

開水路における河床せん断力の推定法

Methods to Evaluate the Bed Shear Stress in Open Channel Flow

京都大学	防災研究所	正	江頭進治	Shinji	EGASHIRA
北海道大学	工学部	正	黒木幹男	Mikio	KUROKI
京都大学	防災研究所	正	澤井健二	Kenji	SAWAI
埼玉大学	工学部	正	山坂昌成	Masashige	YAMASAKA

1. 緒 論

流路の安定形状、河床波、砂州、流路蛇行、さらには局所洗掘などの問題は、いずれも砂礫の侵食、輸送、堆積現象に関連している。このような水工学の問題を解明するためには流砂現象をいかに正しく評価するかにかかっている。ところで、流砂現象のうち、とくに掃流砂は、一般に河床せん断力の縦・横断分布に強く支配されているが、移動床水理学における有効掃流力の概念の導入過程にみられるように、河床せん断力の評価は、多くの場合、比較的安易に行われているのが実状である。

河床せん断力分布は、流れの内部構造と一対一に対応しており、流れの構造は境界形状に強く依存している。したがって、河床せん断力を推定するためには、水深や水面勾配を知るだけで十分なものから、流れの内部構造にまで立入った議論が必要なもので、問題に応じた取り扱いが必要となる。

本研究は、土木学会若手研究者研究小委員会の研究テーマに取り上げられたものであって、移動床開水路を対象として、これまでに河床せん断力がどんな方法で推定されているか、それらの妥当性はどうか、さらにそれらがどのように発展すべきかを議論することを目的としている。ここでは、水流によって形成された流路を念頭に置いて、4種類の流路を選び、それらにおける河床せん断力分布を以下の順に議論している。まず、河床せん断力の測定法や測定技術のあり方と可能性を考察する(澤井担当)。ついで、なだらかな潤辺を有する直線流路(澤井担当)、2次元河床波を有する直線流路(江頭担当)、砂州河床の直線流路(黒木担当)および蛇行・弯曲流路(山坂担当)を対象として、それぞれの流路におけるせん断力分布特性を概括する。さらにこれまでに提案されてきた代表的な河床せん断力の推定法とその適用例を示しながらそれらの問題点と発展性について議論している。

2. せん断力の測定法

2.1 直接測定法

(1) Shear Plate によるもの

流水中に物体をおくと、流れ自体が変化することから、流水中のせん断力を直接に測定するということは不可能に近い。しかし、壁面せん断力に限定すれば、直接測定もある程度可能である。従来用いられている直接測定法は、壁面の一部をShear Plate とよばれる板で置き換え、それに作用する力を測定するものである。初期の頃は、板の変位を検出する方式がとられていたが¹⁾、変位が大きくなると板を周囲の壁面から独立させるのが困難となり、また、流れ自体に影響を及ぼす恐れがあるため、最近では、板に変位を生じさせないのに要する力を検出する方式もとられるようになって²⁾。しかしながら、装置の形や大きさの制約から、容易に適用できる場合は限られており、Shear Plateによる方法はあまり普及していない。

(2) 粗度要素のまわりの圧力分布によるもの

壁面の粗度要素が大きくて、しかも摩擦抵抗に比べて形状抵抗が卓越している場合には、粗度要素の表面に作用する圧力分布を測定して積分することにより、粗度要素よりも大きなスケールで見たせん断力を求めることができる³⁾。

2.2 間接測定法

(1) 流速分布の壁法則に基づくもの

流れの流速分布がわかれば、

$$\tau = (\mu + \rho \epsilon) du/dn \quad (2.1)$$

によって、せん断力を推定することができる。しかしながら、一般には渦動粘性係数 ϵ の推定が難しく、式 (2.1) は、むしろ τ から ϵ を推定するのに用いられることが多い。この場合にも、対象を壁面近傍に限定すれば、対数則に代表される流速分布の相似性が成り立つことが多く、そのような層内での流速分布から、局所摩擦速度を求めることがしばしば行われている。特に、滑面の場合には、ひとつの高さでの流速が与えられれば、摩擦速度を求めることができる。その場合、流速の測定位置と壁面との間の距離を正確に把握することが重要である。また、流速を測定するために流れの状態を変えてしまわないよう、注意する必要がある。

プレストン管は、壁面付近における流速分布の対数則を仮定して、やや太目のピトー管を壁面に接触させて検出した流速から壁面せん断力を推定するものであり、古くからよく用いられている⁴⁾。また、流速の計測技術の進展に伴って、壁面のごく近傍で流速分布が直線分布する粘性底層内の流速を測定することによって、壁面せん断力を推定しようという試みもなされている⁵⁾。フラッシュマウンティング型ホットフィルムを用いた壁面せん断力の計測⁶⁾は、直接的には壁面近傍の流れによる熱輸送を計測しているものであるが、やはり、壁面付近の流速分布の相似性を前提にしているものと言えよう。

(2) せん断力の直線分布近似によるもの

乱れ計測データからレイノルズ応力を算出し、式 (2.1) の右辺第2項を評価するもので、第1項の粘性項との和を壁面まで外挿すれば、壁面せん断力を推定できる。

(3) 流れの運動量方程式によるもの

鉛直（あるいは壁面に垂直）方向に積分（平均化）された運動方程式における各項を、流れの形状および流速分布の詳細な測定に基づいて評価し、せん断力の推定を試みるものである。最も単純なものとしては、等流の平均せん断応力の評価式として、

$$\tau = \rho g R I \quad (2.2)$$

があり、先に述べた種々の測定法の精度のチェックや補正にもよく用いられている。不等流の場合にはエネルギー勾配 I で置き換える。

横断方向の流速成分（2次流）による運動量輸送が無視できるほど小さい場合には、主流速成分の分布を詳細に測定して、横断面内の等流速線群を求め、その直截線で断面を分割することにより、

$$\tau = \rho g (dA/ds) I \quad (2.3)$$

として、せん断力を推定することができる（面積法）。ここに、 A は分割面積、 s は潤辺に沿う距離である。

さらに一般的な流れを対象として、Dietrich & Smith⁷⁾ は、図-2.1 に示す曲線座標系における鉛直方向に平均化された運動方程式

$$(\tau_{zs})_b = -\rho g h / (1+n/R) \partial h / \partial s - \rho / (1+n/R) \partial (\langle u_s^2 \rangle h) / \partial s - \rho \partial (\langle u_s u_n \rangle h) / \partial n - 2\rho \langle u_s u_n \rangle h / (1+n/R) R \quad (2.4)$$

$$(\tau_{zn})_b = -\rho g h \partial H / \partial n + \rho \langle u_s^2 \rangle h / (1+n/R) R - \rho / (1+n/R) \partial (\langle u_s u_n \rangle h) / \partial s - \rho \partial (\langle u_n^2 \rangle h) / \partial n - \rho \langle u_n^2 \rangle h / (1+n/R) R \quad (2.5)$$

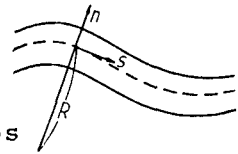


図-2.1 記号

に基づいて、右辺の各項を測定することにより、せん断力の推定ができるものとし、実河川（Muddy Creek、Wyoming 州）のせん断力の推定を試みている。ここに、 $(\tau_{zs})_b$ 、 $(\tau_{zn})_b$ は s 方向、 n 方向の底面せん断力 H は水位、 R は s 軸の曲率半径、 h は水深、 u_s 、 u_n は s 方向、 n 方向の流速であり、 $\langle \rangle$ は鉛直平均操作を表す。ただし、彼らが用いた式は、曲率半径の正負のとり方が図-2.1 と逆であるため、式 (2.4)、(2.5) において、 R を $-R$ に置き換えたものとなっている。式 (2.4)、(2.5) の u_s 、 u_n は、乱流における時間平均値であるため、これらの式では乱れによる運動量輸送（Reynolds 応力）は考慮されていない。

Siegenthaler & Shen⁸⁾ は、式 (2.6) に示す Smith & McLean⁹⁾ の式と式 (2.7) に示す Kalkwijk &

DeVriend¹⁰⁾ の式

$$(\tau_{zs})_b = -\rho gh / (1+n/R) \partial h / \partial s - \rho / (1+n/R) \partial (<u_s>^2 h) / \partial s \\ - \rho \partial (<u_s> <u_n> h) / \partial n - 2\rho <u_s> <u_n> h / (1+n/R) R \quad (2.6)$$

$$(\tau_{zs})_b = -\rho gh \partial H / \partial s - \rho \partial (<u_s>^2 h) / \partial s - \rho \partial (<u_s> <u_n> h) / \partial n \\ - 2\rho <u_s> <u_n> h / r_s + \rho h (<u_s>^2 - <u_n>^2) / r_n \quad (2.7)$$

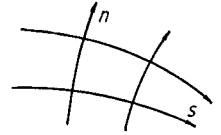


図-2.2 記号

を用い、実河川 (South River Esk, Scotland) のデータ (John S. Bridge による測定値) をもとに、式 (2.6)、(2.7) の右辺各項を計算し、せん断力の分布を推定している。式 (2.6) の記号は式 (2.4)、(2.5) と同じであり、s 軸の曲率半径は s 軸が n 軸方向に凸のとき正とする。一方、式 (2.7) は図-2.2 に示すような s、n 座標を用いた式であり、 r_n は n 軸の曲率半径を表す (n 軸が s 軸方向に凹のとき正)。せん断力の推定値は、式 (2.6)、(2.7) で極端には異ならないが、両式とも、水位、水深、流速の僅かな誤差がせん断力の推定値に大きな誤差を与えることを明らかにしている。

