4が、山頂4には峠2,5,7が接続している。流域界は、一連の山頂または峠とこれらを結ぶ山登り線からなる。次の手順で流域界を描く。

- ① 流域下流端から左岸側に出発し、山頂または峠に至るまで山登り線（＝流域界）を描く。図4では1番の山頂に登る。
- ② すでに到達した流域界上の頂点または峠から、これに接続する山登り線のうち一番左側にある山登り線をたどり、次の山頂または峠に行く。図4で、4番の山頂からは、7番の峠へ行く。
- ③ 行き止まりになったら戻る。図4で、11番の山頂に来たら、10番の峠へ戻る。
- ④ 到達した頂点が、流域下流端から右岸を登って到達した山頂または峠ならば、計算を終える。

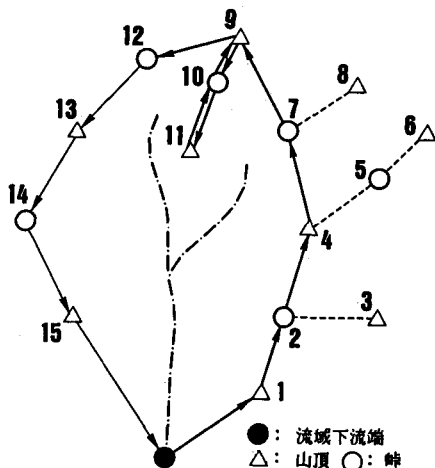


図4 流域界決定アルゴリズム

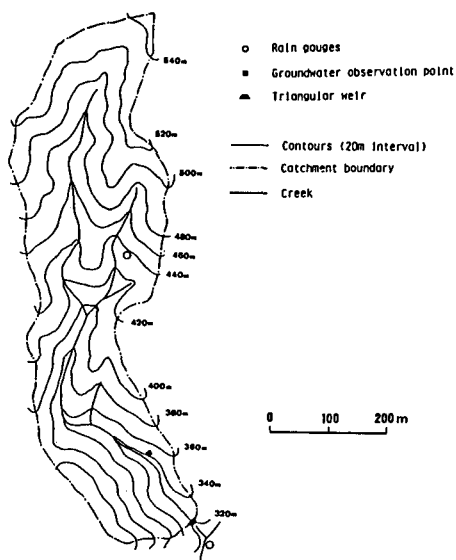


図5 荒川試験地梅ヶ谷流域

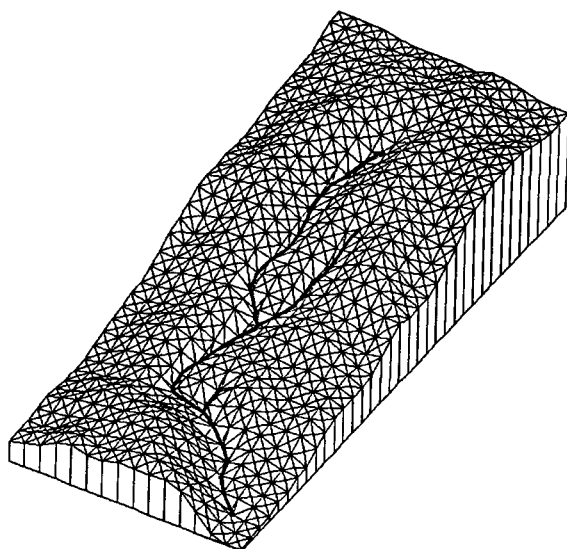


図6 三角形要素を用いた梅ヶ谷流域の表現

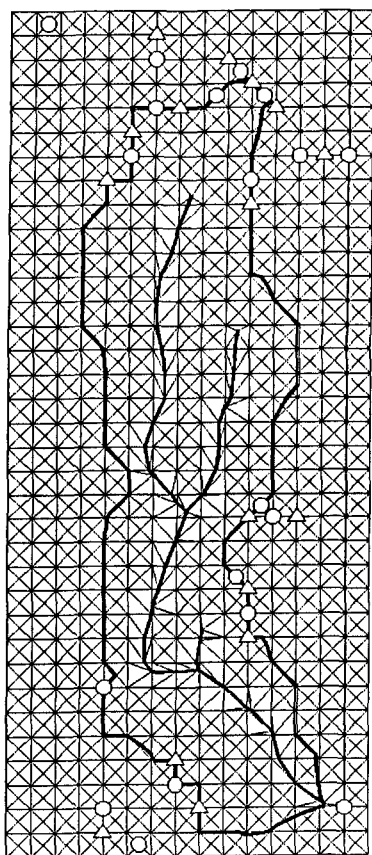


図7 梅ヶ谷流域の流域界

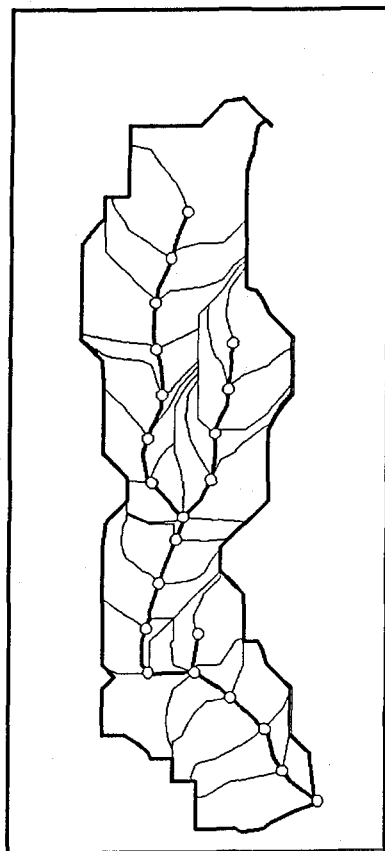


図8 梅ヶ谷流域の斜面要素への分割

2. 4 山登り線による流域斜面の分割

- ① 下流端から河道を構成する辺上に一定の距離ごとに分点を設定する。
- ② これらの分点から河道の両側の斜面をさかのぼる山登り線（最急勾配線）を描く。
