

吸い込み・吹き出し速度の armor coat 形成に及ぼす影響

Effect of Suction or Injection through Bottom on Armor Coat Formation

京都大学工学部 中川 博次 H. Nakagawa
 金沢大学工学部 辻本 哲郎 T. Tsujimoto
 京都大学工学部 村上 正吾 S. Murakami
 京都大学工学部 清水 義彦 Y. Shimizu

1. まえがき

礫床河川の河床は、一般に広い粒度分布を有し、その高い透水性のため、河床表層に誘起される浸透流の存在は無視し得ず、流砂現象に種々の影響を及ぼしているものと推測される。例えば、混合砂の場合、粒径によって流送特性が異なるため、必然的に非平衡状態が出現し、結果としていわゆる分級現象が顕著となってくる。一方、透水性河床内の浸透流の存在は、河床境界面を通しての、浸透流と表面流との間の活発な質量・運動量交換の存在を意味しており、これが、表面流の構造を変化させるとともに、流砂現象の変化をも産む。こうした影響は、粒径によって相当大きく異なることが予想され、結果として、粒径別選択輸送の継続による河床粒度構成の変化過程、armor coat の形成・伝播過程に顕著な変化を産むことが考えられる。ところで、浸透流と表面流の著しい相互作用を代表する境界面を通しての変動する transpiration (流出) 速度そのものの検討は容易ではなく、ここでは、比較的取り扱いが容易な定常な transpiration (suction あるいは injection) の存在を考え、これによる表面流の構造の変化、また混合砂礫床を構成する各粒径の粒子の流送への直接的・間接的な影響を検討し、代表的な分級現象である armoring への効果を明らかにする。こうした定常な transpiration の流砂現象への影響を明らかにすることは、より一般的な透水性河床での流砂現象を考える上で重要な役割を果たすものと考えられる。

2. 流出入流速の混合砂床上の開水路流れに及ぼす影響

混合砂礫の流送は、河床表面の粒度構成に影響されるとともに、流送によって河床粒度構成そのものも変化する複雑な現象であり、その合理的記述のためには、砂粒の運動特性を粒径別に明らかにすることが重要である。また、その本質的な非平衡性を考慮すると、pick-up rate と step length より構成される stochastic model の適用が適切と考えられる。これらのことより、初期移動および流送過程の代表特性量である pick-up rate, step length の粒径別の特性を、力学的合理性に留意して評価する必要がある。そのためには、砂粒に作用する流体力を適切に評価することが重要で、先ず、transpiration 速度の存在する混合砂礫床上の流れの流速分布の検討を進める。著者らは、すでに transpiration 速度 v_0 (吹き出しを正とする) の存在する粗面河床上の流れに対するいわゆる対数 2 乗則を誘導しており¹⁾、次式で表わされる。

$$U^+ \equiv \frac{U}{u_*} = \frac{v_0^+}{4\kappa_0^2} \left(\ln \frac{y}{k_s} \right)^2 + \frac{1}{\kappa_0} \left(\frac{v_0^+}{2} D_r + 1 \right) \ln \frac{y}{k_s} + \left(\frac{v_0^+}{4} D_r + 1 \right) D_r \quad \dots\dots\dots (1)$$

但し、 U : 表面流の流速、 u_* : 摩擦速度、 $v_0^+ \equiv v_0/u_*$ 、 κ_0 : カルマン定数、 $D_r = (1/\kappa_0) \ln(y_0/k_s)$ 、 $y_0: v_0 = 0$ の場合、対数則を適用して流速が 0 となる高さ、 k_s : 等価砂粗度である。式(1)の適用性は、一様砂礫床上の流れに対しては、実験的に確かめられている¹⁾。ところで、混合砂礫床上の流れの場合は、等価砂粗度 k_s の評価が重要であるにも関わらず、transpiration 速度がない場合においてさえ、 k_s として経験的に平均粒径 d_m 、65% 粒径 d_{65} や、他の粒径が用いられるが、その物理的意味は明確でない。ここでは、transpiration 速度が存在する混合砂礫上の流れに対する等価砂粗度の合理的な評価を行うため、既に著者らによって提案されている「相当径」(equivalent size) の概念を適用する²⁾。すなわち、transpiration 速度の存在する混合砂礫床上の流速分布によって代表される流れの特性が、ある均一粒子径 d_e より成る河床上のそれと等価である時、2つの

