

非平衡浮遊砂理論とその応用

Distribution of Suspended Sediment Concentration
in Non-Equilibrium State

北海道大学工学部	黒木 幹男	M. Kuroki
北海道大学大学院	史 亜傑	Y. Shi
北海道大学工学部	岸 力	T. Kishi

1. はじめに

ダム貯水池内の堆砂や浚渫区間で生ずる微細砂による埋め戻しなど、浮遊砂による河床変動の問題を取り扱う場合、浮遊砂の非平衡性を考慮した解析が必要である。本研究は、1次元河床変動計算モデルに非平衡性を考慮した浮遊砂を組み込み、予測精度の向上を図ることを最終の目的としておこなった。このためには、非平衡状態における浮遊砂濃度分布形を適切に表現することが必要である。これまでにも、幾つかの非平衡浮遊砂濃度分布式が提案されているが、式形が複雑で計算モデルへの組み込みが困難であったり (Dobbins, 1952)、水面での境界条件式を厳密には満足していない (岡部, 1982) などの問題がある。

2. 非平衡浮遊砂濃度分布

河床変動モデルへの組み込みを考慮して、出来るだけ簡単な形で浮遊砂濃度分布を表すこととし、非平衡状態での浮遊砂濃度分布形を次式のように、局所平衡の濃度分布とそれからのはずれの成分に別けて表す。

$$C(\xi) = C_B \cdot \exp(-R\xi) + F(\xi) \quad (1)$$

ただし、 $C(\xi)$: 河床から ξ の点の濃度、 $\xi = y/h$ 、 y : 河床からの距離、 C_B : 底面濃度であり、底面は $\xi = 0$ とした、 $R = wh/\epsilon$ 、 w : 沈降速度、 h : 局所水深、 ϵ : 水深方向の拡散係数。

濃度分布形は次式に示す水面と河床での境界条件式を満足しなければならない。

$$\partial C / \partial \xi + R \cdot C = 0 \quad ; \quad \xi = 1 \quad (2)$$

$$\partial C / \partial \xi + R \cdot C_E = 0 \quad ; \quad \xi = 0 \quad (3)$$

ただし、 C_E : 平衡底面濃度。また、底面濃度の定義より次式を得る。

$$C(0) = C_B \quad (4)$$

3つの条件式 (2)、(3) および (4) を満足するように、関数 $F(\xi)$ を決定する。ここでは、 $F = A\xi \cdot \exp(B)$ のように関数形を仮定した。定数 A 、 B は簡単に求まり、次式を得る。

$$C(\xi) = C_B \cdot \exp(-R\xi) + R(C_B - C_E) \xi \cdot \exp\{-(R+1)\xi\} \quad (5)$$

非平衡の浮遊砂濃度分布式としての式 (5) の妥当性を確認するため、Dobbins および Yalin & Finlayson (1973) の実験で得られた濃度分布との比較を行った。

図-1に Dobbins の実験 IV との比較を示す。この実験は或る定常の濃度分布から次第に濃度 0 の状態に近づく減衰過程の実験であり、横軸の値は初期定常状態の底面濃度 C_0 で基準化してある。式 (5) との比較に当たって必要な数値は次のように与えた。

- 1) 最終定常状態の濃度は 0 であるから、 $C_E = 0$ とした。
- 2) 原著に示された実験条件、 $w/\varepsilon = 0.030 \text{ cm}$ 、 $h = 41.6 \text{ cm}$ より、 $R = 1.248$ とした。
- 3) 底面濃度は $\xi = 0$ の測定値より与えた。

このようにして求めた分布曲線は、図中の実線で示されている。この実験では、減衰初期の底面付近の分布に顕著な膨らみが存在するが、式 (5) はこの特徴ある分布形を良く再現している。ただし、水面付近の濃度の減衰をやや大きく見積もっている。

図-2は Dobbins の実験 V との比較を示す。この実験も減衰過程の実験であるが、最終定常状態の濃度が 0 ではない点が実験 IV とは異なる。式 (5) との比較に当たって必要な数値は次のように与えた。

