

浸食・堆積過程にある流路の 浮遊砂底面濃度について

On the concentration of suspended load at river bed
in processes of bank erosion or deposition

北海道大学 正員 長谷川 和義 K.Hasegawa
同上 学生員 望月 明彦 A.Mochizuki

1.はじめに

沖積河川中下流部の流路断面は、主に粘土・シルトの粘着作用と、掃流砂・浮遊砂それぞれの横断方向の移動・拡散によって決定づけられる。このうち、粘着作用は掃流砂の限界掃流力の引き上げによってモデル化しうることが数人の研究者によって明らかにされてきた。一方、浮遊砂の動向は、摩擦速度／浮遊粒子沈降速度の比、ならびに水深の横断分布の組合せによって様々に変わりうる。著者ら⁽¹⁾⁽²⁾は、実験および河川の側岸浸食データから横断フラックスが上述の比や分布によって、中央に向く場合、側岸に向く場合、ならびに場所的に逆転する場合のいずれかをとり、しかも洪水時にはそれが時間的にも変化して、側岸の激しい浸食・堆積をひこおこす可能性のあることを指摘してきた。

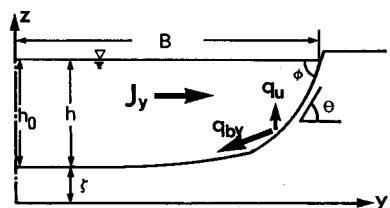
しかし、これらの解は、浮遊砂底面濃度に関して何らかの仮定ないしは実験関係を与えて解かれたものであり、その厳密な成立に不安を残している。もとより、浮遊砂の浸食・堆積は、底面濃度の平衡濃度からのずれによって生ずるものであり、フラックスの動向からではなく、巻き上げと沈降の面から見れば底面濃度の仮定は、浸食・堆積に対して解を与えたことに他ならないことになる。

浮遊砂が存在し、流下方向に平衡が達成されていても水深分布がある限り横断方向の拡散フラックスには差が生まれ、浸食・堆積が継続することが多い。この時いかなる底面濃度を取り得るかは、実際の上でも重要であるが、学問的な興味も大きい。本論文は、数値的にではあるが、これを理論的に導いたものであり、あわせてシルト・細砂からなる河岸の浸食・堆積過程の解析を行ったものである。

2. 底面濃度決定の仕組みと基礎式

2-1) 底面濃度決定の仕組み

流下方向に変化のない一様な直線水路における浮遊砂過程を考える。横断方向の拡散を考慮しなければ各点の浮遊砂底面濃度はその場所の巻き上げ量に等しい沈降量をもたらすまで増大し、やがて平衡する。水深方向には拡散係数の性質に従って指数的な分布が生ずる。この時、横断的に摩擦速度が異なれば横断的にも拡散が生じ、その微分量から浸食・堆積が起こる。掃流砂量もまた横断傾斜角の影響を強く受けるので浮遊砂と掃流砂は互いに関係し合う。底面濃度は、巻き上げと沈降量の差が、横断フラックスの差（微分）に等しくなるよう決まるのであるが、掃流砂・浮遊砂が流砂連続式を通じて地形変化を引き起こすことから、横断



地形と連立した形で定まることになる。

2-2) 基礎式

以上の事柄を定式化する。本研究で用いた記号は、図-1に定義するところである。

まず、掃流砂・浮遊砂の両者を考慮した河床を規定する流砂連続式は

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{1-\lambda} \left[\frac{\partial q_{by}}{\partial y} + q_u - w_0 C(\zeta) \right] \quad (1)$$

となる。ここに λ :空隙率、 q_{by} :横断方向流砂量、 q_u :巻き上げ量、 w_0 :沈降速度、 $C(\zeta)$:河床近傍(基

準点)における浮遊砂濃度である。 w_0 は河床材料の中央粒径に対応する値をRubeyの式によって与えている。 q_u の値は、純粹な平衡時の浮遊砂巻き上げ量を与える板倉(1980)³⁾の式を用いることにし、 q_{by} は、長谷川(1981)⁴⁾の横断方向流砂量式に粘着性の影響を考慮して修正した式

$$q_{by} = \sqrt{sgd^3} \frac{\psi_d \tau_{*c}^{1/3}}{\mu_s \mu_k} \tan \theta \left[\left(\frac{\tau_*}{\chi_0 \tau_{*c}} \right)^{1/3} - \left(\frac{\tau_* - 1}{\chi_0 \tau_{*c}} \right)^{1/3} \right] \left(\frac{\tau_*}{\tau_{*c}} - \chi_0 \right), \quad \chi_0 = 3 \quad \dots \dots \dots (2)$$

を使用している。ここに s : 砂の水中比重、 d : 代表粒径、 θ : 斜面角、 τ_{*c} : 無次元掃流力、 χ_0 : 粘着力の影響を考慮した限界掃流力を表すために τ_{*c} にかかる係数であり、また、 $\mu_s = 1$ 、 $\mu_k = 0.8$ 、 $\psi_d = 8.5$ とする。なお、流れの場を与える τ_* には福岡・山坂(1984)⁵⁾による補正式

$$\tau_* = \frac{hI}{sd} \left\{ 1 + 2 \left(\frac{dh}{dy} \right)^2 + h \frac{d^2 h}{dy^2} \right\} \quad \dots \dots \dots (3)$$