2.3 問題点と今後の展望

以上のように、せん断力の測定法には種々のものがあるが、特に移動床の場合には、底面近傍に大きなセンサーをおくと、局所洗掘が生じるため、不適当である。現状では、小さなセンサーあるいはレーザーやトレーサー等による精密な流速計測に基づく間接法が最も有力なものであるが、今後、直接法の改善を図る必要がある。

3. 直線水路における等流のせん断力

3.1 せん断力分布の特性

通常の自然河川のように、幅水深比が大きく、かつ比較的なだらかな境界形状を有する開水路では、水際ではほとんどせん断力が作用せず、深部へいくほどせん断力の増大するのが通例である。ところが、長方形や台形のように隅角部を有する水路では、隅角部直近にはほとんどせん断力が作用せず (遮蔽効果)、そこからやや離れたところにせん断力の極大値の出現することが確かめられている¹⁾。一方、複断面水路のように、断面内に突出部が存在する場合には、そこに大きなせん断力が作用し (せん断力の集中)、せん断力の極大値が現れる²⁾。

また、壁面の粗度が不均一であれば、せん断力も不均一となり、粗度の大きな部分ではせん断力が大きく粗度の小さな部分ではせん断力が小さくなる傾向にある³⁾。しかしながら壁面から離れるに従ってその差異は緩和され、せん断力は均一化されていく。

これらの特性の多くは、断面内の2次流の構造と深くかかわっている。

3.2 せん断力分布の算定法

断面内のせん断力分布を表現する際、せん断力に対応する長さの次元をもつパラメータとして、

$$h_* = \tau / \rho g I \quad (3.1)$$

の用いられることがしばしばある。これは、等価なせん断力をもつ2次元流れの水深に対応するもので、有効水深あるいは stress depth とも呼ばれているが、ここでは、摩擦速度という用語との対比から、摩擦水深と呼ぶことにする。摩擦水深の平均値は径深にほかならない。

せん断力分布の最も単純な近似法としては、摩擦水深を局所水深で代用することが考えられるが、水深を測る方向によって、次の2通りがある。

(a) 鉛直水深法

$$h_* = h$$

(b) 法線水深法

$$h_* = h_n = h / \cos \theta$$

$$(3.2)$$

$$(3.3)$$

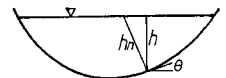


図-3.1 水深法

しかしながら、これらはいずれも平均値が径深と一致せず、また、凸部におけるせん断力の増大や凹部におけるせん断力の減少が表現できないという欠点をもつ。

つぎに、壁面近傍の流速分布からせん断力分布を算定することが考えられるが、両者は相互に影響し合うものであるから、流速分布を予測すること自体が難しい。そこで、流れをある縦断面に沿って分割し、分割面に沿って作用するせん断力、2次流によって分割面を横切って輸送される運動量、境界面（壁面と水面）に作用するせん断力および重力のつりあい条件を考えると、次式が導かれる。ただし、流れは等流であると

$$\tau_{ox} = \{ \rho g I d A + d \int (\tau_{sx} - \rho u_x u_s) dn - \tau_{wx} ds_w \} / ds \quad (3.4)$$

ここに、 τ_{ox} 、 τ_{sx} 、 τ_{wx} はそれぞれ壁面、分割面、水面に作用するせん断力の流下方向成分、 u_x 、 u_s は、それぞれ流下方向および分割面に垂直方向の流速成分、 s および s_w はそれぞれ壁面および水面に沿う距離、 n は、分割面に沿う距離、 A は分割面積、 ρ は密度、 g は重力加速度、 I は勾配を表す。通常の開水路流れでは、水面でのせん断力は壁面せん断力に比べて十分小さいので、省略して考えることが多い。なだらかな境界形状を有する水路では、2次流による運動量輸送項の占める割合はさほど大きくないので、大局的には、式(3.4)の右辺の最初の2項によって、壁面せん断力を近似することができよう。その際、分割面をどのように選ぶかによって、 τ_{sx} の評価に著しい難易の違いが生じる。

式(2.1)によれば、等流速線の直截線によって断面を分割することにより、容易に壁面せん断力分布を求めることができる。すなわち、その場合には、摩擦水深は

$$h_* = dA/ds \quad (3.5)$$

で近似される。このように断面を適当な面で分割し、式(3.5)によって摩擦水深を表す方法を面積法と呼ぶ。断面分割法の中には、たとえば、側壁の支配領域と底面の支配領域、あるいは高水路と低水路というように断面をいくつかの領域に分割し、それぞれの領域における平均壁面せん断力を求めるものもあるが、ここでは、断面全体にわたる壁面せん断力の連続的な分布を求めるモデルのいくつかを要約する。

(c) 鉛直分割面積法

断面を鉛直線によって分割し、式(3.5)を適用すると、

$$h_{*v} = dA_v/ds = h \cos \theta \quad (3.6) \quad \text{図-3.2 鉛直分割面積法}$$

と表現される。ここに、 A_v は鉛直線による分割面積を示す。これは、式(3.2)の鉛直水深法に、壁面の傾きによる潤辺長の増大の補正を加えたものとなっており、平均値が径深と一致する点では改善されるが、他の欠点はそのまま残っている。

(d) 法線分割面積法

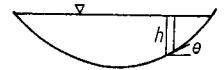
断面を壁面の法線で分割して、式(3.5)を適用するもので、

$$h_{*n} = dA_n/ds = l (1 - l/2r) \quad (3.7) \quad \text{図-3.3 法線分割面積法}$$

と表現される。ここに、 A_n は法線による分割面積、 l は分割線長、 r は壁面の曲率半径である。法線群が断面内で交差しない場合には、 l は壁面から水面までの法線分の長さをとるが、法線が互いに交差する場合には、壁面から各々の法線上で壁面に最も近い等距離分割点までの距離をとる⁴⁾。等距離分割点とは、壁面上の2つ以上の点を最短距離とするような断面内の点をさしている。

式(3.7)は、曲率の効果を考慮して式(3.3)を拡張したものとなっており、凸部におけるせん断力の増大や凹部におけるせん断力の減少が表現されている。しかしながら、水際部で壁面がオーバーハングしている場合には水際からの法線よりも上の部分がせん断力に影響をもたないことになり、平均摩擦水深が径深と一致しなくなる。

法線分割面積法は、等流速線を壁面からの等距離線で近似し、その直截線で断面を分割していることに相当するが、実際の流れでは、せん断力の大きな部分では等流速線の間隔が広がって壁面から遠ざかる。その結果、等流速線の直截線は、高せん断力側に凹の曲がりをもたせ、せん断力分布は、式(3.7)で表されるものよりも平滑化される。すなわち、壁面の法線で断面を分割した場合、分割面に沿ってせん断力が作用する



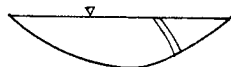
ことになり、それが無視できない場合には、式 (3.7) に何らかの補正を行う必要が生じる。

(e) 修正法線分割面積法

福岡・山坂⁵⁾は、微小潤辺が分担する断面積を補正する係数 α を導入して、法線分割面積法の修正を行っているが、それを变形すると、次のように表すことができる。ただし、断面内で法線群が交わらないものとする。

$$h_{*a} = \alpha h_{*n} + (1 - \alpha) h_{*v} \quad (3.8)$$

式 (3.8) は、 $\alpha = 0$ のとき鉛直分割法と一致し、 $\alpha = 1$ のとき法線分割法と一致する。 $\alpha > 1$ にすると、壁面に立てた法線に比べて、水面付近で高せん断力側に偏った分割線によって断面分割を行うことになり、上に述べた等流速線の直截線がもつ特徴をもたせることができる。水際付近の掃流力の推定精度を高めるには、 $\alpha = 2$ 程度に選ぶのがよいようであるが、その場合、断面中央付近ではせん断力が過小に評価され、中間部は過大に推定されるきらいがある。



式 (3.8) を变形すると、

$$h_{*a} = h_{*n} + (1 - \alpha) (h_{*v} - h_{*n}) \quad (3.9)$$

と書くこともできるが、これを式 (3.4) と対比すると、 $(1 - \alpha)$ は、法線分割面に作用するせん断力やそれを横切る2次流による運動量輸送と $(h_{*v} - h_{*n})$ との比になっていることがわかる。 α の値は、単に断面形状や水理条件に依存するだけでなく、一般に断面内の位置によっても変化するものと考えられる。もっとも、この方法では、 α の値をどのように選んでも、 $h_{*v} = h_{*n}$ となる点では、 $h_{*a} = h_{*n}$ となり、補正が及ばないことになる。

(f) Lundgren & Jonsson 法⁶⁾

Lundgren & Jonsson は、壁面の法線による断面分割を行った上で、法線方向に対数流速分布を仮定し、それに直角方向の流速勾配に基づくせん断力を評価して、壁面せん断力分布に関する次の微分方程式を得た。

$$h_* = h_{*n} + d(\beta h_n^2 F d h_* / ds) / ds \quad (3.10)$$

$$F = (1/2) \int_0^1 \zeta (1 - \zeta) \{1 - j(1 + \zeta)/2\} / (1 - j/2) (1 - j/2 \zeta)^2 \ln(H_n \zeta) d\zeta \quad (3.11)$$

$$\beta = \epsilon_{xs} / \epsilon_{xn} = 1 + 1 / (\ln H_m^2 - 17/3) \quad (3.12)$$

$$j = h_n / r, H_n = 30 h_n / k, H_m = 30 h_m / k, \zeta = n / h_m \quad (3.13)$$

ここに、 h_n は最大水深、 k は粗度高である。

式 (3.10) は h_* に関する2階の常微分方程式となっており、2つの境界条件が必要となるが、それには左右の水際において $h_* = 0$ とおけばよい。一般には数値積分によって解を求めねばならないが、なだらかな形状をもつ比較的浅い流れに対しては、適合度のかかなり高いことが確かめられている。しかしながら、壁面の法線方向に水面に至るまで対数速度分布が成り立つという仮定は、幅・水深比の小さい流れや隅角部、突起部を有する流れに対しては妥当でない。