- 1) $C_E / C_0 = 0.3$
- 2) 原著に示された実験条件、 $w/\varepsilon = 0.0638 \text{ cm}$ 、 $h = 45.2 \text{ cm}$ より、 $R = 2.884$
- 3) 底面濃度は $\xi = 0$ の値を実験値より推定して与えた。

この実験では、実験 IV に見られたような減衰初期の底面付近の分布の膨らみはほとんど認められない。式 (5) は実験値を良く再現している。

図-3は Yalin & Finlayson によって行われた増加過程の実験との比較を示す。この実験は、濃度 0 から次第に定常状態に近づく状態を測定したものであり、横軸の値はそれぞれの測定位置の局所底面濃度 C_B で基準化して示されている。式 (5) との比較に当たって必要な数値は次のように与えた。

- 1) 最終状態の分布形に適合する R の値を求め、 $R = 4.5$ とした。等流で実験が行われているので、 R は場所的に変化しないものとした。
- 2) 実測の分布形に適合する C_B / C_E の値を試算し、図中に示す値を得た。

この実験では、浮遊砂の存在範囲が、初期には河床付近に限定されており次第に上方に拡大して行くことが特徴であるが、式 (5) はこのような特徴を良く再現している。

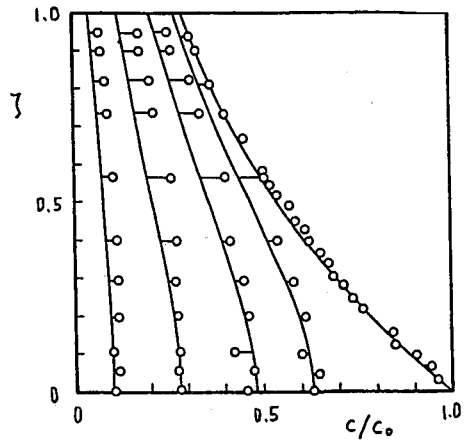


図-1 式 (5) と実験値の比較
(Dobbins Run IV)

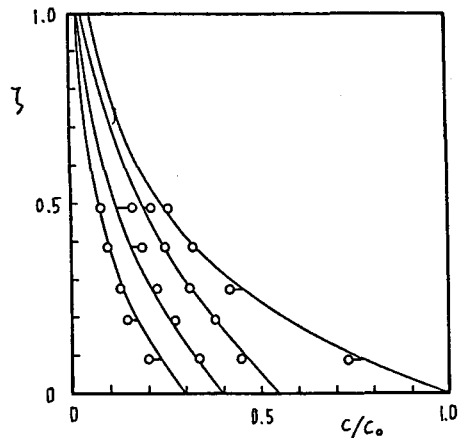


図-2 式 (5) と実験値の比較
(Dobbins Run V)

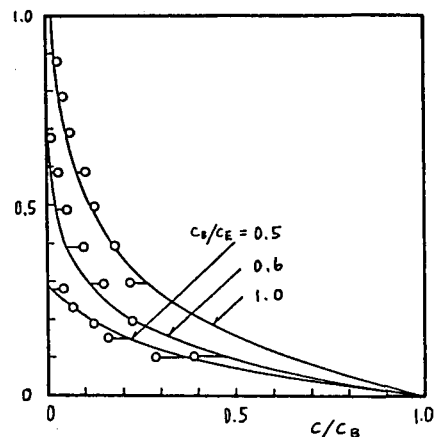


図-3 式 (5) と実験値の比較
(Yalin & Finlayson)

3. 濃度の変化に及ぼす縦拡散の効果

前節の実験値との比較から明らかなように、式(5)は非平衡性の強い場での濃度分布を適切に表現することができる。次の問題は、水理条件が与えられた場における底面濃度 C_B の変化を求めることである。

本研究では、1次元河床変動計算モデルを対象とする。この場合底面濃度 C_B の変化は、Fickタイプの拡散方程式を全断面にわたって積分した次式から求められる(矩形断面の場合)。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{c}h) + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x}(Q\bar{c}) = \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x}(\epsilon_x B h \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) + w(C_E - C_B) \quad (6)$$

