

土石流の流動機構

MECHANICS OF DEBRIS FLOW IN OPEN CHANNEL

京都大学 防災研究所 正 江 頭 進 治 Shinji EGASHIRA

京都大学 防災研究所 正 芦 田 和 男 Kazuo ASHIDA

阪神電気鉄道株式会社 正 佐々木 浩 Hiroshi SASAKI

1. 緒 言

山腹斜面の崩壊や土石流などによる土砂災害の顕在化に伴い、流動砂礫の堆積範囲の予測問題は防災対策上重要な課題になっている。土石流の堆積範囲は、流れの連続式、運動方程式および河床変動式を用いれば原理的には予測できるが、そのためには、土石流の運動方程式、すなわち流動則の確立が不可欠となる。

土石流の流動則については、これまでにいくつかのモデルが提案されている。単純せん断流に関する流動則を降伏応力の有無によって分類すれば、図-1のようなものである。高橋¹⁾や椿・橋本²⁾らの研究は、いずれも Dilatant 流体モデルに分類され、また、連続体力学のグループで活発に研究されている粒子流の流動則も基本的には Dilatant 流体モデルの範中にある。一方、降伏応力 τ_y を含む研究には、ビンガム流体モデルや擬 Dilatant 流体モデルがある。ビンガム流体モデルには Johnson³⁾の研究をはじめとして、数多くの研究があり、擬 Dilatant 流体モデルには、大同・宮本^{4), 5)} および著者⁶⁾らのものがある。このように土石流に関して多くの流動則が提案されているが、これは材料の粒度分布特性によって流れの性質がかなり変化することや、土石流の力学機構のとらえ方の違いに起因している。

土石流の停止・堆積機構を流動モデルで表現しようとするれば、内力としてのせん断力（以下、単にせん断力）に降伏応力 τ_y が含まれていなければならない。一方、停止・堆積現象を流動則以外の機構でとらえようとするれば、それに伴い取り扱いも異なってくる。本研究においては、外力としてのせん断力 τ_B (図-1) が τ_y よりも小さくなったときに土石流の停止過程が始まるものと考えて、つぎのような議論を行う。まず、せん断力の構造に関して考察を行い、それをもとに流速分布則を導く。ついで、これをもとにして、土石流の一次元支配方程式を導き、その適用例として土石流の堆積形状の解析を行う。

2. 土石流の流動則

図-2に示すような単純せん断流において、せん断力は形式的に次式のように表わされる。

$$\tau = \tau_y + \tau_f + \tau_g \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 τ_y は降伏応力であり、粒子接触に伴う摩擦力や粘土粒子を多量に含む場合などの電気化学的な粘着力に相当する。 τ_f は変形速度に依存する応力であって、ここでは流体相の散逸応力を意味する。 τ_g は粒子間の非弾性衝突に伴う散逸応力⁵⁾であって、これもやはり変形速度に依存する。これらの応力を全て評価するのは困難である。ここでは問題を単純化して、非粘着性の砂礫と水の混合物を考える。さらに、現状では τ_f と τ_g の分離が困難であるので、ここでは τ_g を省略して次式によって流れの構造を議論する。

$$\tau = \tau_y + \tau_f \quad \dots\dots\dots (2)$$

τ_y は、粒子の相対変位に伴う摩擦によって発生する応力であり、これは砂礫の有効応力に比例するものと考えれば、次式のように表示される。

$$\tau_y = \{ \rho g (\sigma - 1) c (h - z) \cos \theta \} \mu_k \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 ρ は流体相の密度、 g は重力の加速度、 σ は粒子比重、 τ は砂礫の

