

流出予測モデルとその比較について

Flood forecasting and comparison with the accuracy of forecasting by some rainfall-runoff models

宇都宮大学工学部 学生員 高山 博行 Hiroyuki TAKAYAMA

宇都宮大学工学部 正会員 長谷部 正彦 Masahiko HASEBE

北海道開発局開発土木研究所 正会員 星 清 Kiyoshi HOSHI

東京工業大学工学部 正会員 日野 幹雄 Mikio HINO

In this paper, the authors propose a system of nonlinear flood forecasting by the filter separation AR method.

Firstly, we compare the flood prediction of three methods (a regression model, a unit hydrograph and a quasi-physically based model cited from the paper of Loague and Freeze, 1985) with one of the filter separation AR method on data sets from the Washita River Experimental Watershed.

Secondly, we calculate and compare the modeling efficiencies of real time forecasting by the filter separation AR method with the generalized storage function method to which Karman filtering theory is applied and the tank model method.

key words: filter separation AR method, generalized storage function method, tank model method.

1. まえがき

最近では、計算機の発達により多くの流出モデルが確立され、各々のモデルが降雨-流出過程の非線形性をいかにモデルに反映させ、簡単な構造で表現させるか議論され続けてきた。一方、ダムの放流時における最適操作、洪水の予報等において流出モデルの信頼性を十分に把握したオンライン操作の急務が重要視されている。特に、流出モデルの予測では、その解析した現時点でのハイドログラフが実測のハイドログラフをかなりの精度で再現していなければならない、さらには予測に関して、システムへの入力となる降雨をどう予測したらよいのか問題点が多い。また、流出予測の数時間先の信頼性の評価等、流出予測システムとして適用するには種々の制限が伴う。ここでは、オンライン予測の適用に際して以下の条件を考える。

- ① 流出モデルは、水文系の物理的基礎の上に構築されていること。
- ② 降雨-流出過程の非線形性を比較的単純な構造で表現できること。
- ③ 流出モデルのパラメーターが同一河川に対して洪水毎に余り変化しないこと。
- ④ 計算時間が短いこと。
- ⑤ 予測精度が高いこと。

以上のような条件を満たすことがオンライン予測システムとしては、流出モデルの適応性からも重要と言える。また、各モデルの評価に関しては目的によりその基準は異なるが、本論文では、特に洪水のハイドログラフの予測誤差、洪水の予測ピーク部などに着目して検討してみた。

現在では、流出モデルとして一成分系、多成分系それぞれの線形モデル、非線形モデルの二つのタイプが存在しているが、本論文ではまず第一にこれらの中からよく知られている一成分系線形モデルを比較し、次に一成分系及び多成分系非線形モデルとフィルター分離AR法とを大・中・小河川流域の水文資料に適用して、その予測精度について検討した。

2. 各流出モデルとフィルター分離AR法

前述した二つのタイプの流出モデルから一成分系線形モデルとしては、単位図法、線形回帰モデルを選出

し、一成分系非線形モデルとしては、準物理モデル、カルマン・フィルター理論を応用した一般化貯留関数法、さらに多成分系非線形モデルとしてタンクモデル法をそれぞれ選出した。

2・1 線形流出モデルとフィルター分離AR法

ここでは、K.M.Loague and R.A.Freeze (1985)¹⁾ による論文で発表されたオクラホマ州に位置するワシタ川 (A=0.1km²) の例を基にフィルター分離AR法をその同一水文資料に適用させ流出予測を行った。²⁾

以下に適用モデルとその構造を示す。

(a) 線形回帰モデル

降水量と流出量に関する線形回帰式を適用して以下の式により流出予測を行っている。

$$\begin{aligned} Q_D &= a_1 P_D + a_2 \\ Q_{PK} &= a_3 P_{MX} + a_4 \\ t_{PK} &= a_5 t_{MX} + a_6 \end{aligned} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 P_D ：総雨量、 Q_D ：総流出高、 Q_{PK} ：ピーク流出量、 P_{MX} ：ピーク降雨量、 t_{MX} ：ピークまでの降雨到達時間、 t_{PK} ：ピーク流出時間、 $a_1 \sim a_6$ ：パラメーターであり、検証期間と予測期間に区別して、検証期間の水文資料により決定する。