ただし、 $\bar{c}$: 断面平均濃度、 B : 水路幅、 Q : 流量、 ϵ_x : 縦方向の拡散係数、 x : 縦断方向の距離、 t : 時間。分布形が式(5)のように与えられているから、式(6)は C_B のみの方程式である(C_E は水理量が与えられれば確定する)。

ところで、底面濃度の変化を求める計算において、式(6)の左辺第1項(時間変化の項)と右辺第1項(縦拡散項)は無視されることがある。流れ場を対象とする場合、前者の近似はあまり問題がないようである(黒木・岸, 1984)。ここでは、まず後者の近似の妥当性の検討を簡単なモデルを用いて行った。

図-4に示すように、 $x=0$ を境に、 $x<0$ では移動床、 $x>0$ では固定床である幅様な水路を考える。流れは等流であり、 $x>0$ の部分では河床砂の pick-up はない($C_E=0$)ものとする。また、拡散係数は $\epsilon_x = \gamma u_x h$ (u_x : 河床摩擦速度、 γ : 定数)と表せるものとする。このような単純化をおこなうと、式(6)は次式のように書き直すことができる。

$$u \frac{\partial \bar{c}}{\partial \xi} = \gamma u_* \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial \xi^2} - w C_B \quad (7)$$

ただし、 $\xi = x/h$: 無次元距離。

式(5)、(7)を、 $\bar{c}$ について解くと簡単に解析解が求まる。 C の変化を規定するパラメータは w/u 、 u/u_x (u : 平均流速)である。

図-5に $\gamma=500$ の場合について、沈降項と移流項の比および拡散項と移流項の比の変化を計算した例を示す。流速係数 u/u_x による違いはわずかであり、 w/u により値は大きく変化する。 w/u の値が小さい場合に、沈降項と移流項の比は一定であるのに対して、拡散項と移流項の比は急激に小さくなる。

次節の計算例(図-6)に示すように、 $w/u <$

0.01では拡散項の影響がほとんど認められなくなる。

単純化された場における解析ではあるが、縦拡散項を計算に取り入れるべきか否かの判断をする指標が得られたと考える。

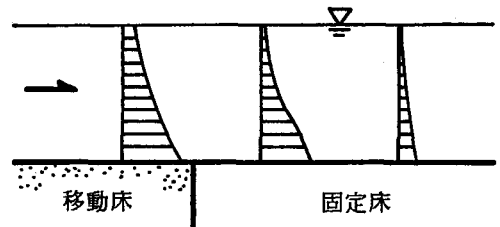


図-4 非平衡浮遊砂モデル(等流)

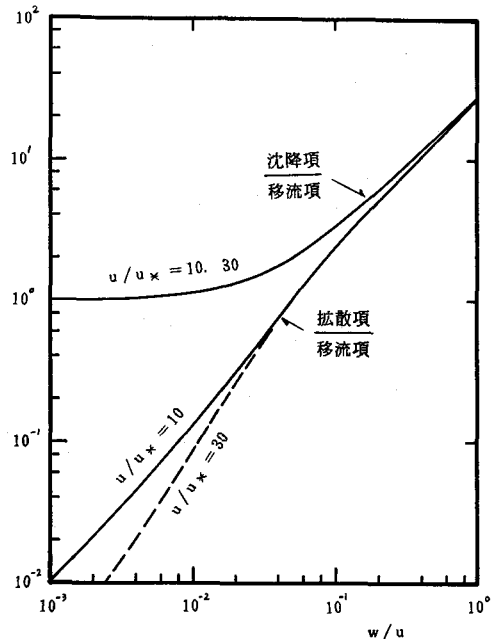


図-5 拡散項、移流項、沈降項の大きさの比較の例

4. 一様流れ場における縦断方向の濃度変化

等流流れで、河床の状態が変化（移動床から固定床、あるいは固定床から移動床）した場合の濃度の縦断変化を式（5）、（7）より求めた。

図-6は、移動床から固定床に変化する場合の平均濃度の変化の計算例を示す。図の縦軸の値は $x = 0$ での平均濃度 $\bar{C}_0$ で基準化して示されている。実線は拡散項を考慮した場合の計算値、破線は拡散項を無視した場合の計算値である。 $w/u < 0.01$ では拡散項の影響は殆ど認められなくなる。

