

複断面直線河道における浮遊砂の流送過程

Transport of Suspended Sediment in Compound Channels

京都大学防災研究所 正員 芦田 和男 Kazuo ASHIDA
鳥取大学工学部 正員 藤田 正治 Masaharu FUJITA
京都大学大学院 学生員 劉 炳義 Bingyi Liu

1. はじめに

複断面河道では、低水路上の高速流と高水敷上の低速流の混合による強いせん断層が生じるため、流れの運動量や浮遊砂が横断方向に輸送され、流速や濃度の横断分布が形成される。高水敷側に輸送された浮遊砂は掃流力の低下のために河床へ沈降し、掃流力や乱れの強さに応じて掃流または再浮上するものもあるが、その大部分は堆積するものと考えられる。高水敷の管理上、または洪水時の流水の挙動を知る上で、この堆積量を計算する手法を確立することは重要である。

複断面河道上の浮遊砂の挙動を明確にするためには、横断方向の拡散係数をいかに評価するかが肝要である。拡散係数は水路の幾何条件と水理条件に支配されるので、それらをパラメータにした拡散係数の算定法が必要である。そこで、本研究では、一般的な条件に対して適用できる流速の横断分布式に関する従来の研究成果を使って、拡散係数の計算法を提示する。ついで、浮遊砂濃度分布や高水敷における浮遊砂の堆積量の分布特性について実験的に考察するとともに、それらに関して拡散方程式から検討を加える。

2. 流速の横断分布

流速の横断分布を以下のような水路と条件で測定した。水路は片側に高水敷を有した直線水路であり、長さ12m、幅1m、勾配1/500および長さ8m、幅40cm、勾配1/600の2種類である。高水敷の高さは前者で5cm、後者で2cmと5cmで、幅は水路幅の半分である。水理条件は流量と粗度を変えて設定した。まず、幅1mの水路では、滑面の場合と粒径3.8mmの礫をひいた粗面の場合の2通りの実験を行い、それぞれ低水路の水深を6.5、8、10および11cmに変えて行った。また、幅40cmの水路では滑面の条件で行い、低水路の水深を2.9、4.5、5.2および7.2cmに変えて行った。測定には、プロベラ流速計を用いた。なお、流下方向、横断方向および鉛直方向の座標軸を x 、 y および z 軸とし、座標系および記号は図-1に示すとおりとする。図中の B 、 B_f ：低水路幅および高水敷幅、 Δ ：高水敷の高さ、 H 、 h ：低水路および高水敷上の水深、 b_1 、 b_2 ：低水路および高水敷上の流速分布における高水敷の影響長さ、 u_0 、 u_{f0} ：高水敷の影響範囲外における低水路および高水敷上の流速、 u_j ：高水敷と低水路の境界における流速である。

図-2に粗面の場合の流速分布の測定結果の数例を示す。 Δ/h によって横断分布の形状が少し異なることがわかる。すなわち、 Δ/h が小さいとき高水敷と低水路の境界から少し高水敷に入ったところで流速の極大点が生じる傾向がある。これは従来の研究¹⁾で述べられているように境

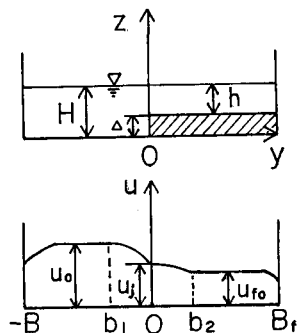


図-1 座標系と記号説明図

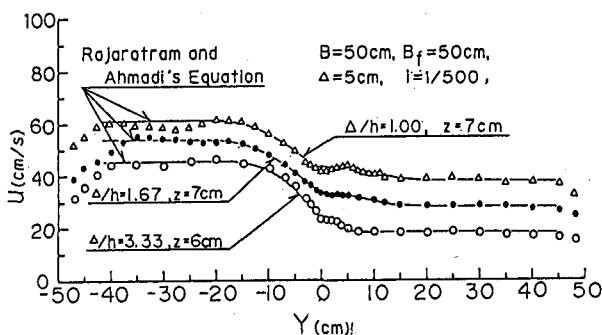


図-2 流速の横断分布

界付近に生じる二次流の影響によるものと考えられ、本実験の範囲では、 Δ/h が小さいほど二次流の強さが増加するためであると思われる。

ついで、次章で拡散係数の算定を行うために、流速の横断分布式について検討する。流速分布の計算法には、数値シミュレーションによるものを除けば、実験結果に基づいて半理論的に求めるものが考えられる。この方法では、流速分布式に導入されている高水数の影響を示すパラメータがいかに的確に評価されているかが重要である。実用性や解析の簡便さのために、ここでは、水路の幾何条件や水理条件が考慮されている Rajaratnam・Ahmadiの研究²⁾の流速分布式の適合性について検討する。壁面の影響を除く領域に対して、Rajaratnamらの式は以下のとおりである。