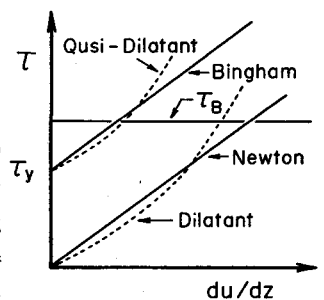


図-1 流動モデル

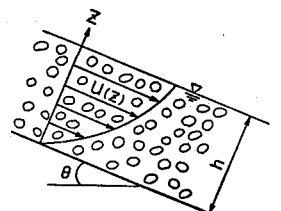


図-2 2次元流れの模式図

体積濃度、 h は流動深、 θ は路床傾斜角、 μ_k は動摩擦係数である。 τ_f は、流体相の粘性応力とレイノルズ応力とからなると考えれば、つぎのように表される。

$$\tau_f = \eta \frac{du}{dz} + \rho l^2 \left| \frac{du}{dz} \right| \frac{du}{dz} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 η は粘性係数、 l は乱れの混合距離である。実験や現地観測の結果によれば、土石流における砂礫の運動は一般になだらかであり、上式の l は粒子間隙のスケールであることが予想される。そこで、図-3を参考にして、粒子間隙の幾何学的スケール L を求めてみる。 L は、粒径 d と濃度 c の関数になり、次式のように表される。

$$L = (k_p/k_v)^{1/3} \left\{ (1-c)/c \right\}^{1/3} d \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 k_p 、 k_v は形状係数であって、粒子および間隙1個の体積をそれぞれ V_p 、 V_v とすれば、 $k_p = V_p/d^3$ 、 $k_v = V_v/L^3$ のように定義される。上述のことから $L \propto l$ なる関係が期待されるので、比例係数を形状係数比の中に含めて考える。

ここで、摩擦速度 $u_{*f} = \sqrt{\tau_f/\rho}$ を導入し、 $du/dz = u_{*f}/l$ として、式(4)を変形すれば次式を得る。

$$\tau_f = \eta (1 + R_{e*}) du/dz \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、

$$R_{e*} = \left(\frac{k_p}{k_v} \right)^{1/3} \left\{ \frac{1-c}{c} \right\}^{1/3} \rho \frac{u_{*f} d}{\eta} \quad \dots\dots\dots (7)$$

式(6)によれば、流体相の流れの構造は次のようになる。

$R_{e*} \gg 1$ レイノルズ応力の卓越領域

$R_{e*} \sim 1$ 遷移領域

$R_{e*} \ll 1$ 純粘性応力の卓越領域

2次元等流状態を想定しているから、式(2)の τ と外力としてのせん断応力とは釣り合っている。

$$\tau_f + \tau_y = \rho g \left\{ (\sigma - 1)c + 1 \right\} (h - z) \sin \theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

τ_f として、 $R_{e*} \gg 1$ の流れを対象にすれば、上述の議論より流速の垂直分布、断面平均流速および流体抵抗係数が次のように求められる。

$$\frac{u(z)}{\sqrt{gh}} = \frac{2}{3} K \left\{ 1 - \left(1 - \frac{z}{h} \right)^{3/2} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{v}{\sqrt{gh}} = \frac{2}{5} K \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$f_b = \frac{25}{4} \left(\frac{k_p}{k_v} \right)^{2/3} \left\{ \frac{1-c}{c} \right\}^{2/3} \left(\frac{h}{d} \right)^{-2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、

$$K = \left(\frac{k_v}{k_p} \right)^{1/3} \left[\cos \theta \left\{ \tan \theta - \frac{c(\sigma - 1)}{c(\sigma - 1) + 1} \mu_k \right\} \left\{ c(\sigma - 1) + 1 \right\} \right]^{1/2} \left(\frac{c}{1-c} \right)^{1/3} \frac{h}{d}$$

$$f_b = (\tau - \tau_y) |_{z=0} / \rho v^2$$

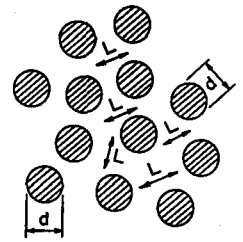


図-3 粒子間隙スケール

3. 流動則の実験的検討

上述の流動則が一般性をもつためには、 μ_k および形状係数比(k_v/k_p)が不変でなければならない。これらのことを調べるため、定常給水、定常給砂の条件のもとで水路実験を行った。水路の幅は10.5 cm、長さは6 mで、水路の下流端から2 mの地点において上・下流側の勾配が任意に変えられるようになって