(g) Chiu の方法⁷⁾

Chiu は、横断面内の等流速線 (ξ 曲線) を

$$\xi = Y e^{1-Y} \{ (1-Z) e^Z \}^{\beta_i} = \text{const} \quad (3.14)$$

で近似し、さらにその直截線 (η 曲線) に沿うせん断力分布を ξ の2次関数

$$\tau / \rho g I = \alpha_0 + \alpha_1 \{ \xi_{\max}(\eta) - \xi \} + \alpha_2 \{ \xi_{\max}(\eta) - \xi \}^2 \quad (3.15)$$

で近似することにより、壁面せん断力分布を計算する方法を提案している。ここに、

$$Y = (y + \delta_y) / (D + \delta_y + \epsilon) \quad (3.16)$$

$$Z = |z| / (B_i + \delta_i) \quad (3.17)$$

で、 D は最大水深、 B_i は片側水面幅、 ϵ は水面から最大流速点までの高さ ($\epsilon > 0$ のときは仮想高となる)、 δ_0 、 δ_i は等流速線を式 (3.14) の形にあてはめるために必要な、鉛直ならびに水平方向のずらし距離である。 α_0 、 α_1 、 α_2 は一般には η の関数であるが、 $\xi = \xi_{\max}(\eta)$ において $\tau = 0$ であることより、

$\alpha_0 = 0$ でなければならない、また、壁面での力のつり合いより、 α_1 、 α_2 の間には一定の関係が存在する。ここで、 α_2 が η に依存しないものとするれば、平均摩擦水深が径深に一致する条件より、その値が求められ、 δ_0 、 δ_1 、 ε 、 β などのパラメータを定めれば、せん断力分布が求まることになる。

Chiu は、 η 曲線に沿って、流速が対数分布で近似できるものとして、断面内の流速を求め、与えられた水理条件に最もよく適合するようにパラメータを定めればよいとしているが、そのようなことが一般に可能であるかどうかは明らかでない。この式は、パラメータを適切に選ぶと、隅角部におけるせん断力の減少や隅角部から少し離れた所でのせん断力の極大値など、2次流に伴う特徴的なせん断力分布を表すことができるが、誘導過程に多くの問題があり、あまり使われていないようである。

3.3 算定法の適用例

自然河川では通常、幅・水深比が大きく、河岸付近を除いては、平均的には横断河床勾配は大きくない。また、断面形は比較的なだらかで、流路中央部が最も深く、水際に向かって水深が単調に減少する傾向にある。さらに、等流状態を考える限り、断面が左右非対称になる理由はないから、ここでは、最も標準的な断面形状として、中央が最も深く、水際に向かって水深が単調に減少する左右対称断面を考えることにする。今、曲率が場所によって変化しない円弧断面を考えれば、前節に示したいくつかのせん断力算定法の比較が容易に行える。

図-3.5 は、円弧断面において、中央水深が半径の $2/3$ の場合について、種々の方法によるせん断力の算定値を比較したものである。図中には、Replogle⁸⁾ らの計測値も併せて示してある。まず、鉛直水深法では、中央付近のせん断力が過大に、また、河岸付近のせん断力が過小に見積られていることがわかる。次に、法線水深法では、それがかなり緩和されるものの、まだ、かなり中央にせん断力が集中し過ぎている。鉛直分割面積法では、中央部へのせん断力の偏りが鉛直水深法の場合よりもさらに大きくなり、適合度が最も低くなっている。法線分割面積法では、法線水深法よりもさらにせん断力の集中が緩和され、計測値に近くなっているが、まだ、やや中央に集中し過ぎているきらいがある。修正法線分割面積法では、 $\alpha = 1.2$ 程度にとると、中央付近の適合度はかなり改善されるが、水際付近では、依然として、せん断力が過小に評価される。 $\alpha = 2.0$ にとると、水際付近のせん断力の推定値は、計測値にきわめて近くなるが、逆に、中央付近ではせん断力が過小に推定される。また、半水深付近にせん断力の極大値が現れるのも、実際現象と矛盾する。いずれにせよ、 $y/(B/2) = 0.5$ 付近では、 α の値にかかわらず、 $\tau/\bar{\tau} = 1.2$ となり、計測値よりもやや大きな値をとる。Lundgren & Jonsson 法では、水際付近のせん断力がやや小さく見積られているものの、全体的に適合度が高く、ここに示した方法の中では最も精度がよいと判断される。Chiu の方法についても、検討を試みたが、このように長方形から著しく逸脱した断面に対しては、適用することが難しく、比較することができなかった。

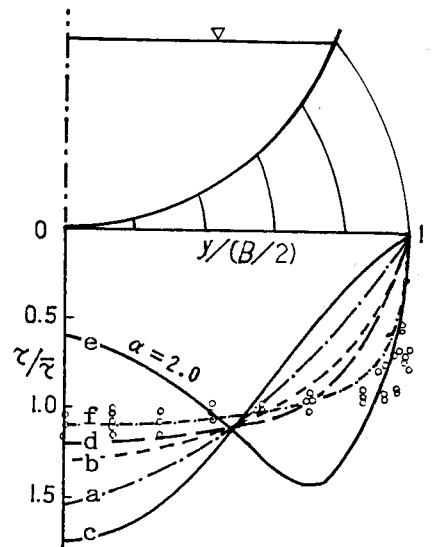


図-3.5 せん断力算定法の比較

なお、Lundgren & Jonsson の式の応用例として、Parker⁹⁾ によって導かれた平衡横断面理論があり、実際問題によく適合していることを付け加えておく。

3.4 問題点と今後の展望

以上のように、直線水路における等流の横断面内せん断力分布に関して、多くのモデルが提案されているが、断面形状がなだらかな場合には、Lundgren & Jonsson 法の適合度がすぐれていると判断される。種々

の問題を解析するために、面積法や水深法など、より単純なせん断力分布推定式を用いる場合には、精度と適用範囲に注意する必要がある。また、2次流の卓越する流れでは、Lundgren &

Jonsson 法 も適用性に限界が生じる。今後、さらに適用範囲の広いせん断力分布推定法の開発が望まれる。

4. 二次元河床波直線流路のせん断力

4.1 せん断力分布の特性

波状河床上のせん断力分布には、流れの加速・減速のために非線形性の影響が現われる。とくに、流れの剥離が起こるようになるとその影響が顕著になる。まず、せん断力の測定例を示しながらこれらについて調べてみよう。

図-4.1 は、正弦波河床面において、流れの剥離が起こらない条件のもとで測定された河床せん断力分布の一例¹⁾である。河床せん断力は、流れが常流か射流かによって位相は異なるものの、連続的な変化を示している。このような、位相変化やせん断力分布は、流れの非線形性の結果であるが、crest において流れの剥離が起こるような条件になると、その影響がさらに顕著になってくる。その一例として、人工的な ripple および三角波面上における測定例を図-4.2²⁾、図-4.3³⁾に示している。前者は $Fr < 1$ 、後者は $Fr > 1$ の条件下で測られている。いずれにおいても、流れの剥離と再付着点が明瞭に現われており、再付着点において、河床せん断力は0であり、それは下流へ向かって増加し、crest 近傍において極大値になっている。

再付着点よりも下流側の流れについてもう少し詳しくみると、一樣流中に置かれた平板境界層の発達性状とは異なるものの、壁面の影響を強く受けた流れの層が形成されているのが判る。このような流れの層は、境界形状の影響を強く受けて、平均流が剥離するような条件のもとで形成されるものであって、これは、一般に内部境界層と呼ばれている。内部境