$$-b_1 < y \leq 0 : u(y, z) = (1 - 0.75 \eta) (u_0 - u_j) + u_j \quad \text{----- (1)}$$

$$0 < y < b_2 : u(y, z) = (u_j - u_{f0}) \exp(-0.693 \eta'^2) + u_{f0} \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 $\eta = (y + b_1)/b_m$ 、 $\eta' = y/b_f$ である。 b_m 、 b_f ：高水数の影響を示す低水路側と高水数側のスケールであり、以下のように定義される。 b_m は u が u_0 から減少して $u_j + (u_0 - u_j)/4$ となるまでの距離、 b_f は u が u_j から減少して $(u_j + u_{f0})/2$ になるまでの距離である。また、 b_1 は $(2/\sqrt{3})b_m$ 、 b_2 は $(u - u_{f0})/(u_j - u_{f0}) = 0.01$ になる位置とすると $b_2 = 2.5b_f$ である。 u_0 、 u_{f0} は対数則に従うことが実験値より検証されている。上式では、 u_0 、 u_{f0} が正確に求められ、さらに b_m や b_f などのスケール・パラメータと u_j が的確に与えられれば、実測値との適合性は良好になる。ただし、図-2に示すような二次流の影響の強いときは高水数側ではあまり適合しない場合もある。Rajaratnamらは幅広い条件に対する実験値を整理した図-3(a)、(b)の結果より、 b_m 、 b_f を次式で表示している。

$$b_m/h = 3.78(H/h) - 3.78 \quad \text{----- (3)}$$

$$b_f/h = 0.64(H/h) - 0.64 \quad \text{----- (4)}$$

この式によると、 b_m 、 b_f は Δ に比例する。また、 u_j も実験値より、

$$(u_j - u_{f0})/(u_0 - u_{f0}) = 0.2 + 0.14(z - \Delta)/h \quad \text{----- (5)}$$

としている。本実験で得られた b_m 、 b_f を図-3に整理すると、 b_m については式(3)とよく適合しているが、 b_f についてはRajaratnamらの実験値も含めて、 $H/h < 5$ で式(4)とあまり適合しておらず、本実験の範囲では $b_f/h = 2.5$ とした方がよいようである。したがって、以下では b_m と b_f を次式で与える。

$$b_m = 3.78 \Delta \quad \text{----- (6)}$$

$$b_f = 2.5h \quad \text{----- (7)}$$

u_j については図示していないが、本実験値も式(5)でほぼ表現されることがわかった。図-2にこれらの結果を使って計算したRajaratnamらの式を示しているが、このようにRajaratnamらの式は一般的な条件に適用可能であると考えられる。

3. 横断方向の拡散係数

レイノルズ・アナロジーによって、横断方向の粒子の拡散係数を横断方向の渦動粘性係数との比例関係より求める。そこで、まず、渦動粘性係数 ε_y を2. で述べた流速分布式と流水の運動方程式から算定する。

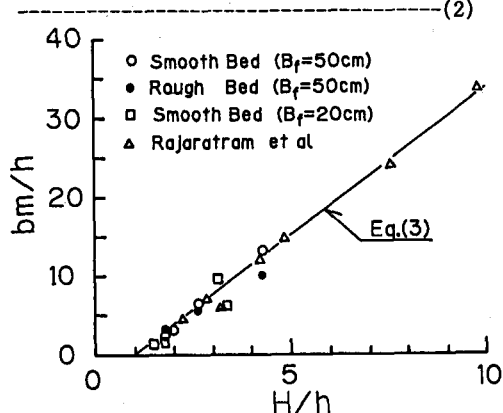


図-3(a) b_m/h と H/h の関係

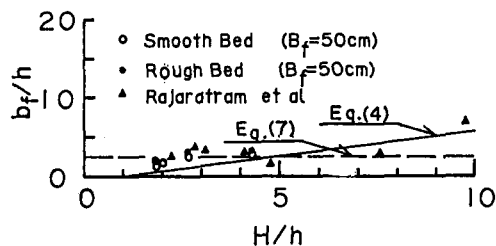


図-3(b) b_f/h と H/h の関係

流下方向の運動方程式において、定常かつ等流の条件を仮定すると次式を得る。

$$\partial(uv)/\partial y + \partial(uw)/\partial z = g \sin \theta + (1/\rho) \partial \tau_{xy} / \partial y + (1/\rho) \partial \tau_{xz} / \partial z \quad \text{-----}(8)$$