表-1 実験条件

Run No.	θ_u (deg.)	θ_d (deg.)	d_{50} (cm)	q_s (cm ² /s)	q_w (cm ² /s)	c	h (cm)	f_b
D-1	18	10	0.391	24.2	42.0	0.349	1.70	0.102
D-2	18	10	0.274	27.9	42.0	0.406	1.66	0.0526
D-3	22	10	0.391	24.2	42.0	0.358	1.39	0.121
D-4	22	10	0.274	27.9	42.0	0.396	1.24	0.0709
D-5	18	10	0.391		57.7	0.389	2.05	0.0643
D-6	18	10	0.391		57.7	0.331	1.65	0.0614
D-7	18	10	0.274		57.7	0.324	1.65	0.0654
D-8	18	10	0.274		57.7	0.400	2.05	0.0557
D-9	18	10	0.771		57.7	0.292	2.15	0.188

いる。実験では、ビデオカメラによる流速分布と流動深の測定を行うとともに、採水法によって流砂濃度を測定した。実験条件を表-1に示す。ここに、 θ_u は上流側勾配、 θ_d は下流側勾配、 d_{50} は材料の50%粒径、 q_s は流砂量、 q_w は給水流量、 c は流砂の体積濃度、 h は流動深、 f_b は抵抗係数に関する実験値である。ここで、 $\theta_u \approx \theta_d$ ($\theta_d < \theta_u$) としているのは、土石流の堆積過程も同時に調べるためである。なお、使用材料の内部摩擦角 ϕ_s はいずれも42°程度であった。

上述の実験によって、形状係数比と濃度や粒径との関係を調べた結果を図-4に示す。これによれば、濃度が大きくなると形状係数比は若干小さくなるようにも見えるが、殆んどのデータは

$$2.0 \lesssim (k_v/k_p)^{1/3} \lesssim 2.5$$

の範囲にあり、現状においてはほぼ一定値と見なせる。

動摩擦係数については、 τ_f が発生しない特殊な実験を行って調べたところ、場の運動学的、力学的条件には依存せず、次のように一意的に定まることが判明している⁷⁾。

$$0.7 \lesssim \mu_k/\mu_s \lesssim 0.85$$

ここに、 μ_s は静摩擦係数で、砂礫の内部摩擦角を ϕ_s とすれば、 $\mu_s = \tan \phi_s$ で定義される。

上述のように、流動則に含まれる未知係数がほぼ一意的に決定できることが判明した。このことは、流動則がかなり妥当なものであることを示唆している。これをさらに詳しくみるため、抵抗係数および流速分布に関する計算値と実験値の比較を行う。計算に当たっては、 $(k_v/k_p)^{1/3} = 2.0$ 、 $\mu_k = 0.72$ ($= 0.8 \mu_s$)を用いている。図-5は抵抗係数を比較したものである。土石流の濃度が0.3~0.4の範囲にあることを考慮すれば、両者はかなりよく一致しており、式(11)はかなり妥当であることが分かる。図-6は流速分布に関する比較である。流速分布の計算においては流動則から定まる計算水位を採用している。水面近傍において両者は一致していない部分も見受けられるが、全般には流速分布も式(9)によって適切に評価されているようである。

なお水面近傍において、計算値に比べて実験値が大きくなるのは、水面付近で濃度が小さくなっていることや、 $R_{e*} \gg 1$ の条件が成り立たなくなっていることが考えられる。ちなみに、 $\theta = 18^\circ$ 、 $h = 1.65$ cm、 $d = 0.274$ cm、 $c = 0.35$ とすれば、水路底面において $R_{e*} \approx 206$ 、半水深で $R_{e*} \approx 136$ 程度の値になる。