図-7は、固定床から移動床に変化する場合の計算例（ $\gamma = 0$ ）であり、図の縦軸の値は十分下流の平衡状態の平均濃度 $\bar{C}_E$ で基準化して示されている。図中の破線は、Galappatti and Vreugdenhil (1985) による2次元数値計算の結果である。ただし、Galappatti らは x 方向の拡散を無視した式を用いており、本計算も比較のため $\gamma = 0$ の場合を示した。極めて非平衡性の強い場に適用したにも拘らず、両者は比較的良く一致しており、本計算法の適用範囲が広いことがうかがわれる。

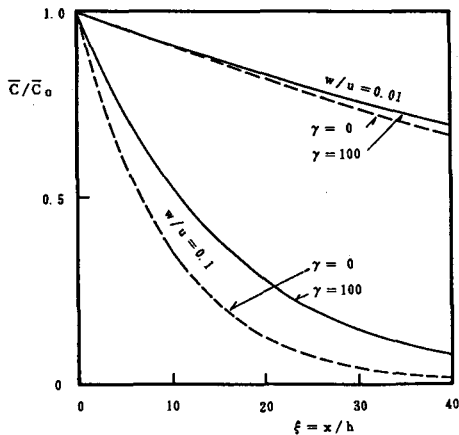


図-6 平均濃度の縦断変化
(移動床から固定床に変化する場合)

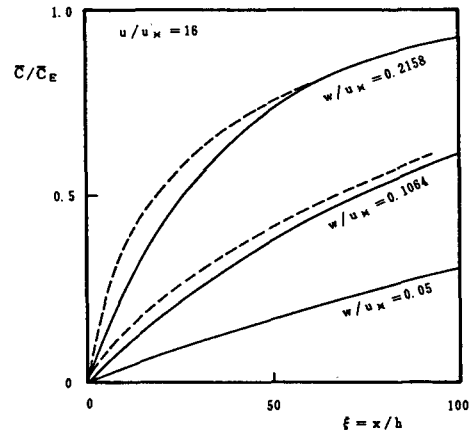


図-7 平均濃度の縦断変化
(固定床から移動床に変化する場合)

図-8は、縦断方向の濃度分布形の変化の計算例である。図中には岡部の水路実験 (Run 6) の結果も併せて示してある。この実験は水路の途中で河床からの pick-up 量が減少するように工夫されており、流れはほぼ等流である。図の横軸の値は十分下流の平衡底面濃度 C_E で基準化して示されている。 $x = 0$ での濃度分布の適合度が不十分であるが、その後の分布計の変化の様子はほぼ計算で再現できている。

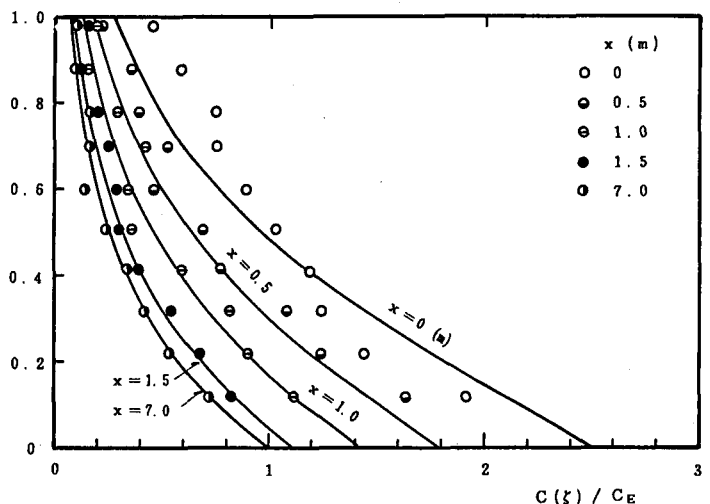


図-8 濃度分布の縦断変化の計算例、岡部 Run 6
($R = 2.73$, $u/u_x = 10.6$, $\gamma = 200$)