(b) 単位図法

流出量 $Q'(t)$ を瞬間単位図 $u(t)$ より次式で求める。

$$Q'(t) = \int_0^t u(t-\tau) r'(\tau) d\tau \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 $r'(t)$ ：余剰降雨量、 $Q'(t)$ ：直接流出量でありそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} r'(t) &= r(t) - \phi \\ Q'(t) &= Q(t) - Q_b(t) \end{aligned} \quad \text{----- (3)}$$

ここに、 $r(t)$ 、 $Q(t)$ ：それぞれ観測の降雨量、流出量、 $Q_b(t)$ ：基底流出量、 ϕ ：指数であり、それぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \phi &= a_7 P_D + a_8 P_{MX} \\ Q_b(t) &= Q_0 + a_9 t \quad (Q_b(t) < Q(t)) \end{aligned} \quad \text{----- (4)}$$

ここに、 P_D 、 P_{MX} ：前出と同様、 Q_0 ：初期流量、 $a_7 \sim a_9$ ：パラメーターであり、検証区間の水文資料により同定する。なお、検証区間においては n 洪水により n 個の瞬間単位図が推定されるが、予測区間については n 個の単位図を平均したものをを用いる。

(c) 準物理モデル

このモデルは線形モデルではないが文献²⁾で解析されているのでこの章に示す。なお、計算の詳細は、文献²⁾を参照されたい。

以上の三つのモデルにより計算された結果を図-1に示す。

(d) フィルター分離AR法

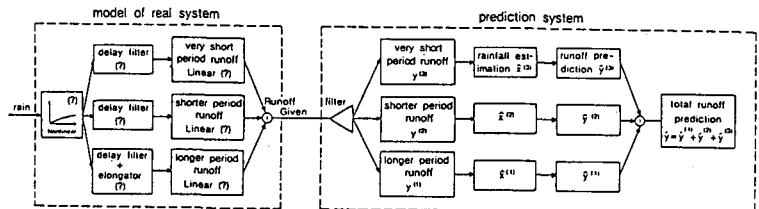


図-2 フィルター分離AR法の予測システム

フィルター分離AR法の予測システムを図-2に示す。また、フィルター分離AR法による流出予測の手順は以下に示す通りである。

- ① 洪水通減部の T_c (分離時定数) により、低周波数値フィルターを用いて長周期成分、短周期成分の成分流出に分離する。もし更に降雨強度の強い場合は、短周期成分を二つに分離する。
- ② 流出分離された成分にARモデルを適用して、AR係数を決定し、この係数から単位図 (応答関数) を推定する。
- ③ 各成分の単位図、AR係数から各流出成分に寄与する有効降雨を逆推定する。
- ④ 各成分の単位図、AR係数と逆推定降雨とから各成分の流量時系列が予測される。

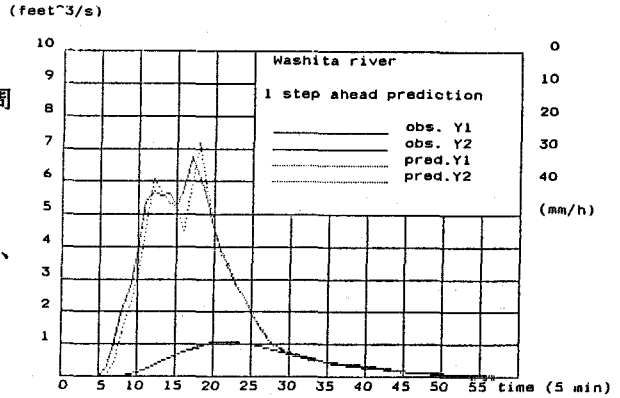


図-3 フィルター分離AR法 (ワシタ川)