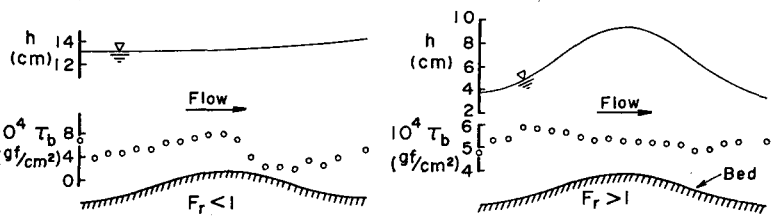


図-4.1 正弦波河床面におけるせん断力分布¹⁾

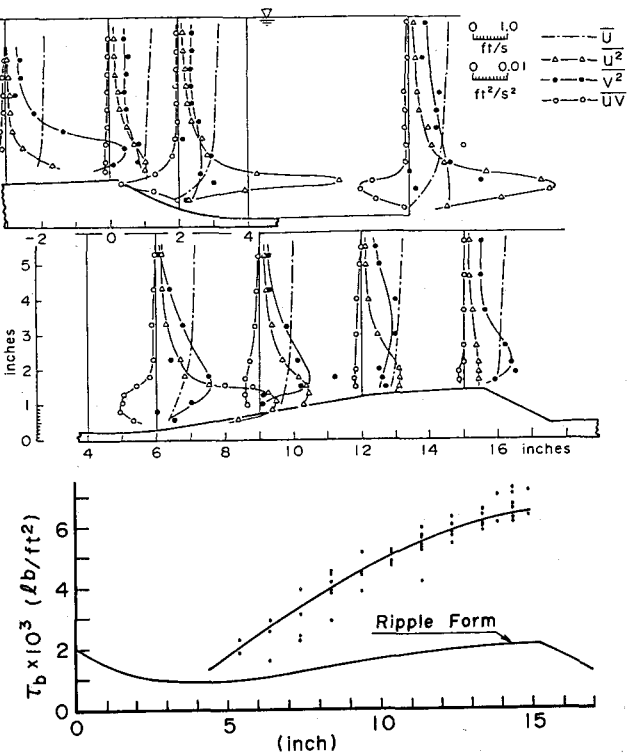


図-4.2 Ripple河床面上の流れとせん断力分布²⁾

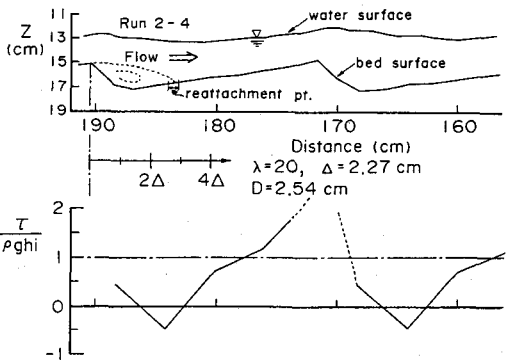


図-4.3 三角波面上におけるせん断力分布³⁾

界層における壁面せん断力は、図-4.2、4.3の結果にみられるように、層内の流れの発達に応じて変化する
のが特徴である。

4.2 せん断力の推定法

波形勾配が小さく、非線形効果があり顕著でない場合には、河床波面におけるせん断力分布は、摂動法
によってある程度予測できる段階にある。これについては、日野⁴⁾が詳しく論じている。ところが、4.1 に
示したように、場に剥離渦が形成されるようになると、線形摂動法の適用が困難になる。そこで、実験事実
に則したモデル構築を行い、それによって流れの構造を議論している段階にある。これらの研究のうち、河
床せん断力や河床近傍の流れの解析を主題としたものに、石川^{5) 6)}および、McLean & Smith⁷⁾のものがある。
これらは、いずれも次の連続式および運動方程式に基づいている。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (4.1)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \quad (4.2)$$

石川は、河床波上の流れを解析するための第一段階として、段落ち流れを次のようにモデル化した。すな
わち、平均流の場合をせん断効果のないポテンシャルの領域、その下層の自由せん断流（後流）の様相を呈す
る領域 1、およびこれに続く壁面せん断流の領域 2に分割した。彼は、領域 1の流れの解析に当たり、流関
数 ψ を導入して、 ψ および圧力 p を摂動展開し、第 2次摂動解まで求めた。ここで、第 1次摂動解は著名な
後流の解⁸⁾に等価である。領域 2は、内部境界層（ $0 \leq z \leq \delta$ ； δ は境界層厚）に相当するが、これについ
ては、対数型の流速分布形を用い、式(4.2)を次のように積分している。

$$\int_0^\delta \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) dz = -\frac{1}{\rho} \int_0^\delta \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} dx + \frac{\tau \delta}{\rho} - \frac{\tau_b}{\rho} \quad (4.3)$$

上式の右辺第 2,3項は領域 2の流れの駆動力に相当するが、これらは、領域 1の流れから与えられるものと
考えて、次のように近似している。

$$-\frac{1}{\rho} \int \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} dx + \frac{\tau \delta}{\rho} = u_b \frac{du_b}{dx} \quad (4.4)$$

ここに、 $u_b du_b/dx$ は、領域 1の流れを領域 2に延長し
た場合のものである。石川は、このようにして、河床
せん断力 τ 。の縦断分布の予測式を得ている。以上は
自由表面をもたない段落ち流れに関するものであるが、
これを 2次元河床波を有する開水路流に拡張するに当
たり、ポテンシャル流の領域における流速 u_∞ の替わ
りに河床波上の流れの断面平均流速を用いることを提
案している。

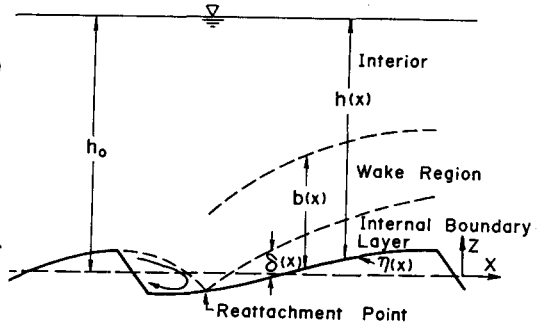


図-4.4 McLean & Smith の領域分割
および記号⁷⁾

McLean & Smith は、2次元河床波状の流れを図-4.4 に示すように、上層から順にInterior領域、後流域
および内部境界層の領域に分割した。彼らは、全領域の流れを平均的にみると、対数型の速度分布で近似で
きるものと考えている。まず、Interior領域の流れは、基本的には対数則に従うが、河床形状の影響を受け
るものと考えて、正弦波面上のポテンシャル流れを用いて対数型流速分布形を補正してこれを表示している。
後流域の流れに関しては、Schlichting による 1次近似解を適用した。ついで、内部境界層については、石
川のような積分モデルによらず、摂動法によって直接的に流れを解析する方法をとった。すなわち、式(4.2
)において、 $u=u_1+u_2+\dots$ ， $w=w_1+w_2+\dots$ ， $p=p_1+p_2+\dots$ ， $\epsilon=\epsilon_1+\epsilon_2+\dots$ ，のように展開し、第 1次近似解に
対数則を適用して、これらの第 2次近似解まで求めた。

McLean & Smithによる三つの領域の解は、いずれも内部境界層厚 δ および $z=\delta$ における流速 u_δ の関数

として表わされており、流れの場を決定するためには δ および $u\delta$ の推定式が必要である。これらについては、流量の連続条件および $z = \delta$ における速度勾配（せん断力）の連続条件を用いて、最終的に次のような式を得ている。

$$\frac{du\delta}{dx} = R_1 u\delta + R_2 \tag{4.5}$$

$$\frac{d\delta^*}{dx} = R_3 \delta^* + R_4 \tag{4.6}$$

ここに、 R_1, R_2, R_3, R_4 は $u\delta, \delta$, および粗度要素 Z_0 などの関数、 $\delta^* = \delta/Z_0$ である。以上の解析によって流れが求められると、河床せん断力 τ_b は次式を用いて算定される。

$$\tau_b/\rho = (\epsilon_1 + \epsilon_2) \{ \partial(u_1 + u_2)/\partial z \}_{z=0} \tag{4.7}$$

以上、二つの研究を概括したが、重要な項目について両者を比較すれば次のようである。

	石川の方法	Mclean & Smithの方法
(1) モデル	積分モデル	微分モデル
(2) Interior	ポテンシャル流あるいは断面平均流速	対数則+ポテンシャル流
(3) 後流域	2次近似解	1次近似解（後流の解）
(4) 内部境界層	1次近似解（対数則）	2次近似解
(5) 内部境界層発達の主要因	$-\frac{1}{\rho} \partial p / \partial x = u_b du_b / dx$ u_b は後流中心軸（河床面）の流速	$-1/\rho \cdot \partial p_1 / \partial x = u_b du_b / dx$
(6) 内部境界層と後流域との相互作用	なし	境界におけるせん断応力
(7) 流量の連続条件	なし	$q = \int_0^\delta u dz + \int_\delta^b u dz + \int_b^h u dz$

4.3 問題点と今後の展望

2次元河床波を有する開水路の河床せん断力分布に関する研究をみてきたが、石川の研究は、取り扱いの容易さの面で優れている。一方、Mclean & Smithのものは、解を得るためにはかなり複雑な計算を必要とするが、各領域間の流れの相互作用や流量の連続性が考慮されており、前者のものよりも議論が精緻である。

これらの研究では、剥離点から再付着点間の非線形性の最も強い領域における流れの解析は主題ではないが、いずれの研究も再付着点の位置の推定に難点がある。内部境界層におけるせん断分布についてみると、石川の方法は、実験値に比べて再付着点に近い領域でせん断力の増加率が大きい。これは、後流域と内部境界層との相互作用が考慮されていないためであろう。Mclean & Smithの方法では、この傾向が少し改善されるものの、やはり内部境界層の増加率は実験値よりも大きい。

現状においては、河床せん断力分布に関するMclean & Smithの方法は、かなり可能性の高いものであるが、内部境界層における圧力勾配の取り扱いや後流域の扱いは、今後検討すべきである。このモデルにおいて、内部境界層の圧力勾配は、後流域の流れから一意的に与えられるようになっている。これに対し、後流域の流れは後流の1次近似解で与えられており、そのため河床波上の流れの特徴である流れの集中・発散の影響を受けないものになっている。現在、これらの問題について検討を進めている。

5. 砂州上の河床せん断力

5.1 せん断力の分布特性

砂州には幾つかのタイプのものが存在するが、ここでは基本的な形状である交互砂州(Alternating Bars)について考察を進めることにする。交互砂州は水路を横断する円弧状の前縁を有する3次元的な河床波であり、これが交互に反転して連なっている。砂州上の流れは、前縁部では斜め段落ち流れとなり、平面的には収れんと発散を繰り返しながら蛇行することが特徴である。このような河床形状と流れの特性を反映して、

河床せん断力の分布にも交互性（蛇行性）が現れる。

図-5.1 に石井・星¹⁾および石井²⁾による測定の例を示す。(a)は河床横断形状と河床等高線である。いずれも、平均河床面からの変位量で示されている。図中の一点鎖線は砂州の前縁線を示している。(b)は流速ベクトル（水深平均値）の分布を示し、太線は測定値、細線は計算値（後述）である。左岸深掘部から右岸深掘部に向う流れの存在が確認できる。(c)は無次元河床せん断力 $|\tau_*|$ の等値線であり、局所的な流速および水深の測定値を用いて次式から計算されている。

$$\tau_* = \frac{\tau_b}{\rho s g d} = \left(\frac{f_0}{8}\right) \left(\frac{h}{H}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{U^2}{s g d} \tag{5.1}$$