河床での単位面積当りの掃流力は同一であるはずであり、従って次式が成立する。

$$\varepsilon_0 C_{D0} \frac{1}{2} \rho u_{b0}^2 A_2 d_s^2 \frac{1}{A_2 d_s^2} = \sum \varepsilon_{0i} C_{D0i} \frac{1}{2} \rho u_{bi}^2 A_2 d_i^2 \frac{p_i}{A_2 d_i^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 ε ：遮蔽係数、 C_D ：抗力係数、 ρ ：流体の密度、 u_b ：砂粒近傍の局所流速、 A_2 ：砂粒の2次元形状係数、 p_i ：粒径 d_i の砂の体積の全体積に対する割合、添字 0 は均一砂、添字 i は粒径 d_i の粒度クラス i の砂に対する諸量をそれぞれ示す。簡単のため、各粒径について ε_{0i} 、 C_{D0i} が共通で、均一砂のそれに等しいと仮定する。また、粗度特性が同一であることより、両河床の上での流速分布は同一であり、transpiration 速度の存在する粗面乱流に対する2乗対数則が適用されるものとする、式(2)は次のように書き直せる。

$$\left[A_0 \left\{ \ln \frac{a}{\alpha} \right\}^2 + B_0 \ln \frac{a}{\alpha} + C_0 \right]^2 = \int_{\eta_e}^{\infty} \left[A_0 \left\{ \ln \frac{a\eta}{\alpha\eta_e} \right\}^2 + B_0 \ln \frac{a\eta}{\alpha\eta_e} + C_0 \right]^2 p(\eta) d\eta \quad \dots\dots\dots (3)$$

但し、

$$A_0 = v_0^+ / 4 \kappa_0^2, \quad B_0 = (v_0^+ D_r / 2 + 1) / \kappa_0, \quad C_0 = (v_0^+ D_r / 4 + 1) D_r \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\eta = d / d_{50}, \quad \eta_e = d_e / d_{50}, \quad \eta_c = \alpha \eta_e / 30.1 a \quad \dots\dots\dots (5)$$

であり、 d_{50} ：混合砂の中央粒径、 a ：混合砂礫床における流速分布の理論的河床面からの砂粒中心の無次元高さ ($a \equiv y_i / d_i \cong 0.5$ がほぼ認められる)、 $\alpha = k_s / d$ ($\alpha = 1 \sim 3$)、 $p(\eta)$ ：粒度分布の密度関数である。なお、式(3)では、 $d < (k_s / 30.1 a)$ の小粒径の砂に対しては抗力が作用しないものとしている。式(3)より、 $\ln \eta_e$ についての4次の方程式が得られる。ここでは、実河川の河床材料の粒度構成を良く表示すると言われる対数正規分布型の粒度分布を対象とし、さらに、 $\alpha = 1$ ($k_s = d_e$ 、よって $\eta_e = k_s / d_{50}$) とした時の、式(3)の解 η_e の粒度分布の幾何学的標準偏差 σ_g ($\equiv \sqrt{d_{84} / d_{16}}$) に対する変化を、 v_0^+ をパラメータにして示した。図より、transpiration 速度が存在する混合砂礫床上の流れに対する等価砂粗度は、無い場合のそれを援