この方法による流出解析及び流出予測を図-3に示した。図-1から理解できるように流出予測に関して線形モデルでは、あまり良い結果が得られていないことがわかる。²⁾

2・2 非線形流出モデルとフィルター分離AR法

非線形流出モデルの採用に関しては、一成分系非線形モデルとしてカルマン・フィルター理論を応用した一般化貯留関数法、多成分系非線形モデルとしてはタンクモデル法をそれぞれ採用した。これらのモデルと多成分系非線形モデルであるフィルター分離AR法との予測精度について比較検討した。比較を行うに際し、入力となる降雨は全モデル共通にした。(降雨の3時間移動平均をしたものを入力として1~3ステップ先の予測を行う。)

対象流域には、大流域の例として石狩川流域の納内橋観測地点 ($A=3558\text{km}^2$)、中流域の例として小貝川流域の三谷地点 ($A=224.9\text{km}^2$) の水文資料を用いた。以下に各モデルを簡単に紹介する。

(a) 一般化貯留関数法

採用モデルの構造式は、Model I として Prasad によって提案されたものにピーク近傍の曲率の項を加えたハイドログラフの形状特性を考慮した貯留構造を採用し、Model II としては星³⁾による貯留量~流量曲線の二価性を表現するために Kinematic wave 理論から明確にした貯留構造を採用した。それぞれの運動方程式および連続の式は次式で与えられる。

$$\text{Model I: } S=k_1q^p+k_2\frac{dq}{dt}+k_3\frac{d^2q}{dt^2}, \frac{ds}{dt}=fr-q \quad \text{----- (5)}$$

$$\text{Model II: } S=k_1q^{p_1}+k_2\frac{d}{dt}(q^{p_2}), \frac{ds}{dt}=fr-q \quad \text{----- (6)}$$

ここに、 s : 貯留高 (mm)、 q : 流出高 (mm/h)、 r : 雨量強度 (mm/h)、 f : 流出率、 k_1 、 k_2 、 k_3 、 p 、 p_1 、 p_2 : モデルパラメーター。

また、上式において従来の貯留関数法と異なる点は、 k_1 に流域特性値、 k_2 に流域特性値及び降雨特性値が含まれており、Kinematic wave モデルを集中化することにより推定される。

流出予測に際しては、式 (5)、(6) をそれぞれ非線形連立微分方程式を数値解法で解くことになるが、ここでは流量予測、モデルパラメーターのオンライン推定が可能となるカルマン・フィルター理論を適用する。ただし、適用するにはそれぞれの式 (5)、(6) を線形化方程式に変換する。そのために式 (5)、(6) を q について解くための変数変換を次式により行う。

$$\text{Model I: } x_1=q, x_2=\frac{dq}{dt}, x_3=\frac{d^2q}{dt^2} \quad \text{----- (7)}$$

$$\text{Model II: } x_1=q^{p_2}, x_2=\frac{d}{dt}(q^{p_2}) \quad \text{----- (8)}$$

これ以降の解法については文献³⁾に委ねることにし以上を整理すれば次式に示す状態変量の差分近似したシステム方程式と観測方程式が得られる。

$$X_{k+1} = \phi_k X_k + \Gamma_k D_k + w_k \quad \text{----- (9)}$$

$$Z_k = H_k X_k + v_k \quad \text{----- (10)}$$

ここに、 X_k ：($n \times 1$)の状態変量ベクトル、 ϕ_k ：($n \times n$)の遷移行列、 Γ_k ：($n \times n$)の係数行列、 D_k ：($n \times 1$)の確定変数ベクトル、 w_k ：($n \times 1$)のシステム誤差ベクトル、 Z_k ：(1×1)の観測値(状態変量のうちの一個)、 H_k ：($1 \times n$)の係数ベクトル、 v_k ：観測誤差

また、解析上問題となることはモデルパラメーターの状態変量の推定であるが、Model I ではパラメーターに関する推定誤差共分散が新しい観測値を入手するまで変化しないとして、初期値を水文資料から最適手法により設定し、 k_1 、 k_2 の同定を行う。Model II では、パラメーター k_1 、 k_2 、 p_1 、 p_2 は固定されているので定数固定に伴う予測精度の劣化を防ぐために、その影響を状態変量と定数の分散・共分散で補償し同定を行う。(なお、入力となる降雨は3時間移動平均を外挿している。)