ただし、 τ_b ：局所河床せん断力、 ρ 、 ρ_s ：流体および河床砂の密度、 $s = (\rho_s - \rho) / \rho$ 、 d ：河床砂の平均粒径、 g ：重力加速度、 H ：平均水深、 h ：局所水深、 f_0 ：平均流に対する摩擦損失係数、 u ：局所平均流速。

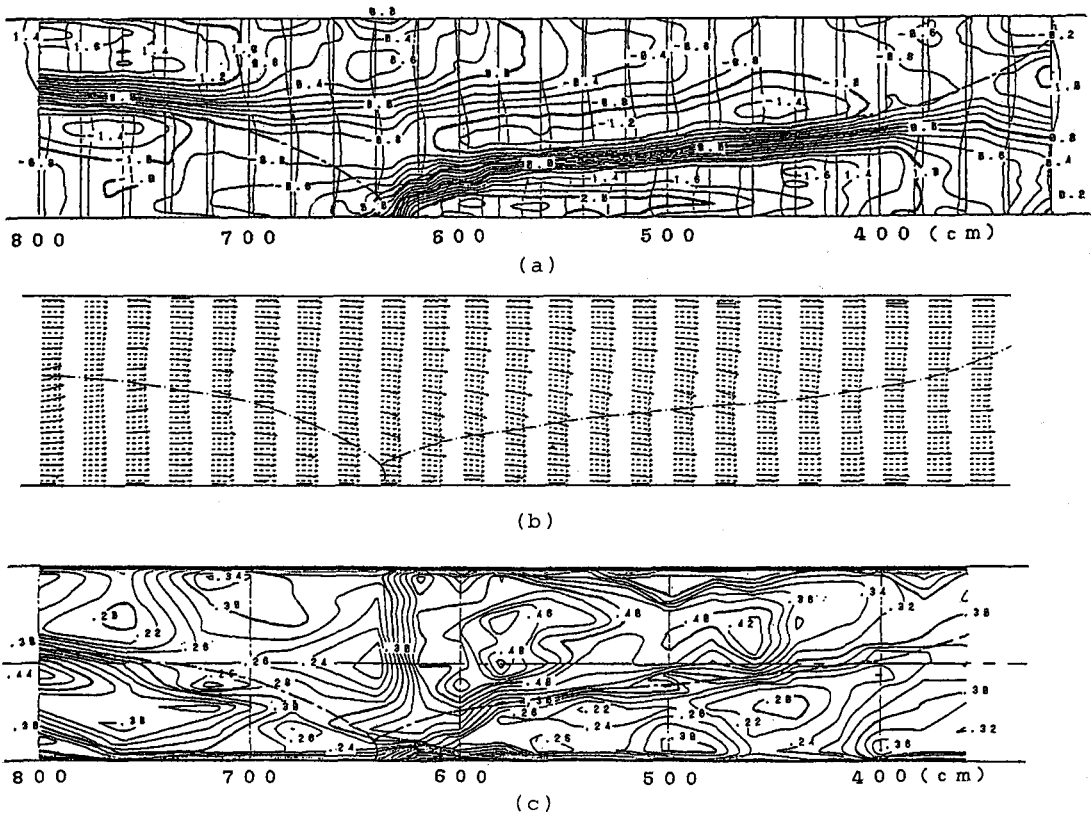


図-5.1 河床形状、流速ベクトル、無次元河床せん断力の測定値
 (B=90cm,H=3.27cm,I=1/470,Q=11.44 l/s,d=0.058mm)

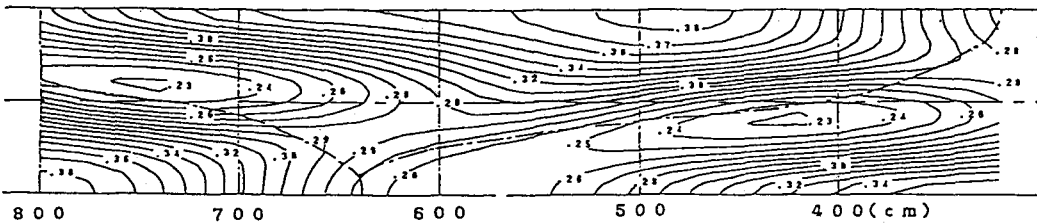


図-5.2 無次元河床せん断力の計算例

高せん断力の部分が上流側砂州の先端付近（右岸）と下流側砂州の中程から先端付近（左岸）に存在し、交互性が確認できる。

5.2 せん断力分布の解析法

河床せん断力を式(5.1)で評価することにすれば、問題は河床形状を的確に表現し、その上の流れ（流速と水深）を求めることに帰結する。

砂州形状は2重フーリエ級数を用いて次式のように表せる。

$$\eta = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} \cos\{mkx - \phi_{mn}\} \sin\{nly - \frac{\pi}{4}[1 - (-1)^{n+1}]\} \quad (5.2)$$

ただし $x, y: H$ で無次元化した縦・横断方向の距離（座標原点は水路中央）、 $k = \pi H / L$: 横断方向波数、 $l = \pi H / B$: 横断方向波数、 L : 砂州長、 B : 水路幅、 ϕ_{mn} : 位相角。

流れは2次元浅水流として解析される。方程式系を閉じるためには、河床せん断力を x, y 方向の成分に別けて表現することが必要であり、通常次式の表現が用いられている。

$$\begin{pmatrix} \tau_{*x} \\ \tau_{*y} \end{pmatrix} = \frac{|\vec{\tau}_*|}{\sqrt{U^2 + V^2}} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

ここに、 U, V ; x, y 方向の局所流速。

式(5.2)で表される河床形の上の解析には、係数 C_{mn} を、どこまで取るか、また、それらのオーダーをどのように取るかによって、幾つかの提案がある。長谷川³⁾は C_{mn} の数は限定せずに、総て1次のオーダーとして、線形解析を行って流れを求めている。石井らは C_{11} を1次のオーダー、その他の C_{mn} は2次のオーダーとして、2次のオーダーまでの非線形解析を行い、流れを求めている。福岡・山坂⁴⁾は C_{11} を1次のオーダー、 C_{01} を2次のオーダーとして、2次のオーダーまでの非線形解析で流れを求めるとともに、定常状態での C_{11}, C_{02} の値を理論的に求めている。

5.3 解析法の適用例

図-5.2に石井らの提案した解析法により求めた無次元河床せん断力 $|\tau_*|$ の等値線を示す。計算は河床形状の成分として、 $C_{11}, C_{02}, C_{13}, C_{22}$ および C_{24} を与えており、河床形状の再現率は72%である。

図-5.1(c)に示した測定値と比較すると、全体的な分布傾向は一致しているが、細部には幾つかの違いが認められる。

5.4 問題点と今後の展望

測定値と計算値の細部にわたる違いの原因としては、幾つかの理由が考えられるが、一つは砂州と小規模河床波の共存を無視している点が挙げられよう。砂州上の流れでは局所水理量の平面的な変化に応じて、砂州の一部には小規模河床波が共存する場合が少なくない。図-5.1に示した石井らの実験でも、局所フルード数が1に近い部分では定常的な水面波が存在している（河床は固定されているので河床波は存在しない）。今後、小規模河床波や水面波の影響まで考慮した解析の開発が必要である。

次には、浅水流近似の妥当性が問題になろう。福岡らは C_{02} 成分に誘起される U の変動が過大に見積もられることを指摘している。また、前縁部での段落ち流れの影響は（その程度は不明確であるが） C_{mn} の項数を増やしても表現が困難であろう。勿論、3次元的な流れの解析の開発は必要であるが、それと並行して河床形の主要な成分について、流れに与える影響とそれらの相互作用を実験的に調べてモデル化する努力が必要である。

6. 蛇行・湾曲流路のせん断力

任意河床形状を有する曲線流路のせん断力分布は、河床の凹凸ばかりでなく、流路の平面曲がり起因して生じる移流慣性項（遠心力項も含む）の影響を強く受け、更には横断面内の二次流の影響も受けるため、その推定は、直線等流、直線流路の周期流れ（例えば、河床波状や交互砂州上の流れ）の場合よりも更に困難となる。また移動床曲線流路では、断面内二次流による土砂の横断方向輸送が河床の変形及び平衡河床形

状に重要な役割を果たすため^{1)~7)},せん断力の絶対値ばかりでなく、その作用方向を知ることも重要である
 ここでは、現在までに行われてきた、蛇行・湾曲流路のせん断力分布の測定例を挙げ、分布の特性を明らかにするとともに、この推定法としての流れの解析法について述べる。

6.1 せん断力分布の特性

せん断力の測定法としては、第2章に挙げたように種々の方法があるが、蛇行・湾曲流路でせん断力分布の直接測定がなされた例はない。また、運動量方程式に基づくせん断力の間接測定では誤差が大きいため、ここではプレストンの方法による測定例を紹介し、蛇行・湾曲流路のせん断力分布の特性について述べる。
 蛇行・湾曲流路では、主流の加速、減速の効果、断面内の二次流の影響で、主流の鉛直分布が広い範囲に亘って対数則に従うことは保証されない。しかし、底面の極く近傍ではこれらの影響は小さく、現段階では、プレストンの方法による蛇行・湾曲流路のせん断力の測定は比較的精度が高い、簡便で有効な測定法であると考えられる。