- ③ 隣合う山登り線と河道および流域界に囲まれた斜面を1つの分割斜面とする。

2. 5 実流域への適用

荒川試験地梅ヶ谷流域⁴⁾に本システムを適用した。荒川試験地は野洲川の支川荒川西流の最上流部に位置し、その中で梅ヶ谷流域は流域面積 0.184km^2 の山間地小流域である。その形状を図5に示す。国土地理院発行の2万5千分の1地形図をもとに等高線と河道をデジタイザーを用いて電子計算機に入力した。図6は三角形要素で表した流域を立体的に示したものである。流域界を自動的に決定した結果と山登り線による流域の斜面要素への分割の結果を図7、図8に示す。

3. 準3次元斜面要素モデル

流域斜面の微地形に即した場のモデルを構成するために、斜面の縦断形状・平面形状を3次スプライン関数を用いて表した準3次元的な斜面要素モデルを示す。そこでの雨水流出モデルは、斜面幅・斜面勾配の変化を式中に組み込み、中間流の存在を考慮した kinematic wave モデルである。このモデルは実地形のデータを直接組み込むことが可能であり、流域地形が出水に及ぼす影響を調査しうる基本モデルである。

3. 1 準3次元斜面要素モデルの構成

斜面勾配・斜面幅をパターン化せず、分割斜面のデータ（斜面幅・標高）を電子計算機を用いて自動的に算定し、そのデータを用いて斜面形状を表現する3次スプライン補間関数を構成する。3次スプライン補間関数を用いて表した近似斜面形状を図9に示す。3次スプライン補間関数による補間の理論的な利点は、導関数が連続になるので次節での流れの基礎式が取り扱いやすく、その導関数も容易に求めることができる点にある。