5. 非一様流れ場における縦断方向の濃度変化

前節までの計算は流れは等流で、河床高の変化もない状態を対象にした。本節では、流れの場が縦断方向に変化し、かつ河床高も変化する場を対象にして、濃度変化、河床変化を計算し検討を行った。

図-9に示されるような水平な河床にトレンチのある一様幅水路を対象に検討を行った。実験はDelft Hydraulic Laboratory (1980) で実施されたものであるが、水力条件の記述に若干不明確なところがあり、必ずしも実験結果を十分に再現するには至っていないことを予め記しておく。

計算は著者らがこれまですでに提案した方法(参考文献4)に、上で提案した非平衡浮遊砂濃度分布式(式5)を組み合わせて行った。以下の計算では、掃流砂量は Meyer-Peter-Muller の式、河床からの浮遊砂の巻き上げ量 ($w \cdot C_E$) は河床波の影響を考慮した板倉・岸・柳屋(1981)の式を用いた。

図-9は、 $t=0$ での浮遊砂濃度分布の計算と実測値との比較を示す。図中の実線は非平衡濃度分布(式5)を用いた計算値、破線は局所平衡濃度分布(式5の第1項のみ)を用いた計算値、2点鎖線は2次元数値計算(Delft)による計算値である。非平衡分布式を用いた方が局所平衡分布式によるものより、実測に近い。また、減衰過程にある断面2および3では、非平衡分布式を用いた計算値の方が2次元計算の値より実測に近い。

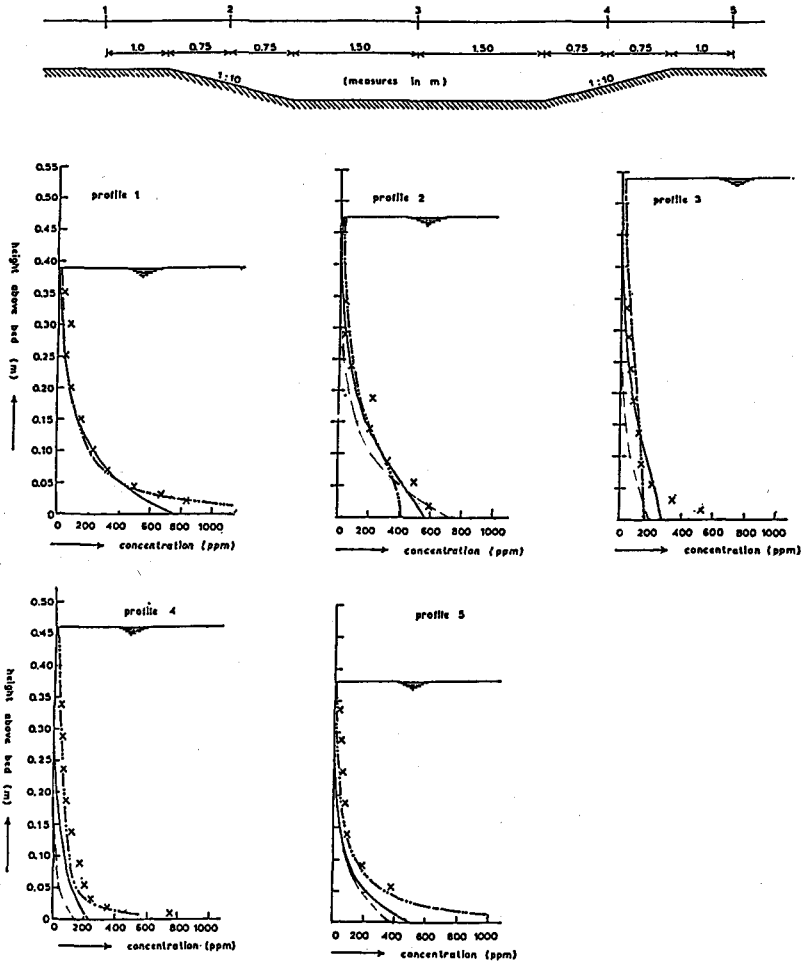


図-9 トレンチを有する河床上の浮遊砂濃度分布 ($t=0$)