ここに、 ρ ：流水の密度、 u, v, w ： x, y, z 方向の時間平均流速、 τ_{xy}, τ_{xz} ： y, z 平面に作用する x 方向のせん断応力である。 $(1/\rho) \tau_{xy} = \varepsilon_y \partial u / \partial y$ とおき、式(8)を $z=\Delta$ から $z=H$ で積分すれば次式を得る。

$$gh \sin \theta + \int_{\Delta}^H \partial(\varepsilon_y \partial u / \partial y) / \partial y dz - (1/\rho) \tau_{\Delta} - \int_{\Delta}^H \partial(uv) / \partial y dz + uw \Big|_{z=\Delta} = 0 \quad \text{-----}(9)$$

ここに、 τ_{Δ} ： $z=\Delta$ における τ_{xz} 、 $uw \Big|_{z=\Delta}$ ： $z=\Delta$ における uw である。

ε_y は y 方向にも z 方向にも変化するものと考えられるが、ここでは z 方向には変化しないものとして ε_y の y 方向の変化だけを解析する。式(9)を高水数上の水深 h と高水数の影響範囲外における高水数上の摩擦速度 u_{*f0} で無次元化すると次式を得る。

$$A(\hat{y}) \partial \hat{\varepsilon}_y / \partial \hat{y} + B(\hat{y}) \hat{y} + C(\hat{y}) + D_1(\hat{y}) + D_2(\hat{y}) = 0 \quad \text{-----}(10)$$

$$\text{ただし、} \quad A(\hat{y}) = \int_{\Delta}^{H/h} \hat{u} / \partial \hat{y} d\hat{z}, \quad B(\hat{y}) = \int_{\Delta}^{H/h} \hat{u} / \partial \hat{y} d\hat{z}, \quad C(\hat{y}) = 1 - \tau_{\Delta} / \rho u_{*f0}^2,$$

$$D_1(\hat{y}) = - \int_{\Delta}^{H/h} (\hat{u} \hat{v}) / \partial \hat{y} d\hat{z}, \quad D_2(\hat{y}) = \hat{u} \hat{w} \Big|_{\hat{z}=\hat{\Delta}} \text{である。}$$

ここに、 $\hat{\varepsilon}_y = \varepsilon_y / u_{*f0} h$ 、 $\hat{y} = y/h$ 、 $\hat{z} = z/h$ 、 $\hat{u} = u/u_{*f0}$ 、 $\hat{v} = v/u_{*f0}$ 、 $\hat{w} = w/u_{*f0}$ 、 $\hat{\Delta} = \Delta/h$ である。 $A(\hat{y})$ および $B(\hat{y})$ は u_0, u_{f0} に対数則を適用し、式(1)、(2)を用いると、 Δ と低水路と高水数における抵抗係数 ϕ, ϕ_f をパラメータとして計算される。ここに、 $\phi = \bar{u}_0 / u_{*0}$ 、 $\phi_f = \bar{u}_{f0} / u_{*f0}$ 、 u_{*0} ：高水数の影響範囲外における低水路上の摩擦速度、 $\bar{u}_0$ ： u_0 の鉛直平均、 $\bar{u}_{f0}$ ： u_f の鉛直平均である。 $C(y)$ は $z=\Delta$ におけるせん断応力から求められるが、この算定方法が問題である。せん断応力は速度勾配と混合距離に関係しているが、それらを精密に議論することは難しい。従って、 τ_{Δ} の正確な解析方法については今後の問題であるが、ここでは τ は高水数の影響範囲外では $\rho g h i$ であると考え、それ以外では、速度勾配を $u_0(\Delta)/L$ 、 $u_{f0}(\Delta)/L$ （ここに、 L は代表長、 Δ' は Δ より少し上の地点）とおけば、 τ_{Δ} は低水路と高水数において次の式で計算される。

$$\tau_{\Delta} = \rho g h i (u(y, \Delta) / u_0(\Delta)) \phi \quad \text{-----}(11) \quad \tau_{\Delta} = \rho g h i (u(y, \Delta') / u_{f0}(\Delta')) \phi_f \quad \text{-----}(12)$$