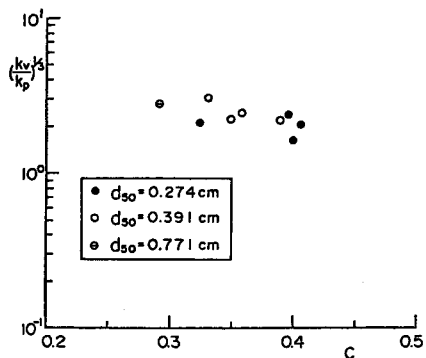


図-4 形状係数比

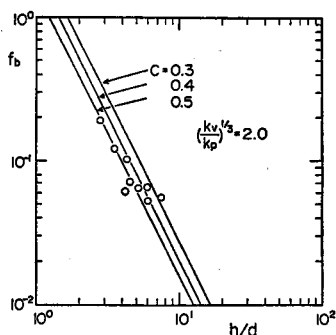


図-5 抵抗係数

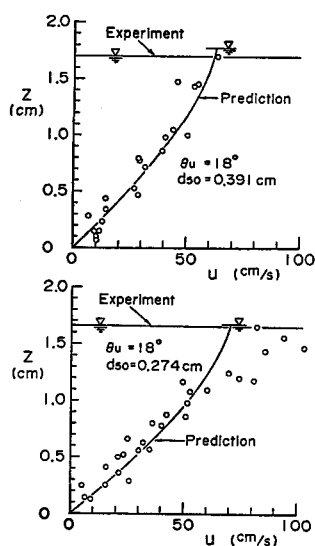


図-6 流速分布

4. 一次元流動・堆積モデル

4.1 支配方程式

土石流の支配方程式は、移動床の流砂問題を扱う場合と同様に、連続式、流砂量式、運動方程式および河床位方程式から構成される。まず、質量保存則の体積積分によって、水と土砂の混合物に関する体積保存則および砂礫に関する体積保存則（流砂量分布式）が導かれる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial v h}{\partial x} = - \frac{D}{c_*} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial c h}{\partial t} + \frac{\partial c v h}{\partial x} = - D \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 c_* は堆積物の体積濃度で、 D は単位時間、単位面積当たりの堆積量である。以後これを堆積速度と呼ぶ。ただし、 $D < 0$ は侵食を意味する。上式の誘導に当たり、土石流から砂礫が堆積するとき、その間隙に水を取り込むものと考えている。

運動方程式を体積積分すれば一次元運動量保存式が導かれるが、このとき垂直応力をいかに扱うかは問題である。若干矛盾はあるが、これを静水圧近似できるものとして、式(12)を考慮すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = & \text{① } g \sin \theta - \text{② } g \left\{ \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma-1)h}{(\sigma-1)c+1} \frac{\partial c}{\partial x} \right\} + \frac{vD}{c_* h} \\ & - \text{③ } \frac{(\sigma-1)cg \cos \theta}{(\sigma-1)c+1} \mu_k - \text{④ } \frac{v^2}{\left\{ (\sigma-1)c+1 \right\} h} f_b \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

上式において、① は重力項、② は圧力項、③ は侵食・堆積に伴う付加応力、④ は降伏応力による抵抗項、⑤ は流体相の変形に伴う抵抗項である。

河床位方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{D}{c_*} \quad \dots\dots\dots (15)$$

以上が土石流の支配方程式である。未知量は c 、 v 、 h 、 z_b および D の5個であるが、これらに対して式(12)～(15)までの4本の式が用意された。問題を閉じるためには D に関する推定式が必要である。

4.2 平衡勾配と堆積速度

河床勾配が一定に保たれて、侵食も堆積も起こらない状態を想定し、これを平衡勾配と呼ぶことにする。このとき、土石流の加速度は0となり、さらに $\partial h / \partial x$ や $\partial c / \partial x$ も0となることが容易に想像できる。式(14)においてこれらのことを考慮し、 $\cos \theta \approx 1$ とすれば、平衡勾配 θ_e は次のように導かれる。

$$\theta_e = \text{Arctan} \left[\frac{(\sigma-1)c \cos \theta}{(\sigma-1)c+1} \mu_k + \frac{v^2}{\left\{ (\sigma-1)c+1 \right\} g h} f_b \right] \quad \dots\dots\dots (16)$$

さらに、土石流が減速して停止する勾配 θ_c は、上式において $v = 0$ と置けば次のように表される。

$$\theta_c = \text{Arctan} \left\{ \frac{(\sigma-1)c \cos \theta}{(\sigma-1)c+1} \mu_k \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

式(17)は高橋らの堆積勾配⁸⁾に一致する。

河床位は一般に連続的に変化する。そのため、土石流は侵食・堆積を繰り返しながら、常に平衡勾配を作るように流下するもの考える。このような状態を想定して、河床 z_b を土石流とともに移動する座標系からみると、 $\partial z_b / \partial t = -v \partial z_b / \partial x_*$ ($x_* = x - vt$) となる。この関係と式(15)より次式を得る。

$$\frac{\partial z_b}{\partial x_*} = -\frac{1}{c_*} \frac{D}{v} \quad \dots\dots\dots (18)$$