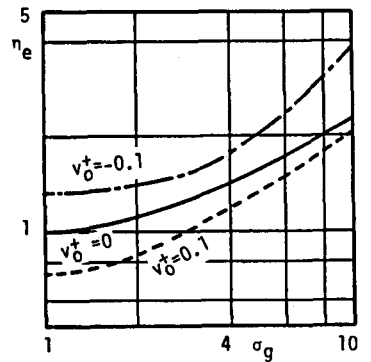


図-1 等価砂粗度の評価

用し難いことが知れる。また、吹き出しの場合は、無い場合よりも、等価砂粗度が小さくなる傾向にあり、吸込みの場合は逆の傾向を呈するとともに、その効果は、吹き出しより大きいことも理解される。次に、transpiration の混合砂礫床上の流れの抵抗に及ぼす影響についての検討を行う。ここでは、その効果を示す指標として、 $\Omega \equiv U_{mn} / U_m$ を導入する。但し、 U_m は平均流速であり、添字 n は、transpiration が無くて、同一の表面流量とエネルギー勾配を有する流れに対する諸量を示す。また、この時、 Ω については、 $\Omega = h / h_n = \sqrt[3]{f / f_n}$ と表わすことも可能である。ここに、 h ：水深、 f ：抵抗係数である。式(1)を水深に亘って積分し、transpiration のある場合とない場合の比較を行うことにより、流水抵抗に及ぼす transpiration の効果を表わす次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{v_0^+}{4} \left\{ \frac{2}{f_n} + \frac{(\ln \Omega)^2 + 1}{\kappa_0} \right\} + \frac{\ln \Omega}{\kappa_0} \left(1 + \frac{v_0^+}{2\kappa_0} \ln \frac{k_{sn}}{k_s} \right) + \frac{1}{\kappa_0} \ln \frac{k_{sn}}{k_s} \left(1 + \frac{v_0^+}{4\kappa_0} \ln \frac{k_{sn}}{k_s} \right) \\ & = \sqrt{\frac{2}{f_n}} \left[\Omega^{-\frac{3}{2}} - \frac{v_0^+}{2\kappa_0} \left(\ln \Omega + \ln \frac{k_{sn}}{k_s} \right) - 1 \right] \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

均一砂の場合と異なり、上式には、transpiration の存在によって、等価砂粗度が変化することによる付加項が加わる。図-2 は、 $f_n = \text{const.}$ として、 σ_g をパラメータとして $\Omega \sim v_0^+$ 関係を示したものである。但し、 $k_{sn} / k_s = d_{sn} / d_s$ と見なし、式(3)より評価を行った。図より、混合砂礫床においても、吹き出しによる抵抗減、吸い込みによる抵抗増が認められる。

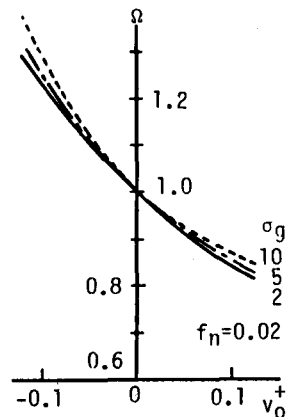


図-2 v_0^+ による抵抗変化

3. 流入流速の混合砂礫の粒径別運動特性に及ぼす影響

混合砂礫の流送に強い影響を与える粒径による移動限界の相違は、各粒径毎の平均的な存在高さ及び河床面からの抜け出し角の相違と、混合砂礫床の等価砂粒度に支配されている。著者らは、すでに、これらの要素のうち、平均存在高さ $v_0=0$ の場合の等価砂粒度 k_{sn} を取り込んだ形で、transpirationの存在する場合の粒径別無次元限界掃流力 τ_{*ci} 及び無次元粒径別 pick-up rate p_{s*i} を定式化しているが³⁾本研究では、式(3)、(6)にもとづいて、transpirationの存在による k_s の変化を取り込むことを意図しており、次式で表わされる。