ここに、 i ：水路勾配； ϕ, ϕ_f ：混合距離が y 方向に変化する影響を表す係数である。 $u_{f0}(\Delta)=0$ 、 $\Delta=\Delta$ とし、 $u_{*f0} = \sqrt{g h i}$ であることを考慮すると、 $C(\hat{y})$ は低水路と高水数で次式となる。

$$C(\hat{y}) = 1 - (1 - 0.6 \eta^2)^2 \phi \quad \text{-----}(13) \quad C(\hat{y}) = 1 - (0.2(\gamma - 1) \exp(-0.693 \eta^2) + 1)^2 \phi_f \quad \text{----}(14)$$

ここに、 $\gamma = u_0(\Delta') / u_{f0}(\Delta')$ である。

$D_1(\hat{y})$ 、 $D_2(\hat{y})$ を解析上考慮する必要があるか否かは、二次流の強さや形状によるものと思われるが、現時点ではそれらは明確でない。本研究ではこれらの項は二次流の強さが小さいものとして省略するが、それができないときは算定された ε_y にその影響も含まれることになる。以上の式に従って、 $y < -b$ で $\varepsilon_y = 0$ という

条件で、式(10)を解く。ただし、式(14)中の γ の値は $y > b_2$ で境界条件 $\varepsilon_y = 0$ を満たすように決定した。この理論では、 ε_y は Δ と ϕ, ϕ_f をパラメータとして計算される。単断面の場合では、横断方向の渦動粘性係数 $\hat{\varepsilon}_{y0}$ は抵抗係数の関数になり、 $\hat{\varepsilon}_{y0} = 0.1 \sim 0.25$ となることが指摘されているが、複断面の場合では Δ がパラメータとして加わる。図-4は低水路と高水数とともに滑面の場合で、 $\phi = 21$ のときの Δ による $\hat{\varepsilon}_y$ の変化を見たものである。ただし、 ϕ および ϕ_f は1と仮定した。 $\hat{\varepsilon}_y$ の値は Δ とともに増加しており、単断面の場合の値と比べるとかなり大きく、高水数の影響で横断方向の拡散が強くなっていることがわかる。また、単断面の場合の $\hat{\varepsilon}_{y0}$ を考慮するために、すなわち流速が横断方向に変化しない領域

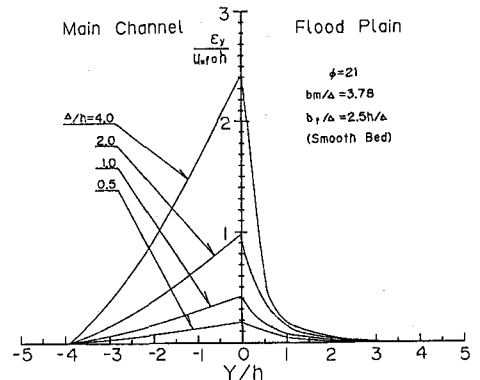


図-4 渦動粘性係数の横断分布

の渦動粘性係数を考慮して、横断方向の渦動粘性係数 $\hat{\epsilon}_{YT}$ を次式のように修正する。

$$\hat{\epsilon}_{YT} = \hat{\epsilon}_Y + \hat{\epsilon}_{Y0} \quad \text{-----(15)}$$

以上より、レイノルズ・アナロジーにしたがって、横断方向の拡散係数 $\hat{\epsilon}_{sy}$ を次式で算定する。

$$\hat{\epsilon}_{sy} = \beta \hat{\epsilon}_{YT} \quad \text{-----(16)}$$

比例定数 β の値が問題であるが、鉛直方向の拡散係数と渦動粘性係数の比と同程度であるものとする。

4. 浮遊砂濃度分布および高水数上の堆積量分布

2. で述べたものと同一の水路に、上流端からほぼ均一な砂粒子を図-5に示すような方法で給砂し、浮遊砂が流下方向および横断方向に拡散し堆積する過程をサイフォンと採砂箱を使って調べた。実験条件は表-1に示す通りである。Case1は高水数が滑面、Case2および3は粗面の条件である。図-5の採砂箱は、上流側から、堆積土砂、掃流砂と沈降砂、沈降砂を採取するためのもので、Case1では堆積土砂量は測定していない。Case1では、高水数に沈降した砂粒子のほとんどは掃流砂となり、Case2,Case3では礫の間に補足されるかまたは再浮上し、掃流砂はほとんどなかった。実験では、河床勾配が平衡状態になるような給砂量を与えている。