以上の流出予測の結果を図-4、5に示した。

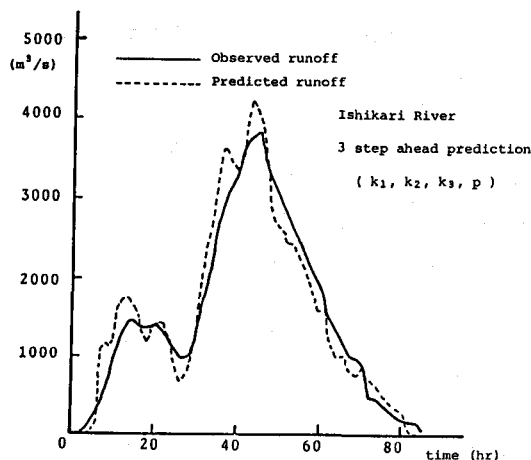


図-4 流出予測 (Model I)

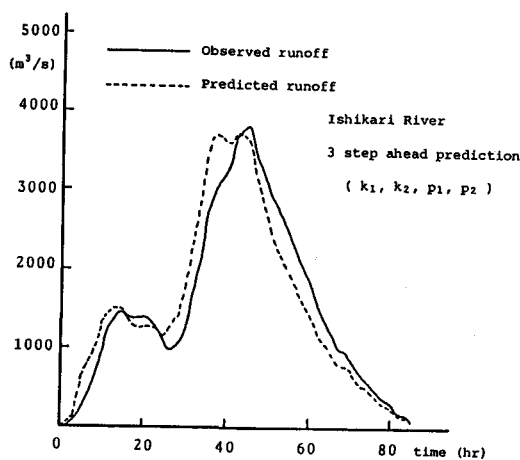


図-5 流出予測 (Model II)

(b) タンクモデル法

本論文では、菅原の方法による試行錯誤によって、タンクの孔の係数、流出孔の高さを決定した。その結果、図-6に示すような三段直列構造のタンクを採用した。なお、モデルの最適の評価は、実測流量と推定流量の差の分散が最小となるように次式で検討した。

$$\frac{\sum (q_{obs} - q_{cal})^2}{n} \rightarrow \min \quad \text{----- (11)}$$

ここに、 q_{obs} ：実測流量、 q_{cal} ：推定流量、 n ：データ数。 図-7に石狩川流域の流出解析結果(対数表示)を示す。図-8には流出予測の結果を示す。

(c) フィルター分離AR法

先に示した予測システムの手順(図-2)により予測を行う。ただし、降雨の外挿については流量から逆推定した有効降雨を用いる。逆推定有効降雨の入力方法は次のようである。

長周期成分降雨：地下水に依存する降雨は、土壤の浸透過程は平滑でなだらかに変化すると仮定して、単純外挿により将来の有効降雨が次式で求まる。

$$x_{i+1,p}^{(1)} = (\rho^{(1)})^p x_i^{(1)} \quad \text{----- (12)}$$

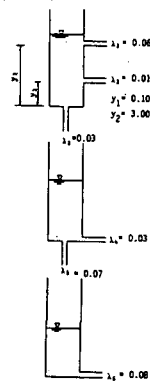


図-6 タンクの構造

ここに、 X_{i+10} ：現時点より i p 時間先の有効雨量、 ρ ：外挿の荷重 ($\rho = 0.8$)
 短周期成分降雨：表面・中間に依存する降雨は、逆推定降雨の長周期成分降雨を除いた降雨の3時間移動
 平均降雨を外挿する。