$$p_{s*i} \equiv p_{si} \sqrt{\frac{d_i}{(\sigma/\rho-1)g}} = F_0 \frac{\tau_{*cn0}}{\tau_{*cni}} \frac{1}{\Psi_i} \tau_{*i} \left(1 - \frac{k_2 \Psi_i \tau_{*cni}}{\tau_{*i}}\right)^n \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\tau_{*ci}/\tau_{*c0} = (\Psi_i/\Psi) \cdot (\tau_{*cn0}/\tau_{*cni}) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\Psi_i = \Omega (1 + k_2 \mu_f) / [\tilde{\phi}_{0i}^2 \{1 + (k_L + \phi_{1i}) \mu_f\}], \quad \tau_{*i} = u_*^2 / \{(\sigma/\rho-1)gd_i\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\tilde{\phi}_{0i} = U_d^+ / U_{dni}^+; \quad \phi_{1i} = (\epsilon'_{0i} C'_{D0i} / \epsilon_{0i} C_{Di}) |v_0^+| v_0^+ / U_d^{+2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 F_0, k_2, n の定数については、不浸透性平坦河床での値を援用する。また、 k_L ：揚力と抗力の比、 μ_f ：砂の静止摩擦係数、 $\epsilon'_{0i} C'_{D0i}$ ： v_0 に対する遮蔽係数、抗力係数、 U_d ：河床砂礫近傍の局所流速、上付添字+は u_* で無次元化したことを、下付添字 n はtranspirationがない場合の値を、0は均一砂に対する値を示す。ところで、式(8)の中の $(\tau_{*cni}/\tau_{*cn0})$ は、粗面对数則を適用し、式(3)を考慮すると次式で表わされる。

$$\frac{\tau_{*cni}}{\tau_{*cn0}} = \left[\frac{\ln(30.1a)}{\ln\{30.1a(\eta_{mn}/\eta_{en})\zeta_i\}} \right]^2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $\eta_m \equiv d_m/d_{50}$ 、 $\zeta_i \equiv d_i/d_m$ 、 d_m ：平均粒径である。なお、芦田・道上⁴⁾は $\zeta_i \leq (1/30.1a)$ の場合には、式(11)は適用し難いことから、次のような修正を行っている。

$$\tau_{*cni}/\tau_{*cn0} = 0.85/\zeta_i \quad (\zeta_i \leq 0.4) \quad \dots\dots\dots (12)$$

本研究においても、小粒径のものに対しては、式(12)を用いる。図-3は、transpirationの存在による等価砂粒度の変化を考慮して、式(8)、(12)にもとづいて粒径別無次元限界掃流力の混合砂の平均粒径に等しい均一砂のそれに対する比 (τ_{*ci}/τ_{*c0}) を示したものである。一方、図-4は、粒径別無次元限界掃流力と均一砂のそれとの比が、transpirationの存在によってどのように変化するかを示したもので、両図より、吹き出しに対しては細粒分の運動が抑制され、粗粒分の運動は促進される。一方、吸い込みに対しては逆の様相である。図-5は、式(7)にもとづいて、粒径別無次元底面せん断応力 τ_{*i} と無次元粒径別 pick-up rate の関係を示したものである。なお、計算に当っては、混合砂の粒度分布は対数正規分布に従うものとした。