図-6(a)は、Case1における濃度が流下方向にほぼ平衡になったと思われる地点における濃度の横断分布の一例を示したものである。濃度分布には境界付近に濃度の極大点があり、斜昇流の影響が見られる。図-7は同地点の濃度の鉛直分布を示したもので、高水数から少し離れるとRouse分布に従っているが、境界付近ではかなり歪んだ分布形を呈している。図-8はCase1の場合の給砂地点から0.5,1,2,3m下流における高水数上の掃流砂量と沈降率の横断分布を示したものである。浮遊砂は流下にともなって高水数側に輸送され、また沈降土砂や掃流砂も流下方向に増加していることがわかる。図-9(a)、(b)は、Case2およびCase3の場合の高水数上の堆積率、沈降率および浮上率の横断分布

表-1 実験条件

	d (cm)	w_0 (cm/s)	Δ (cm)	B (cm)	H (cm)	i_e	Q (l/s)	Q_s (gr/s)
CASE 1	0.010	1.0	2.0	20	5.1	1/648	7.1	2.3
CASE 2	0.015	1.67	3.0	50	7.0	1/505	26.5	54.0
CASE 3	0.015	1.67	3.0	50	5.5	1/498	10.5	9.3

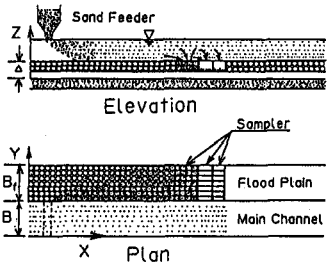


図-5 給砂方式

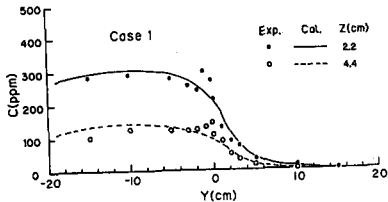


図-6(a) 濃度の横断分布

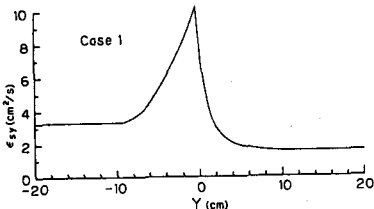


図-6(b) 拡散係数(ε)

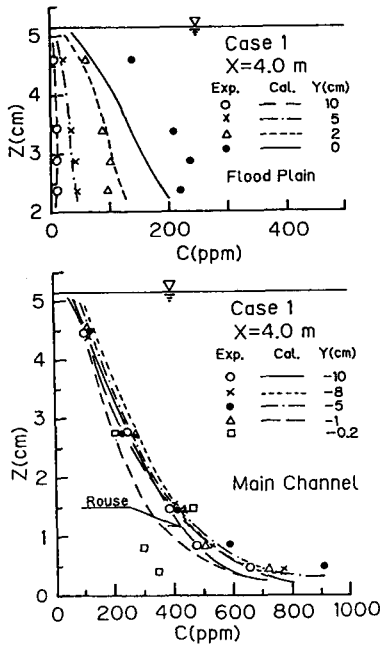
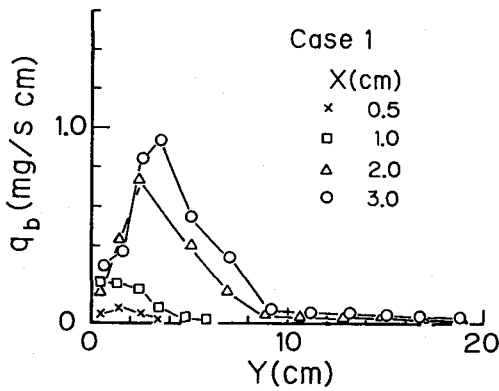
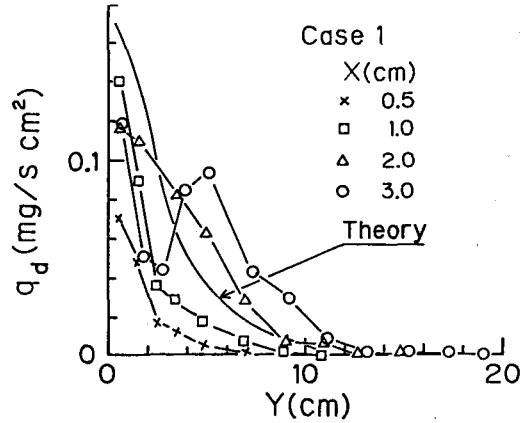