図-6.1は Ippen・Drinker⁸⁾ により測定された、平坦固定床を持つ台形断面、60°湾曲水路の底面せん断力分布を示す。せん断力の測定には、外径6.35mmのビトー管を用いている。湾曲部入口付近では、流路の平面形状に起因する流れがポテンシャル流的で内岸ほど速くなるため、内岸域の底面せん断力が増大する。湾曲部中間域では、断面内二次流による外岸への運動量輸送効果により、流下するに従って外岸の底面せん断力が増し、湾曲部出口下流では、この効果と縦断面勾配が急になることと相まって、外岸域に底面せん断力の極大値が現れる。図-6.2は Choudhary・Narasimhan⁹⁾ により測定された曲がり急激(幅一曲率半径比が大; $B/r=96\text{cm}/180\text{cm}$)な、矩形断面180°湾曲の底面せん断力分布を示す。この測定例においても、せん断

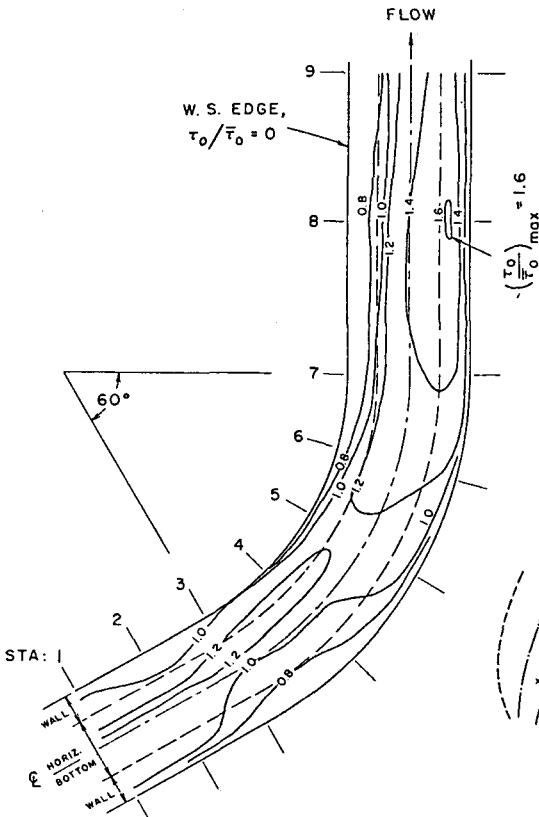


図-6.1 Ippenらによるせん断力分布
 の測定値(Run No.6)

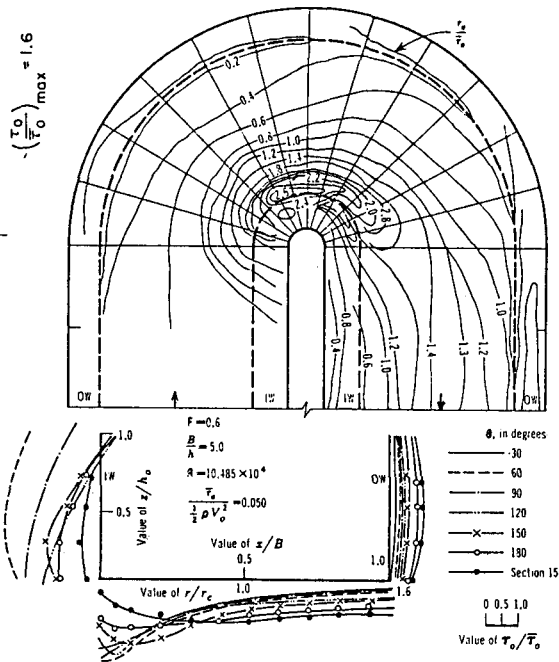


図-6.2 Choudharyらによるせん断力分布
 の測定値($Fr=0.5, B/h_0=5.0$)

力の測定にはプレストンの方法が用いられている。この実験条件では、曲がり急激であるため、内岸域に強いせん断力が現れ、外岸域にはせん断力の極大値が現れていない。これは、曲がり急激であり、二次流が十分に発達できないためであると考えられるが、それでも二次流の影響で流下するに従って外岸域のせん断力が増加する傾向がうかがえる。蛇行・湾曲流路のせん断力分布をプレストンの方法を用いて測定した例は、他に、Hooke¹⁰⁾ (sine-generated curve、移動床及び平衡固定床) によるもの、Yen¹¹⁾ (90°湾曲を接続した蛇行、平衡固定床および平坦固定床) によるもの、Varshney-Garde¹²⁾ (60°湾曲、平坦固定粗面によるものがあるが、せん断力分布は定性的には上記で述べたと同様である。Dietrich-Smith¹³⁾ は、実河川においてプレストンの方法を用いたせん断力分布の測定が困難であることから、水位、水深、流速の分布を測定し、鉛直方向に平均化された運動量方程式を用いて河床せん断力の間接測定を行っている。しかし、

Siegenthater-Shen¹⁴⁾ が指摘しているように、水位、水深、流速測定の際の僅かな誤差がせん断力の推定値に大きな誤差を与えるため、この方法の精度は低いと考えられる。蛇行・湾曲流路におけるせん断力の測定例はあまり多くなく、これらを総括して一般論 (水深-曲率半径比、水深-幅比、Fr数、Re数、摩擦係数、曲がり角等の影響) を引き出すことは困難であるが、これらは、後述する理論解析の妥当性を検証するための有用なデータである。

6.2 せん断力分布の解析法

(1) 浅水流方程式に基づく解析

底面せん断力を算定する方法としては、流路内の三次元流れを解き、底面付近の Reynolds 応力または流速勾配から底面せん断力を算定する方法と、水深-幅比が十分小さい場合に、鉛直平均流速と底面せん断力を関連づけて、浅水流方程式に基づいて鉛直平均流を解くことにより底面せん断力を算定する方法の二つに大別される。ここでは簡便な後者について述べる。

図-6.3に示す記号を用いると、浅水流の運動量方程式、連続式はそれぞれ次式で表される^{3), 6), 15)}。

$$U \frac{\partial U}{\partial s} + \frac{r+n}{r} V \frac{\partial U}{\partial n} + \frac{1}{r} UV = g \left(i_0 - \frac{\partial \xi}{\partial s} \right) - \frac{r+n}{r} \frac{\tau_{bs}}{\rho h} \quad (6.1)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{r+n}{r} V \frac{\partial V}{\partial n} - \frac{U^2}{r} = - \frac{r+n}{r} g \frac{\partial \xi}{\partial n} - \frac{r+n}{r} \frac{\tau_{bn}}{\rho h} \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial (Uh)}{\partial s} + \frac{r+n}{r} \frac{\partial (Vh)}{\partial n} + \frac{Vh}{r} = 0 \quad (6.3)$$

ここに U, V は鉛直平均された s 方向、 n 方向の流速、 r は s 軸の曲率半径、 h は水深 ($h_0 + \xi - \eta$)、 η は平均河床面からの河床高、 ξ は等流水面からの水位の上昇量であり、 τ_{bs}, τ_{bn} はそれぞれ、底面せん断力の s 方向成分、 n 方向成分である。鉛直平均流速と底面せん断力との関係は、一般に次式で与える⁶⁾。

$$\begin{aligned} \tau_{bs} &= \rho C_f \sqrt{U^2 + V^2} U \\ \tau_{bn} &= \rho C_f \sqrt{U^2 + V^2} V \end{aligned} \quad (6.4)$$

ここで、摩擦係数 C_f の与え方は研究者により若干異なり、全断面の平均値 ($C_f = C_{f0}$) を用いる場合^{3), 6), 16)}、¹⁷⁾ と、水深の変化を考慮して $C_f = C_{f0} (h_0/h)^{1/3}$ で与える場合¹⁵⁾ とがあるが、結果に大差はないようである。

式(6.1)~(6.4)は非線形の方程式であるため、そのまま解くことは著しく困難であり、しばしば線形化が行われ、式(6.1), (6.2)の左辺第一項はそれぞれ、 0 seen 近似により、 $U_0 \partial U / \partial s, U_0 \partial V / \partial s$ で置き換えられる。ここに、 U_0 は断面平均流速である。Engelund³⁾、池田ら^{6), 17)} は、線形項ではあるが微量である $U_0 \partial V / \partial s, C_f U_0 V / h_0$ までも省略することにより、式(6.1)~(6.4)を次式のように簡略化し、

$$\frac{U_0^2}{r} = g \frac{\partial \xi}{\partial n} \quad (6.5)$$

$$U_0 \frac{\partial U}{\partial s} = - g \frac{\partial \xi}{\partial s} - C_f \frac{U_0^2}{h_0} \left(2 \frac{U - U_0}{U_0} - \frac{\xi}{h_0} + \frac{n}{h_0} \right) \quad (6.6)$$

$$h_0 \left(\frac{\partial U}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial n} \right) + U_0 \frac{\partial}{\partial s} (\xi - \eta) = 0 \quad (6.7)$$

sine generated curve で与えられる蛇行流路における U 、 V 、 ξ の解を容易に得ている（式(6.5)～(6.7)をこの順番で解くと、それぞれの未知量が、 ξ のみ、 U のみ、 V のみとなる）。しかし、微小線形項を無視しているため、河床に三次元的凹凸が存在しても流路形状が直線 ($r \rightarrow \infty$) である場合には $V=0$ となる。したがって、河床凹凸が比較的大きく、流路形状が直線に近い場合には、本解析法の精度は悪くと思われる。

長谷川ら¹⁶⁾は流れに及ぼす流路の平面形状の影響と河床形状の影響を独立に評価するために、上述の解析で無視した U 、 $\partial V / \partial s$ を考慮した解析を行い、さらに、線形の範囲内で内岸と外岸の流下距離の差を考慮した解析¹⁵⁾も行っている。ただし、式形が複雑となり、線形の方程式と言っても厳密解を求めることは困難であるため、重み付き残差法により近似解を求めている。そこでは、横断摩擦項 $C_f U_0 V / h_0$ を無視しているが、これを無視しても底面せん断力の絶対値 (U に大きく依存) の分布に大きな影響は与えないようである本解析では U 、 $\partial V / \partial s$ を残しているため、 $r \rightarrow \infty$ とすれば前章で述べた直線流路の交互砂州上の流れにも適用できる。