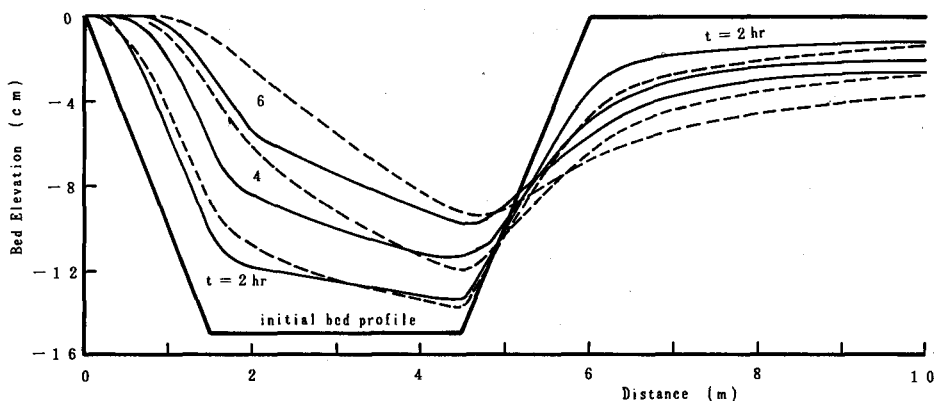


図-10 河床高の時間変化

図-10に、濃度分布式として、式(5)を用いた場合と、局所平衡分布式(式5の第1項のみ)を用いた場合の河床変化の比較を示す。実線が式(5)による計算値、破線が局所平衡分布式による計算値である。本例の場合、いずれも実際より河床変化速度をやや大きく推定する傾向にあるが、非平衡性を考慮しない場合には、河床高の変化速度をより大きく与えている。合理的な河床変動計算のためには、浮遊砂濃度の非平衡性を考慮することが必要であり、本研究で提案した非平衡濃度分布式が有用である。

6. 結 論

本研究で得られた主要な結論を以下に列挙する。

- 1) 非平衡状態の浮遊砂濃度分布式を提案した。(式(5))
- 2) 濃度変化におよぼす縦拡散項の影響を評価を可能にした。(図-5)
- 3) 浮遊砂の非平衡性を取り入れて、著者らがこれまでに提案した1次元河床変動計算モデルを改良した。
- 4) 既発表の水路実験の結果および2次元数値計算の結果と比較し、計算モデルの妥当性を確認した。

謝 辞 本研究の一部は、文部省科学研究費・特定研究(1)、「比較河川学の研究」、研究代表者岸 力、の補助を受けて行われた。

参考文献

- 1) Dobbins, W. E. (1952) : Effect of Turbulence on Sedimentation. Trans. ASCE. Vol. 105
- 2) 岡部健士 (1982) : 貯水池における堆砂過程とその予測に関する基礎的研究、京都大学学位論文
- 3) Yalin, M. S. and C. D. Finlayson (1973) : On the Development of the Distribution of Suspended Load. Proc. 15-th Congress of IAHR. Vol. 1
- 4) 黒木幹男・岸 力 (1984) : ダム建設に伴う河床変動の予測計算法について、第21回自然災害科学総合シンポジウム講演要旨集
- 5) Galappatti, G. and C. B. Vreugdenhil (1985) : A Depth-Integrated Model for Suspended Sediment Transport. Jour. Hydraulic Research. IAHR.
- 6) Delft Hydraulic Laboratory (1980) : Computation of Siltation in Dredged Trenches. Report 1367-V/M 1570.
- 6) 板倉忠興、岸 力、柳屋圭吾 (1981) : 河床波をもつ流れの浮遊砂の研究、第36回土木学会年次学術講演会講演概要集、II-301.