図-7 濃度の鉛直分布

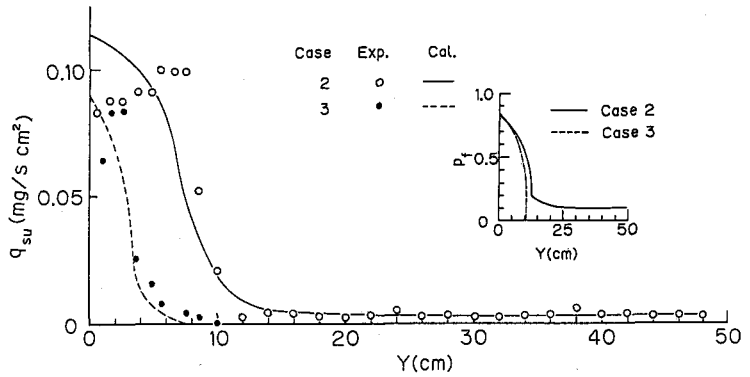


図一8(a) 掃流砂量の変化過程



図一8(b) 沈降率の変化過程

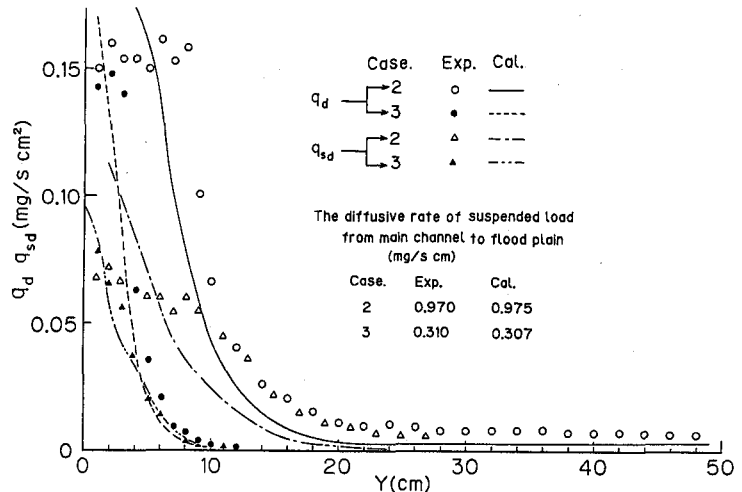
を示したものである。土砂の堆積は、流速分布における高水敷の影響範囲 $0 < y < b$ に生じていることがわかる。浮上率は、高水敷上の底面せん断力が低水路側で増加することと、低水路側で堆積土砂量が多く礫の遮蔽効果が減少するために、低水路側で大きくなっている。



図一9(a) 高水敷における浮上率の横断分布

5. 浮遊砂の流送過程に関する理論

複断面河道における浮遊砂流では、低水路側から高水敷側に浮遊砂が輸送されるので、高水敷高は時間的に増加する。したがって、浮遊砂は非平衡として解析しなければならないが、高水敷に顕著な堆積が生じない範囲では、浮遊砂は疑似定常状態にあり、給砂地点からある程度下流では平衡状態になっていると仮定できるものとする。浮遊砂の拡散方程式は次式のようになる。



図一9(b) 高水敷における堆積率および沈降率の横断分布

$$\partial(\epsilon_{sy} \frac{\partial C}{\partial y}) / \partial y + \partial(\epsilon_{sz} \frac{\partial C}{\partial z}) / \partial z + w_0 \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad \text{----- (17)}$$

ここに、 w_0 ：粒子の沈降速度、 ϵ_{sz} ：鉛直方向の拡散係数であり、Rouseの分布に従うものとする。式(17)の境界条件は次のようである。水面や側壁を通して砂粒子が輸送されないものとする、

$$\text{水面}(z=H): \epsilon_{sz} \partial C / \partial z + w_0 C = 0 \quad \text{側壁}(y=-B, B_F): \epsilon_{sy} \partial C / \partial y = 0 \quad (18) \quad (19)$$