一方、step lengthは一般的に幾つかの不規則継続跳躍より構成されているが、床面との確率的な衝突・反発過程を充分に考慮した上で、力学的な定式化を行うことは

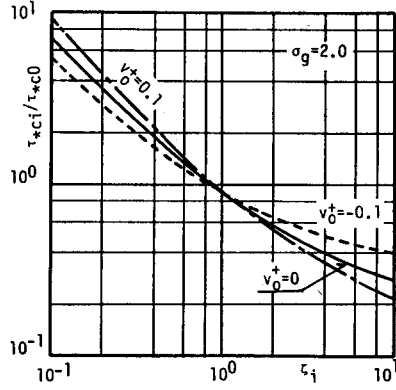


図-3 粒径別無次元限界掃流力

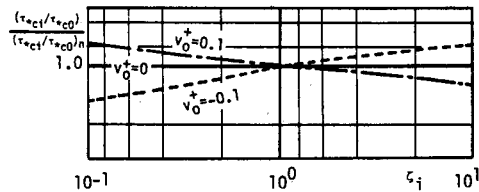


図-4 $\{(\tau_{*ci}/\tau_{*c0})/(\tau_{*ci}/\tau_{*c0})_n\}$ と ζ_i の関係

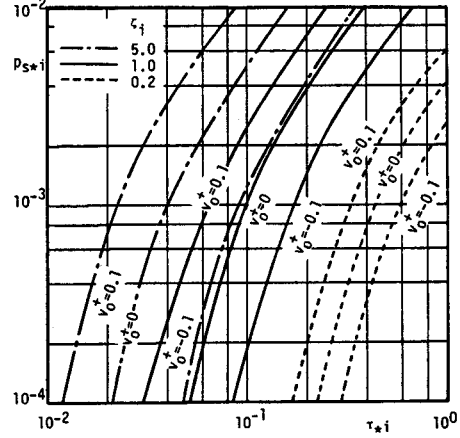


図-5 粒径別無次元 pick-up rate

容易ではなく、トレーサ実験と併行した検討が必要である。均一砂の step length に及ぼす transpiration の効果は、著者らにより検討されており、transpiration の存在によって、平均値は変化し、特に、限界掃流力付近では吸い込みで増加、吹き出しで減少することが理論的・実験的に明らかにされている⁵⁾。また、その分布は、transpiration の有無に関わらず指数分布であることも見い出されており、後述する粒径別 step length に関する実験においても、平均値自体は小さくなるものの、均一砂の場合と同様の傾向が見出されている。従って、均一砂の場合と同様に、その粒径別平均値及び確率密度関数をそれぞれ

$$A_i = \lambda_i (v_0^+) \cdot d_i \quad f_{X_i}(\xi) = (1/A_i) \exp(-\xi/A_i) \quad \dots\dots\dots (13)$$

と仮定しても差支えないものと考えられる。均一砂の場合には、step length を支配する要素が、河床面との衝突・反発事象と、こうした事象間での加速過程であることに着目し、それぞれに対する transpiration の効果を抽出し、 λ と v_0^+ との関係が得られたが、混合砂礫床においては、粒度分布の衝突・反発事象に係する砂粒の凸凹状況への効果を明らかにすることは難しく、 λ_i と v_0^+ の関係は実験的に定めなければならない。

粒径別の pick-up rate の推定式(7) 及び式(8)～(12)、さらに粒径別 step length に関する式(13) によって、初期移動機構及び流送過程の両者の水理量及び粒度分布に対する運動特性が明らかとなり、中川ら⁶⁾のいわゆる parallel degradation の場合の armor coat の形成・伝播過程に対するモデルに組み入れることにより、混合砂礫床の粗粒化過程に及ぼす transpiration の影響の検討が可能となる。

4. 流出入流速の混合砂礫の粒径別運動特性に及ぼす影響に関する実験

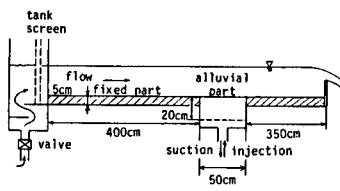
実験は、図－6 に示すような長さ 8 m、幅 33 cm の鋼製可変勾配水路で、図－7 に粒径加積曲線を示す混合砂を用いて行った。実験水路中、pick-up rate 測定用実験に対しては約 50 cm、step length 及び粗粒化過程の実験に際しては約 1 m を、前述の混合砂を河床材料とする移動床区間とし、その上下流は移動床部と同一の混合砂を用いて固定床粗面とした。

表－1 実験条件表

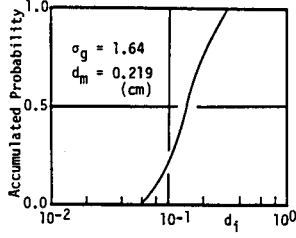
Run	i_b	$h(\text{cm})$	$u_m(\text{cm/s})$	Fr	Re	I_e	$u_* (\text{cm/s})$	v_0^+
1	1/300	7.60	40.95	0.47	3.11×10^4	3.33×10^{-3}	4.70	0
2		7.15	44.63	0.53	3.19	2.11	3.49	0.026
3		7.16	40.92	0.49	2.93	2.65	4.02	0.015
4		7.20	40.57	0.48	2.92	4.18	5.18	0.014
5		6.90	41.90	0.51	2.89	4.59	5.31	0.028
6		7.58	43.61	0.51	3.31	3.33	4.66	0
7		7.50	44.08	0.51	3.31	2.42	3.96	0.019
8		7.55	43.99	0.51	3.32	2.74	4.16	0.012
9		7.60	43.42	0.50	3.30	4.23	5.32	-0.013
10		7.60	44.96	0.53	3.30	4.76	5.66	-0.021
11		7.56	43.20	0.50	3.26	3.33	4.66	0
12		7.58	42.17	0.49	3.20	4.67	5.62	-0.021
13		7.50	44.08	0.51	3.31	2.33	3.79	0.022