浅水流解析の欠点は、主に、鉛直平均流速しか計算できないことにあり、横断せん断力が平均流速 V に支配されるのではなく、底面近傍の横断方向流速 v_0 に支配されることを考慮すると、浅水流解析による横断せん断力の推定精度は、特に二次流が発達する蛇行・湾曲流路では著しく悪くなる。例えば、横断流速の鉛直分布が図-6.4に示すような場合には、平均流速と底面付近の流速は絶対値ばかりでなく、方向が異なる場合さえある。蛇行・湾曲流路の河床変動は、横断せん断力の影響を強く受けるため、移動床を対象とした場合には、次項で述べる二次流の解析が必要である。浅水流解析のもう一つの欠点は、 $\int_0^h \rho u v dz (\neq \rho U V h)$ で表される運動量の横断輸送項を考慮できないことにある。式(6.1)～(6.4)を平坦床一様湾曲流路の平衡域に適用すると、

$$\begin{aligned} h &= h_0 \left(1 + F_r^2 \frac{n}{r} \right) \\ V &= 0 \\ U &= \sqrt{\frac{1}{C_f} \left(1 - \frac{n}{r} \right) \left(1 + F_r^2 \frac{2n}{r} \right) g h_0 i_0} \end{aligned} \quad (6.8)$$

となり、 $F_r < 1$ では常に内岸側の流速が大きくなる。しかし、吉川ら⁴⁾が $F_r < 1$ で行った一様湾曲流路の実験では鉛直平均流速は外岸側の方が大きくなっている。これは、運動量の大きな水面域の流塊を外岸へ、運動の小さな底面域の流塊を内岸へ輸送する二次流の効果によるものと考えられる。このように、二次流が十分発達するほど一様湾曲部が長ければ、底面せん断力分布は図-6.2と異なり、外岸域に大きなせん断力が出現すると考えられる。池内・玉井¹⁸⁾は式(6.1)～(6.4)をより厳密に解くために、Perturbation による非線形解析を行っているが、蛇行・湾曲流路では浅水流方程式(6.1)～(6.4)をいくら厳密に解いても、二次流の影響を考慮しなければ解析の精度が向上しない場合もある。

(2) 流れの三次元性を考慮した解析

前述のように、移動床の蛇行・湾曲流路では、河床せん断力の絶対値ばかりではなく、二次流による横断河床せん断力の評価が重要となる。この方法には次の2つがある。第一には、底面せん断力の絶対値は浅水流方程式に基づいて比較的精度がよく算定できることから、二次流成分をこれと独立に求め、これにより

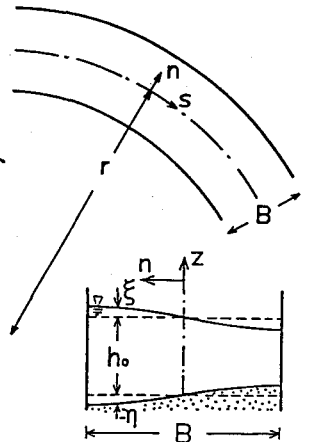


図-6.3 記号

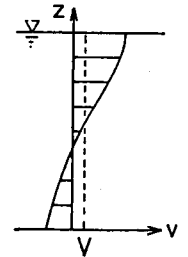


図-6.4 横断流速の鉛直分布と平均値

底面せん断力の作用方向を求める方法である。第二は、前項で述べた浅水方程式が運動量の横断輸送項を的確に表現できない欠点を補うため、主流と二次流の相互作用を考慮して、底面せん断力の絶対値とその作用方向を求める方法である。紙面の関係上、ここでは、これらのいくつかを簡単に紹介するに留める。

a) 二次流成分を独立させた解析

Kikkawa・Ikeda et al.¹⁹⁾は矩形断面一様湾曲流路の平衡域の二次流の分布を断面内の渦度方程式に基づいて求めている。この解析法は側壁での二次流の境界条件を考慮できるが、形断面に限られることから移動床に適用できなかった。これを解決するために池田²¹⁾は、側壁近傍を除いて渦度の横断移動項を無視することにより、任意河床形状一様湾曲流路の二次流分布計算の算定を可能としている。この二つは、一様湾曲流路の平衡域を扱い二次流の横断移流項を考慮していないため、湾曲入口付近あるいは曲率が変化する蛇行流路において、その地点の曲率を用いて、この理論を適用した場合には精度が低下する。

Kennedyら²⁰⁾は、二次流の鉛直分布を直線で近似し、この二次流がベキ乗則で表される主流で流下方向に移流されることを考慮し、断面積分された角運動量の保存則より、二次流の流下方向変化を求めている。また、池田・西村は、一様湾曲流路で得られている二次流の鉛直分布式²³⁾を用いて、渦度が鉛直平均主流速 U で流下方向に輸送されることを考慮して、渦度方程式に基づいて二次流の流下方向変化を求めている。その結果、蛇行流路では、一様湾曲流路に比べて二次流が若干弱く、その位相が平面形状に対して遅れることを明らかにしている。

b) 主流と二次流の相互作用を考慮した解析

主流と二次流の相互作用を十分に取込んだ解析を行うためには、数値計算に頼らざるを得ない。池田・田中・千代田²¹⁾は、 $K-\varepsilon$ モデルにより蛇行管路内の流れの三次元解析を行い、森・岸²²⁾は川幅の変化までも考慮できる、渦動粘性係数を用いたモデルの計算法を開発している。これらは、いずれも相当の計算時間を要する。

池谷・玉井²³⁾は、蛇行開水路内の三次元流れの解析をより解析的に扱うべく、鉛直方向に分布させた渦動粘性係数を用いたモデルに重み付き残差法を適用しているが、非線形連立常微分方程式を数値的に解くことに帰着されている。石川ら²⁴⁾は、同様に重み付き残差法を用いているが、主流および二次流の鉛直分布の相似性を仮定し、一次元流管方程式を導入することにより、解法を連立一次方程式の初期値問題に帰着させ、パソコンでも計算可能な離散化された準三次元計算法を開発している。石川ら²⁵⁾は更に単純化して、鉛直平均主流速の横断分布を直線で近似し、二次流は横断的に一様であると仮定して重み付き残差法を適用し、これらの流下方向変化を簡単に求める非線形の三元連立一階常微分方程式（流下距離に関する微分のみで、微分項に関しては線形）を導くことにより、主流と二次流の干渉機構を明らかにしているが、主流・二次流の横断相似形の与え方には問題が残されている。

6.3 問題点と今後の展望

二次流による運動量の横断輸送項が主流に及ぼす影響に比べて、河床凹凸の影響が卓越する場合には、浅水流解析により蛇行・湾曲流路の底面せん断力の絶対値の分布を比較的精度良く算定できるが、河床が平坦である場合には二次流による運動量の横断輸送を考慮した解析が必要である。現在までの鉛直平均流及び二次流の解析解は川幅が一定である条件に限られたり、横断面が鉛直壁+任意河床形状に限定されているため実河川に適用するためにはこれらの改良が望まれる。また、二次流を独立させた解析および数値解析によらない主流と二次流の相互作用を考慮した解析においては、側壁境界条件として主流及び二次流がゼロという条件を用いているだけで、主流速に及ぼす側壁近傍のReynolds応力（鉛直縦断面内）の影響を考慮していないため、主流速の横断分布、さらには二次流の横断分布に及ぼす側壁の効果が十分な形で取り入れられてはいないと考えられる。蛇行・湾曲流路の河床形状を予測するには横断せん断力と密接に関わる二次流の解析は不可欠であるが、最大洗掘が側壁近傍で生じることを考慮すると、今まであまり明らかにされていない（或は回避されてきた）側壁近傍の三次元流れを精度よく算定できる解析法の確立が望まれる。これには、ま

ず、隅角部を有する直線流路の壁面せん断力分布及び流速分布を精度良く推定できる解析法の開発が必要であると考えらる。

7. 結 論

4種類の移動床流路を念頭において、それらの河床せん断力の分布特性とその推定法について、これまでの研究成果を中心に考察するとともに、若干の適用例を示しながら、それらの問題点と今後の展望を行った本研究によって得られた成果は、各章に示す通りであるが、各解析法の適用例が十分でなく、当初期待した目標は達成されてはいない。

本論においては、流れの抵抗の問題、すなわち、平均流のエネルギー散逸の問題には触れなかったが、ここで扱った流れは、2次元河床波上の流れを除いて、流れの抵抗を $C_f U^2$ と表したとき、これと河床せん断力の絶対値とが一致する問題を扱っている。流速分布とレイノルズ応力の相似性が保証される範囲においては、これは妥当な扱いであるが、周知のように不等流の程度や平面形状によっては、 C_f あるいは摩擦損失係数が容易に与えられない問題も多くある。このような流れにおいては、 $C_f U^2$ はもはや河床せん断力ではなく、散逸応力の代表値の意味をもつ。

移動床問題においても、最近乱流モデルを用いた解析が進められている。このモデルは、かなり可能性を持っているものと思われるが、現状においては 0th Orderモデルで推定できない問題は、 $k-\epsilon$ 乱流モデルにおいても推定が困難であるように思われる。このような理由により、ここではこれを考察の対象としていない。

最後に、本研究を進めるに当たり、建設省土木研究所、福岡捷二先生に種々御指導いただいた。また、このグループの研究においては多くの方々にご協力いただいた。ここに記して感謝いたします。今後、河床せん断力の推定法の適用をもう少し詳細に行い、それを基礎として、本研究の問題点と発展の方向を探るつもりである。