また、低水路底面における条件は $z=0.05H$ で平衡底面濃度に達しているとして

$$z=0.05H: C=C_a \quad (20)$$

とする。ここに、 C_a : 底面濃度である。高水敷底面では、河床からの浮上率 q_{su} を導入して、

$$\int_0^h \partial (\epsilon_{sy} \partial C / \partial y) / \partial y dz - w_0 C + q_{su} = 0 \quad (21)$$

とする。河床からの浮上率は芦田・藤田⁴⁾の研究にしたがって次式で求める。

$$\hat{q}_{su} = (2/3) K p_f \sqrt{6 / ((s+1) \pi)} \int_{\eta_0}^{\infty} u_* \sqrt{c k_1^2 \eta - (\pi/8) C_{D0} \xi_0^2} (1 / \sqrt{2 \pi}) \exp(-0.5 \eta^2) d \eta \quad (22)$$

ここに、 $\eta_0 = (\pi/8) C_{D0} \xi_0^2 / (c k_1^2)$ 、 $\xi_0 = w_0 / u_*$ 、 $\hat{q}_{su} = q_{su} / \sqrt{g d}$ 、 $\hat{u}_* = u_* / \sqrt{g d}$ 、 $C_{D0} = 2 + 24 \nu / w_0 d$ で、 K : 比例係数で0.035、 k_1 : 遮蔽係数、 c : 揚圧力係数、 s : 水中比重、 p_f : 粒径 d の砂粒子の表面露出割合である。

高水敷への土砂の堆積率は次式で表される。

$$q_{sd} = \int_0^h \partial (\epsilon_{sy} \partial C / \partial y) / \partial y dz \quad (23)$$

図-6(a)に濃度分布を解析した結果と、図-6(b)に3.の解析法による拡散係数の分布を示しており、図-7にはそれらの鉛直分布を示している。図-9(a)および(b)に高水敷上における浮遊砂の浮上率、堆積率および沈降率に関する解析結果と実験結果の比較を示している。実験結果との適合をはかるため、Case1、Case2およびCase3でそれぞれ $\beta=2.0$ 、 $\beta=1.6$ および $\beta=1.5$ を用いた。また、 ϵ_{y0} としては、 $u_{*0f} h$ および $u_{*0} H$ で無次元化した値0.15-0.3の範囲のものを用いた。 p_f の横断分布は同図に示す値を用いているが、これらの値はほぼ適当なものと考えられる。計算値はCase1およびCase3については実験値とよく一致しているが、高水敷の水深の大きいCase2については計算値と実験値との分布形がかなり異なっており、これは二次流の影響のためではないかと考えられる。

6. むすび

複断面水路における横断方向の流速分布および拡散係数について検討するとともに、浮遊砂濃度分布特性、および高水敷上の堆積量分布特性について考察した。横断方向の拡散係数は、複断面水路上の浮遊砂の流送過程を解析するための最も重要なパラメータの一つである。本研究では、一般的な流速の横断分布式と運動方程式から横断方向の渦動粘性係数を評価し、それより横断方向の拡散係数を算定した。したがって、任意の水理条件や水路の幾何条件に対して適用できるという特徴があり、また拡散方程式にそれを用いて濃度分布や堆積量について解析した結果、実験で得られたそれらの特性をほぼ再現することができた。しかしながら、拡散係数の解析において、 $z=\Delta$ の位置でのせん断応力の評価法や二次流の影響などさらに検討しなければならない点もある。これらのことは今後の課題としたい。

参 考 文 献

- 1) 今本博健、石垣泰輔: 複断面開水路流れの水理特性に関する実験的研究、第27回水理講演会論文集、1983, pp.61-66.
- 2) Rajaratnam, N. and R.M. Ahmadi: Hydraulics of Channel with Flood Plains, Journal of Hydraulic Research, Vol.19, 1981, pp.43-60.
- 3) Lau, Y.L. and B.G. Krishnappan: Transverse Dispersion in Rectangular Channels, ASCE, Vol.103, Hy10, 1977, pp.1173-1189.
- 4) 芦田和男、藤田正治: 平衡および非平衡浮遊砂量算定の確率モデル、土木学会論文報告集、第375号、1986, pp.107-116.