移動床部分底部のバルブを調節することにより、所定の流入流速を与えることができるように工夫した。図－8 は、混合砂礫床上の流速分布をピトー管を用いて測定した例であり、式(1)で示される対数 2 乗則の成立する領域が認められる。 $k_s = (1 \sim 3) d_{50}$ であり、この水理条件に対して計算される (η_e / η_{en}) とほぼ等しく、transpiration の存在する混合砂礫床の流れに対する等価砂粗度の評価法としての合理性が認められるものと考ええる。また、図－9 は、吸い込み、吹き出しを行うことによる流水抵抗の変化と、その時の v_0^+ との関係を示したもので、式(6)で表わされる理論曲線と比較的良好な一致を見せており、transpiration の存在による等価砂粗度の変化を含めて、式(6)の適用性が示された（実験条件表－1 参照）。

pick-up rate は、移動床部上方に設置されたビデオカメラに撮影された画面より、粒度クラス毎に着色された砂粒の単



図－6 実験水路図



図－7 粒径加積曲線

Figure 1 is a scatter plot with a line of best fit. The vertical axis is labeled α and has tick marks at 0.8, 1.0, and 1.2. The horizontal axis is labeled ν_n and has tick marks at -0.02, 0, and 0.02. A solid line, labeled 'theoretical curve ($f_n = 0.023$)', slopes downwards from left to right. There are two sets of data points: filled circles representing $f_n = 0.023$ and open circles representing $f_n = 0.026$. The filled circles are clustered around the theoretical curve. The open circles are generally higher than the filled circles for the same ν_n values. In the top right corner, the text $\sigma_g = 1.64$ is present.

图-9 $\Omega \sim v_0^+$

$$\theta_i = \frac{\tau_{*cn0}}{\tau_{*cn i}} \cdot \frac{1}{d_i/d_m} \cdot \theta_0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

图-11 $p_{s* i} / p_{s* n i} \sim v_0^+$

Figure 1 is a log-linear plot showing the ratio of the second virial coefficient to the square of the monomer concentration, A_2/c , on the y-axis (logarithmic scale from 10^0 to 10^1) versus the volume fraction ϕ_1 on the x-axis (linear scale from -0.02 to 0.02). The data points are categorized by the parameter d_1/d_2 :

- $0.54 < d_1/d_2 < 0.74$
- ◐ $0.74 < d_1/d_2 < 1.28$
- $1.28 < d_1/d_2 < 1.43$
- ◑ $1.43 < d_1/d_2$

The plot shows that A_2/c generally increases with ϕ_1 , with some scatter at lower ϕ_1 values. The data points for different d_1/d_2 values are clustered together, indicating a similar trend across the range of d_1/d_2 values shown.

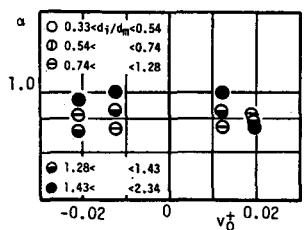
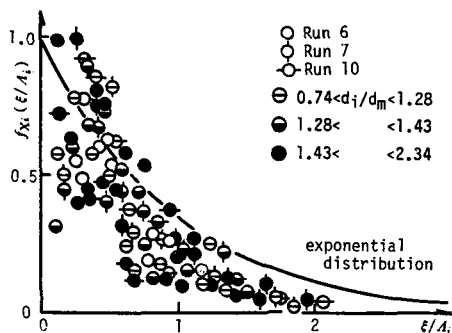
$$\boxtimes - 12 \quad \lambda_i / \lambda_{i n} \sim v_0^+$$
图-13 $\alpha_r \sim v_0^+$ 