3. 2 斜面幅と斜面勾配の変動を考慮したKinematic Waveモデル

分割斜面要素での表層付近の流れの模式図を図10に示す。図中 x は斜面上端から落水線に沿って計る距離であり、 $b(x)$ は距離 x での斜面幅、 $\theta(x)$ は地表面勾配である。 y は水平方向の距離、 h は水深を表す。この斜面要素は一樣な深さ D のA層に被覆されているとし、A層が不飽和である場所では雨水は直ちにA層に浸透するものとする。 q を単位幅当りの地表面に沿う流量とすれば、連続式・運動式は、

$$\text{【連続式】 } \partial h / \partial t + (1/b(x)) \partial / \partial x \{ q \cdot b(x) \} = r(x, t) \cos \theta(x)$$

$$\text{【運動式】 } 0 < h < d \text{ のとき、 } q = k \cdot \sin \theta(x) / \gamma \cdot h$$

$$h \leq d \text{ のとき、 } q = \sqrt{\sin \theta(x)} / n \cdot (h-d)^m + k \cdot \sin \theta(x) / \gamma \cdot h$$

で表される。式中、 $r(x, t)$ は位置 x 、時間 t での鉛直方向の降雨強度、 γ はA層の有効空隙率、 k はA層の透水係数、 d は見かけのA層厚 $\gamma \cdot D$ 、 n はManningの粗度係数、 $m=5/3$ である。実際の計算は距離 x を水平距離 y に変換して行う。 $\sin \theta(x)$ 、 $\cos \theta(x)$ の値はスプライン補間式によって計算できる。

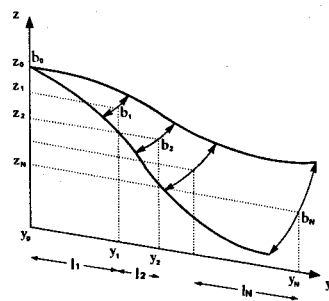


図9 準3次元斜面要素モデル

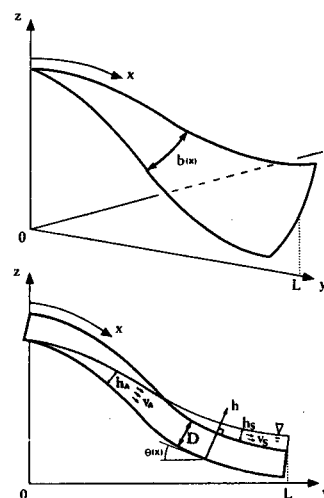


図10 流れのモデル

4. おわりに

デジタイザーによって地形図から読み取った等高線・河道、あるいは国土数値情報の標高データファイル・流路位置ファイルのデータを電子計算機に入力すれば、計算機内部で自動的に流域界を決定し、流域を斜面要素群に分割するシステムを開発した。自動的に分割した斜面要素一つ一つに斜面要素モデルを適用すれば、河道網構造に即して斜面・河道網の雨水流を追跡することが可能となる。また、斜面長・斜面幅、流域斜面の収束・発散の度合などの地形量の統計解析も可能となり、最終的には物理的基礎を踏まえた統計的な流出モデルを構築することができると考えている。

参考文献

- 1) 高棹琢馬・椎葉充晴・立川康人：流域微地形に対応した準3次元流出モデル，京都大学防災研究所年報，第31号B-2，pp. 341-355，1988。
- 2) E. M. O'Loughlin：Prediction of Surface Saturation Zones in Natural Catchments by Topographic Analysis, Water Resources Research, Vol.22, No.5, pp.794-804, 1986。
- 3) Palacios-Vélez, O and Cuivas-renaud, B：Automated river-course, ridge and basin delineation from digital elevation data, J. Hydrology, 86, pp. 299-314, 1986。
- 4) 京都大学防災研究所水文学部門：荒川試験地水文観測資料，1976。