固定座標からみた河床勾配 θ と平衡勾配 θ_e ，および移動座標からみた河床勾配 $\text{Arctan}(\partial z_b / \partial x_*)$ との間には次式が成立する。

$$\theta - \theta_e = \text{Arctan} \left\{ \frac{\partial z_b}{\partial x_*} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで，式(19)に(18)の関係を用いれば，堆積速度 D が次式のように導かれる。

$$\frac{D}{v} = c_* \tan(\theta_e - \theta) \quad \dots\dots\dots (20)$$

以上の議論によって，土石流の流下過程を追跡するための基礎式が用意された。

5. 土石流堆積形状の解析

上述の支配方程式，さらには土石流の流動則の適用性を検討するために，土石流の堆積形状に関する水路実験を行った。実験装置，方法および条件は前章に示すとおりであるが，水路下流部における堆積形状は，水路側面からのビデオ撮影によって読み取られている。

数値計算は，上述の基礎式を Two-Step Lax-Wendroff 法で直接解析する場合と基礎式の近似を行った上で数値解析を行う方法の2種類を行っている。後者における基礎式の近似は，次のように行っている。すなわち，局所等流状態を想定し，式(12)，(13)および式(14)を有限個の質点系に置き換えた後，質点系では時間と場所とが一對一に対応することを考慮して，これらを x 座標で次のように書き直している。

$$v \frac{dh}{dx} = -\frac{D}{c_*} \quad \dots\dots\dots (12')$$

$$v \frac{dc}{dx} = -D \quad \dots\dots\dots (13')$$

$$v \frac{dv}{dx} = g \sin \theta + \frac{vD}{c_* h} - \frac{(\sigma - 1)cg \cos \theta}{(\sigma - 1)c + 1} \mu_k - \frac{1}{(\sigma - 1)c + 1} \frac{v^2}{h} f_b \quad \dots\dots\dots (14')$$

また，河床位方程式は次のように変換される。

$$v \frac{dz_b}{dx} = -\frac{D}{c_*} \quad \dots\dots\dots (15')$$

ここで， v ， c ， h は連続した流れを有限個に分割したときの，各々のブロックの諸量を意味する。なお，式(20)はこの近似解析においても同じである。

以上2つの方法による数値解析結果を比較したところ，非線形項を含む前者の方法において，少し堆積勾配が緩くなる以外は，両者には大きな差異はなかった。そこで，以下後者の近似計算法による結果と実験結果とを比較してみる。図-7にその結果を示す。

まず，実験値についてみる。Run D-2 と Run D-1 との条件の違いは，前者において上流側から流下する土石流の流砂濃度が大きく，材料の粒径が小さいことである。Run D-2 の結果は，D-1 のそれに比べて上流側へのそ上が顕著であるばかりではなく，下流側への形状の伸びも顕著である。上流へのそ上は，流砂濃度が大きく，砂礫の堆積が顕著に起こるからで，下流への伸びは，粒径効果，すなわち抵抗係数が D-1 のものよりも小さいことに起因しているからである。