図-14 規準化された step length の分布

5. 流出入流速の粗粒化過程に及ぼす影響に関する実験的検討

実験条件表-1のRun-11~13に示される水理条件での armor coat の形成及び伝播の特性を調べ、3.における考察に基づく数値計算との比較検討を行った。実験における表層の粒度分布の検討は、通水前後においては写真撮影により、また通水中は、所定の時刻に、流下方向に亘って上方よりビデオ撮影を行い、それぞれ、表面露出個数分布をもとに行った。実験によって得られた粗粒化の過程を示したものが、図-15(a),(b),(c)であり、図中の実線は、3.で明らかにされた粒径別の砂粒運動特性と armor coat に関する中川らのモデルにもとづいて計算された粒度分布である。計算に当っては、 Δx (水路方向の距離の刻み幅) = 10 cm, K (移動床部の分割個数) = 10, N (粒度のクラス数) = 5 とし、粒径別の運動特性量は、3.における考察と、4.における実験より適宜定めた。なお、時間の刻み幅は、 $p_{si} \Delta t < 0.3$ 程度以下におさえた。

得られた数値計算は、実験結果を良く説明している。

6. あとがき

本研究では、流出入流速の混合砂の粒径別の運動特性に及ぼす効果の差異に着目し、それらの継続的な選択輸送によって生じる armor coat の形成・伝播の過程を明らかにするとともに、実験により、モデルの妥当性を明確にした。今後は、さらに実験値の収集に努めたい。

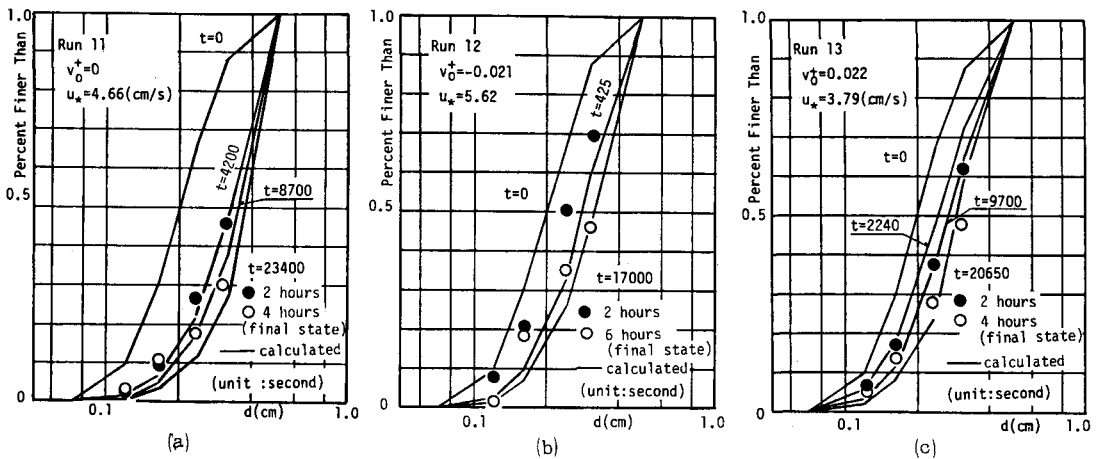


図-15 armor coat の粒度分布と理論結果の比較

参考文献

- 1) Tsujimoto, T. and S. Murakami: Effect of Transpiration Velocity on Incipient Motion of Bed Materials Particles Resting on Permeable Bed., Memoirs of the Faculty of Technology, Kanazawa University, Vol. 19, No. 2, 1986.
- 2) 中川博次・辻本哲郎・中野晋：混合砂れき床の粗度と粒径別移動限界，第25回水理講演会論文集，pp. 67～72, 1981.
- 3) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾：渓床堆積物の初期移動 一吸い込み・吹き出し速度の粒径別移動限界への影響一，第30回水理講演会論文集，pp. 241～246, 1986.
- 4) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，pp. 59～69, 1972.
- 5) 中川博次・村上正吾・清水義彦・香西稔：流出入流速の step length に及ぼす影響について，土木学会第42回年次学術講演会講演概要集，Ⅱ-138，pp. 306～307, 1987.
- 6) 中川博次・辻本哲郎・原稔明：混合砂れき床面の粗粒化過程について，京都大学防災研究所年報，第20号B-2，pp. 355～370, 1977.