流出予測の結果を図-9に示す。

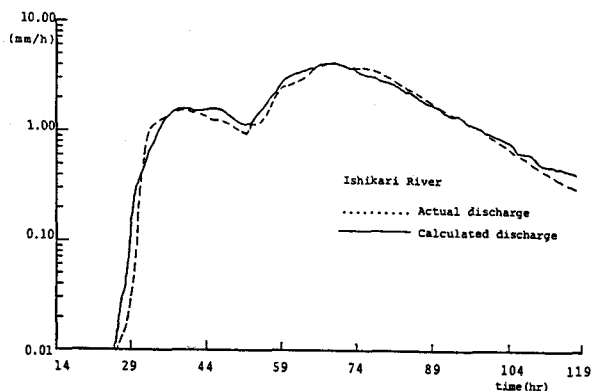


図-7 流出解析 (タンクモデル)

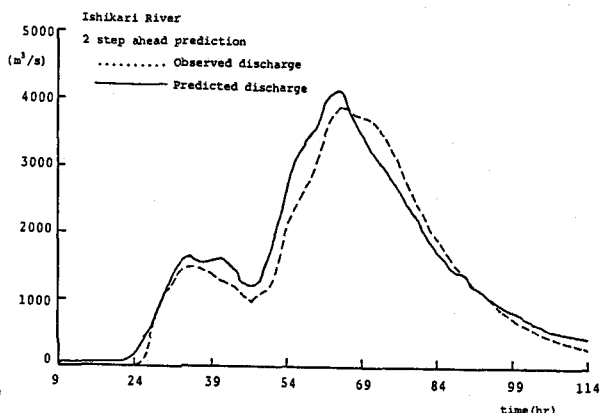


図-8 流出予測 (タンクモデル)

3. 考察と結果

1) 線形流出モデルについては、Freezeらの論文¹⁾の予測ステップ数が判らないので、結果の判断はしかねるが実測ハイドログラフと予測ハイドログラフの比較では再現性は良いとは思えなかった。これは、以下のことが原因によるものと推測できる。

- ・ 流出に関する応答関数が長周期応答となるような流域、つまり、流出波形が滑らかに変化するような場合ならばある程度の再現性は期待できるかもしれない。
- ・ 降雨-流出過程を1入力1出力で取り扱うならば、この流域の場合には非線形性が強いと思われるのでモデル構造に何らかの非線形性を反映させる必要がある。

2) 非線形流出モデルについて、カルマン・フィルタ

ー理論を応用した一般化貯留関数法 (Model I, Model II)、タンクモデル法、フィルター分離AR法により1~3時間先の流出予測を石狩川流域、小貝川流域を例にとり行ってきた。まず、予測流量と実測流量のハイドログラフに関する時系列的予測誤差の変動を見るため、予測流量と実測流量の差の自乗誤差の分散 (予測誤差) を次式により求めた。

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y_{i+ip} - y_{T(i+ip)})^2}{T(i+ip)} \quad \text{----- (13)}$$

ここに、 σ ：予測誤差、 y_{i+10} ：現時点より i p 時間先の予測流量、 y_T ：時刻 $T(i+ip)$ での実測流量。図-10にそれぞれ石狩川流域の例を示す。

また、図-11には流量ハイドログラフの予測ピーク流量と実測ピーク流量の比を各予測ステップ数毎に

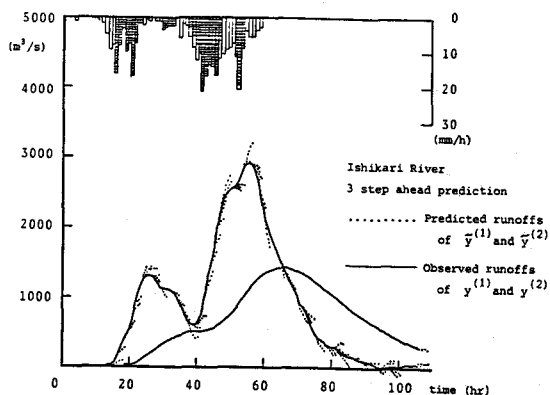


図-9 流出予測 (フィルター分離AR法)

表したものであり、図よりその比が1に近いモデルがピーク流量の精度を良く表現していることを示している。以下に、各モデルに対しそれぞれの図から判断できることについて考察を行う。