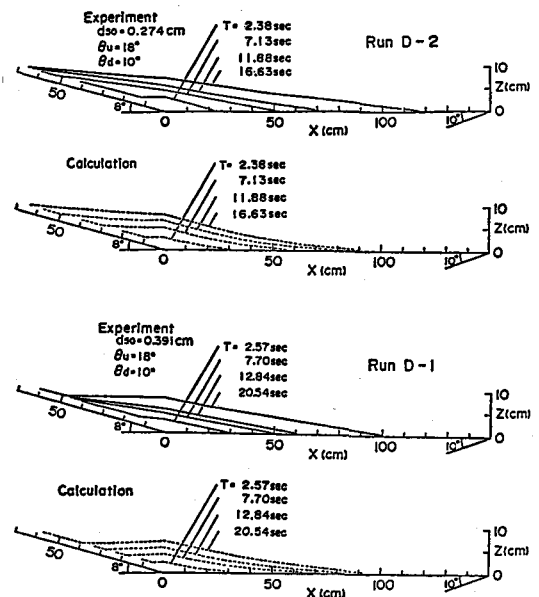


図-7 堆積形状に関する実験値と計算値

ついで、Run D-2とD-1に関する計算値についてみると、上述のことがかなり適切に表現されているのが理解される。ここで、実験値と計算値とを比較すると、後者において堆積長が少し短い以外、両者はかなりよく一致しているのが分かる。計算において堆積長が短いのは、基礎式の近似によるものと思われるが、これは大きな問題ではない。

6. 結 語

本研究では、土石流の流動機構に関する著者らの基本的な見方を示し、それに基づいて流動則を導いた。さらに、その応用として、土石流の流動から堆積までの過程を評価する支配方程式を導き、それによって水路実験の解析を行った。以下、本研究によって得られた結果および問題点を要約する。

- (1) 粒子摩擦および流体相の変形速度に起因するエネルギー散逸を考へて、開水路等流の流速分布式および抵抗係数式を導いた。エネルギー散逸には上述のもの以外に粒子の非弾性衝突に起因するものがあるが、これによる散逸は、本研究のモデルでは流体相の変形速度の項に含められている。
- (2) 上述の流速分布式および抵抗係数式と水路実験の結果とを比較した結果、これらの式はかなり妥当なものであることが示された。
- (3) 砂礫と水の混合物および砂礫に関する体積保存則、混合物の運動量保存則、河床位方程式から構成される次元支配方程式を提示した。ただし、これらの式には堆積速度が未知量として含まれている。
- (4) 土石流を構成する砂礫の堆積速度あるいは侵食速度に関し、侵食も堆積も起こらない平衡勾配の概念を導入し、さらに河床変動を勾配で表示することによって、堆積速度の表示式を導いた。
- (5) 堆積速度を含む支配方程式は、水路実験における堆積形状を解析することによって、その妥当性が示されている。

以上のように興味あるいくつかの結果が得られており、それによって実用的にはかなりのものが解析できる見通しがある。しかし、基本的な問題で今後に究明すべき多くの課題を残している。たとえば、流動則に含まれる形状係数比が普遍定数になるかどうかも究明すべき問題であり、また、応力テンソルの構造も判然としていない。さらに、堆積速度の表示式に関しては、実験的にその妥当性が検証されていない。今後、こうした点についての考察を深めるとともに、粒子間の非弾性衝突によるエネルギー散逸も考慮した流動則の議論を進めるつもりである。さらに、面的な広がりをもつ場合の支配方程式、ならびにその解析法について考察し、崩壊土砂や土石流の流出範囲の予測法の確立に努めるつもりである。

最後に、本研究は重点領域研究、計画研究（道上正規 鳥取大教授）の一部として進められていることを記すとともに、土石流の流動則については、砂防地すべりセンターの宮本邦明氏と議論していることを記し、ここに感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 高橋保：土石流の発生と流動に関する研究，京大防災研究所年報，20号B-2，1977，405-435.
- 2) 椿東一郎・橋本晴行・末次忠司：土石流における粒子間応力と流動特性，土木学会論文集，317号，1982，79-91.
- 3) Johnson, A. M. : Physical Process in Geology, Freeman, 1970, 433-534.
- 4) 大同淳之・宮本邦明・三輪浩・西本直史：Newton流体を含む粒子流の構成方程式のエネルギー的考察，39回土木学会全国大会Ⅱ，1984，367-368.
- 5) 宮本邦明：Newton流体を含む粒子流の流動機構に関する研究，立命館大学学位論文，1985，39-72.
- 6) 芦田和男・江頭進治・神矢浩・佐々木浩：斜面における土塊の抵抗則と移動速度，京大防災研究所年報，28号B-2，1985，297-307.
- 7) 芦田和男・江頭進治・神矢浩：斜面における土塊の滑動・停止機構に関する研究，京大防災研究所年報，27号B-2，1984，331-340.
- 8) 高橋保・吉田等：土石流の停止・堆積機構に関する研究(1)，京大防災研究所年報，22号B-2，1979，315-328.