参考文献

2章

- 1) 余越正一郎・角屋 睦：Wall Shear の直接測定 -緩勾配流れに関する研究(2)-、京大防災研年報 第7号、1964、pp.311-314.
- 2) 勝井秀博・花村哲也・田村滋美：開水路における底面摩擦の直接測定について、第32回土木学会年講概要、1977、pp.382-383.
- 3) 芦田和男・江頭進治・西野隆之：階段状河床波上の流れと抵抗則、京大防災研年報、第29号B2、1986、pp.391-403.
- 4) Preston, J.H. : The Determination of Turbulent Skin Friction by Means of Pitot Tubus, Journal, Royal Aero-nautical Society, Vol.58, 1954
- 5) 今本博健・石垣泰輔：開水路隅角部における縦渦の配列特性について、第28回水理講演会論文集、1984、pp.257-262.
- 6) Ludwig, E. : Ein Gerat zur Messung der Wandschubspannung Turbulenter Reibung Schlichter, Ingenieur-Archiv, Vol.17, No.3, 1949, pp.207-208.
- 7) Dietrich, W.E. and Smith, J.D. : Influence of the Point Bar on Flow Through Curved Channels, Water Resources Research, Vol.19, No.5, 1983, pp.1173-1192.
- 8) Siegenthaler and Shen, H.W. : Shear Stress Uncertainties in Bends from Equations, Proc. Conf. Rivers '83, ASCE, 1983, pp.662-674.
- 9) Smith, J.D. and McLean, S.R. : A Model for Flow in Meandering Stream, Water Resources Research, Vol.20, No.9, 1984, pp.1301-1315.

- 10) Kalkwijk, J.P.Th. and DeVriend, H.J. : Computation of the Flow in Shallow River Bends, Jour. Hyd. Res., Vol.18, No.4, 1980, pp.327-342.

3 章

- 1) Ghosh, S. and N.Roy : Boundary Shear Distribution in Open Channel Flow, Proc. ASCE, HY4, 1970, pp.967-994.
- 2) Ghosh, S. and S.B.Jend : Boundary Shear Distribution in Open Channel Compound, Proc. ICE, Vol.91, 1971, pp.417-430.
- 3) 中川博次・祢津家久・富永晃宏 : 各種河床条件における縦渦を伴う流れの乱流構造、京大防災研年報 第24号B2、1981、pp.315-338.
- 4) 澤井健二・芦田和男 : 粘着性流路の侵食と横断形状に関する研究、土木学会論文報告集、第266号、1977、pp.73-86.
- 5) 福岡捷二・山坂昌成 : なめらかな横断面形状をもつ直線水路のせん断力分布と拡幅過程の解析、土木学会論文集、第351号/II-2、1984、pp.87-96.
- 6) Lundgren, H. and I.G.Jonsson : Shear and Velocity Distribution in Shallow Channels, Proc. ASCE, Vol.90, HY1, 1964, pp.1-21.
- 7) Chiu, C.L. and G.F.Lin : Computation of 3-D Flow and Shear in Open Channels, Jour. Hydraulic Engineering, Vol.109, No.11, 1983, pp.1424-1440.
- 8) Replogle, J.A. and V.T.Chow : Tractive-force Distribution in Open Channels, Proc. ASCE, HY2 1966, pp.168-191.
- 9) Parker, G. : Self-formed Straight Rivers with Equilibrium Banks and Mobile Bed, Part 2, The Gravel River, Jour. Fluid Mechanics, Vol.89, Part 1, 1978, pp. 127-146.

4 章

- 1) 大貫博史・城 衛・藤堂憲幸・吉川秀夫 : 波状河床上の転動粒子について、29回水理講演会論文集、1985、491-496.
- 2) Raudkivi, A., J. : Bed Forms in Alluvial Channels, J.Fluid Mech.Vol.26, 1966, 507-514.
- 3) 芦田和男・江頭進治・西野隆之 : 階段状河床波上の流れの抵抗則、京大防災研究所年報、29号B-2、1986、391-403.
- 4) 吉川秀夫編 : 流砂の水理学、2章 波状床面上の流れの特性、丸善、1985、19-72.
- 5) 石川忠晴 : 断面急変に伴う剥離領域下流部の流れと底面せん断力について、土木学会論文集、257号 1977、21-29.
- 6) 石川忠晴 : 河川の流砂に関する基礎的研究、東工大、土木研究報告、No.24、1987、 51-94.
- 7) McLean S., R. and J.D.Smith : A Model for Flow over Two-Dimensional Bed Forms, Jour.Hydraulic Eng.vol.112, No.4, ASCE, 1986, 300-317.
- 8) Schlichting, H. : Boundary Layer Theory, 6th Ed. McGraw Hill, 1968, 691-695.

5 章

- 1) 石井千万太郎・星 尚克 : 単列交互砂州上の流れ、秋田大学鉱山学部研究報告、第7号、1986
- 2) 石井千万太郎 : 単列交互砂州上の河床せん断力、(未発表)
- 3) 長谷川和義 : 蛇曲流路における流れと平衡底面形状に関する研究、土木学会論文集、第338号、1983
- 4) 福岡捷二・山坂昌成 : 河床形状・流れ・流砂量の非線形関係を考慮した交互砂州の平衡波高の理論、土木学会論文集、第357号、1985

6 章

- 1) 村本嘉雄・坂本忠彦・吉村知司 : 弯曲水路の河床変動に関する研究、京都大学防災研究所年報、11B、

1968.

- 2) 池田駿介：移動床河川の弯曲部における二次流と動的横断平衡河床について、土木学会論文報告集、第229号、PP.55-65、1974.
- 3) Engelund, F. : Flow and Bed Topography in Channel Bends, Proc. ASCE, Vol.100, No.HY11, pp.1631-1648, 1974.
- 4) 吉川秀夫・池田駿介・北川 明：弯曲水路の河床変化について、土木学会論文報告集、第251号、PP.65-75、1976.
- 5) Parker, G. and E.D. Andrews : Sorting of Bed Load Sediment by Flow in Meander Bends, Water Resources Research, Vol.21, No.9, pp.1361-1373, 1985.
- 6) 池田駿介・西村達也：砂床蛇行河川の三次元流れと河床形状、土木学会論文集、第369号、PP.99-108、1986.
- 7) 池田駿介・山坂昌成・千代田将明：混合砂礫床一様湾曲流路の平衡横断形状とSortingについて、土木学会論文集、第375号、pp.151-160、1986.
- 8) Ippen, A. T. and Drinker, P. A. : Boundary Shear Stresses in Curved Trapezoidal Channels, Proc. ASCE, Vol.88, No.HY5, pp.143-179, 1962.
- 9) Choudhary, U. K. and Narasimhan, S. : Flow in 180° Open Channel Rigid Boundary Bend, Proc. ASCE, Vol.103, No.HY6, pp.651-657, 1975.
- 10) Hooke, R. L. : Distribution of Sediment Transport and Shear Stress in a Meander Bend, Jour. of Geology, Vol.83, No.5, pp.543-565, 1975.
- 11) Yen, B. C. : Characteristics of Subcritical Flow in a Meandering Channel, Iowa Institution of Hydraulic Research, Univ. of Iowa, 1965.
- 12) Varshney, D. V. and Garde, R. J. : Shear Distribution in Bends in Rectangular Channels, Proc. ASCE, Vol.101, No.HY8, pp.1053-1066, 1975.
- 13) Dietrich, W. E. and Smith, J. D. : Influence of the Point Bar on Flow Through Curved Channels, Water Resources Research, Vol.19, No.5, pp.1173-1192, 1983.
- 14) Siegenthater, M. C. and Shen, H. W. : Shear Stress Uncertainties in Bends from Equations, Proc. of the Conf. Revers' 83, ASCE, pp.662-674, 1983.
- 15) 長谷川和義：蛇曲流路における流れと平衡底面形状に関する研究、土木学会論文報告集、第338号、pp.105-114、1983.
- 16) 長谷川和義・山岡 勲：蛇行流路の発達に及ぼす平面ならびに河床形状の影響（英文）、土木学会論文報告集、第296号、pp.143-152、1980.
- 17) 池田駿介・日野幹雄・吉川秀夫：河川の自由蛇行に関する理論的研究、土木学会論文報告集、第255号、pp.63-73、1976.
- 18) 池内幸司・玉井信行：蛇行水路における水深平均流れ場の遷移特性、土木学会論文報告集、第334号、pp.89-101、1983.
- 19) Kikkawa, H., Ikeda S., Ohkawa, H. and Kawamura, Y. : Secondary Flow in a Bend of Turbulent Stream, Proc. of JSCE, No.219, pp.107-114, 1973.
- 20) Kennedy, J. F., Nakano, T. and Odgaard, J. : Analysis, Numerical Modeling, and Experimental Investigation of Flow in River Bends, Proc. of the Conf. Revers' 83, ASCE, pp.843-856, 1983.
- 21) 池田駿介・田中昌宏・千代田将明：空気蛇行流の乱流特性に関する研究、土木学会論文集、第351号、pp.77-86、1984.

- 22) 森 明巨・岸 力：蛇行河道三次元流の数値解析と河床変動の計算、第29回水理講演会論文集、pp.691-696、1985.
- 23) 池谷 毅・玉井信行：平坦固定床蛇行水路における三次元流況の解析、土木学会論文報告集、第342号、pp.107-113、1984.
- 24) 石川忠晴・鈴木研司・田中昌宏：開水路流の準三次元計算法に関する基礎的研究、土木学会論文集、第375号、pp.181-189、1986.
- 25) 石川忠晴・金 舜範：湾曲部の二次流に関する基礎的研究、土木学会論文集、第375号、pp.143-149、1986.