図-10の石狩川流域を例にとると、それぞれの予測誤差挙動は各流出モデルに対して特徴のあるものと判断できる。一般化貯留関数法 (Model I, Model II) の場合は、Model I, II共にハイドログラフの形状に似た挙動を示している。特に、図-10から判断できることはハイドログラフ上の2山のピーク部に対して立ち上がり部分で予測誤差が増加し、その逓減部近傍で誤差を打ち消す傾向にある。これは、これらのモデルが逓減部によく適合していることを示唆しているものと推測できる。さらに、Model I では前半30時間位までは Model II より精度が良く、逆に30時間以降では Model II の方が精度が良い傾向にある。また、予測ハイドログラフで判断するならば、Model I は予測ステップ数が増えるに伴い振動傾向にある。おそらく、運動方程式に曲率の項を含んでいることに関連しているように思われる。タンクモデル法の場合は、時系列的にみると直線的増加傾向を示し、特に前半部のピークと後半部のピークの間で急激に変化しているようである。フィルター分離AR法の場合では、他のモデルに比べてやや予測精度の高いことがわかる。特に1、2時間先の予測精度についてはほぼ一定に向かう傾向を示している。

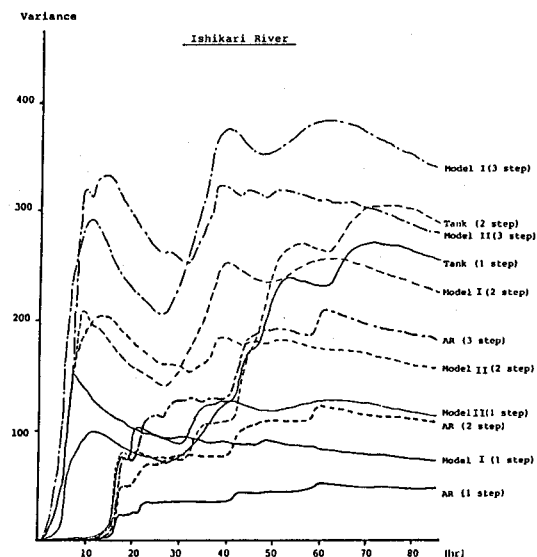


図-10 予測誤差の比較

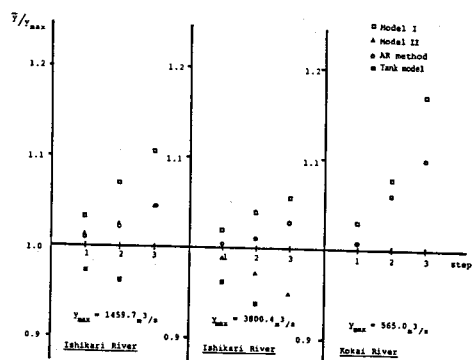


図-11 ピーク流量の比較

図-11においては、各モデルとも予測ステップ数が増えるとともに予測精度が悪くなるという当然の結果を示している。石狩川流域については、Model I はModel IIに比べ前半のピーク流量比がModel IIの方がよく、後半のピーク流量比ではModel Iの方がよいことが判る。さらに、Model IIでは後半のピーク流量比は実測流量のピークよりも小さくなっている。タンクモデル法では、前・後半予測ピーク流量が実測を下回っていることが判る。フィルター分離AR法においては、前・後半ともほぼ同じような傾向を示している。この場合も、フィルター分離AR法は他のモデルに比べやや精度がよいと言える。

石狩川、小貝川の両流域において、予測ステップ時間が1時間位の場合には、ここに挙げた流出モデルの予測精度から判断するとモデルには殆ど差がないが、長時間にするとフィルター分離AR法による流出予測の精度が良くなっているように思われる。

参考文献

- 1) Loague, K.M and R.A. Freeze : A Comparison of Rainfall-Runoff Modeling Techniques on Small Upland Catchments, Water Resources Research, Vol 21, No.2, 1985
- 2) 長谷部正彦・日野幹雄：幾つかのモデルによる洪水のオンライン予測、第31回水理講演会論文集、1987
- 3) 星 清：洪水予測システムの基礎的検討(1),(2), 北海道開発局土木試験所月報、No.385, No.386, 1985