を用いることにした。

一方、濃度方程式は、擬似的に等流状態を想定し、流下方向の浮遊砂のバランスが達成されているものとすれば、

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + w_0 \frac{\partial C}{\partial z} \quad \dots \dots \dots (4)$$

ただし、 ϵ_y, ϵ_z : それぞれ y, z 方向の拡散係数。右辺第1項は他に比して小さいので、濃度の垂直分布は指数分布に従うものとする。すなわち、

$$C = C(\zeta) \cdot \exp \left\{ - \int_{\zeta}^{z} \frac{w_0}{\epsilon_y} dz \right\} \quad \dots \dots \dots (5)$$

を仮定し、(4)式に代入して $z = \zeta$ から $z = \zeta + h$ までの間で積分すると、結果的に次式を得る。

$$\frac{\epsilon_z}{w_0} \frac{\partial C(\zeta)}{\partial t} - C(\zeta) \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = q_u - w_0 C(\zeta) \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\text{ただし、 } J_y = -\epsilon_y \left[\frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\epsilon_z}{w_0} C(\zeta) \right\} - C(\zeta) \frac{\partial h}{\partial y} \right] \quad \dots \dots \dots (7)$$

J_y は横断方向の濃度フラックスを意味しているが、右辺第2項を取り入れた事によって従来無視されていた地形効果、すなわち側岸の急斜面化によるフラックス量の変化を扱うようになった。また、(6)式は濃度の時間変化、地形の時間変化、並びに J_y の横断方向の出入りの差の合計が浮遊砂の巻き上げと沈降の差とバランスすべきことを表している。

さらに y, z 方向の拡散係数 ϵ_y, ϵ_z は、通常知られている値を取るものとして、

$$\epsilon_z = \frac{u_* h}{13} \quad \text{or} \quad \frac{u_{*0} h_0}{13}, \quad \epsilon_y = 2 \epsilon_z \quad \dots \dots \dots (8)$$

を仮定するものとする。ここに u_* : 摩擦速度、 u_{*0} : 流路中央での摩擦速度である。したがって、最終的に、式(1)、(6)を連立させて、未知数水深 h 、底面濃度 $C(\zeta)$ を数値的に解くことになる。

3. 計算手法

3-1) 計算方法

時間に関しては、比較的精度もよく、安定性の高いRunge-Kutta-Gill法を用いることにし、横断方向には、簡単な中央差分を使用した。ただし h の算定の安定性のために、図-2に示すように計算点の中央で q_{by} を求め、それらを使って差分す

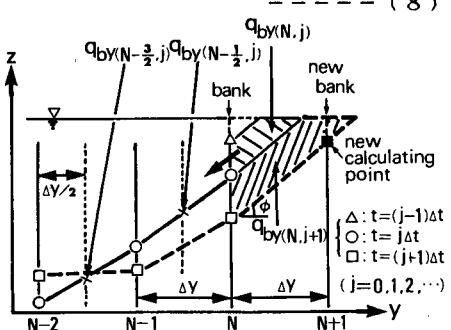


Fig. 2 Scheme for calculations

る方法をとっている。さらに最終計算点の水深 h_N から水際傾斜角 $\tan\phi$ に等しくなるように崩落線を引き、これより上の部分を崩落砂量 q_{byN} として評価し計算を進めた。

3-2) 安定条件

流砂連続式については、横断形が振動をおこさないような条件を考える。また、濃度方程式については、Von Neumann条件を適用する。これら2条件によると、安定性は濃度方程式によって規定され、横断方向の刻み幅を $\Delta y = 1.0(\text{cm})$ とすると、時間方向の刻み幅は $\Delta t < 0.11(\text{sec})$ となる。

3-3) 初期条件及び境界条件

ある時間の実測断面をなめらかな関数形で与え、 h の初期条件とする。濃度 $C(\zeta)$ の初期条件は、初期水深に対応する平衡底面濃度とする。また、境界条件は、次のように与える。

$$y = 0 : \frac{dh}{dy} = 0, \quad \frac{dC(\zeta)}{dy} = 0 \quad y = B : h = 0, \quad Jy = 0 \quad \text{----- (9)}$$

RUN No.	設定河床 勾配 I	実験水理諸量			計算条件		
		空隙率 λ	半断面積 $a(\text{cm}^2)$	水際傾斜角 $\tan\phi$	代表粒径 d (cm)	$\varepsilon_y = \text{CONST}$	$\varepsilon_y \neq \text{CONST}$
6	1/150	0.515	196.4	0.5	0.01	$\varepsilon_y = \text{CONST}$	$\varepsilon_y \neq \text{CONST}$
9	1/300	0.450	207.9	1.0	0.016	$\varepsilon_y = \text{CONST}$	$\varepsilon_y \neq \text{CONST}$

Table.1 Hydraulic conditions for used experiments and calculation conditions

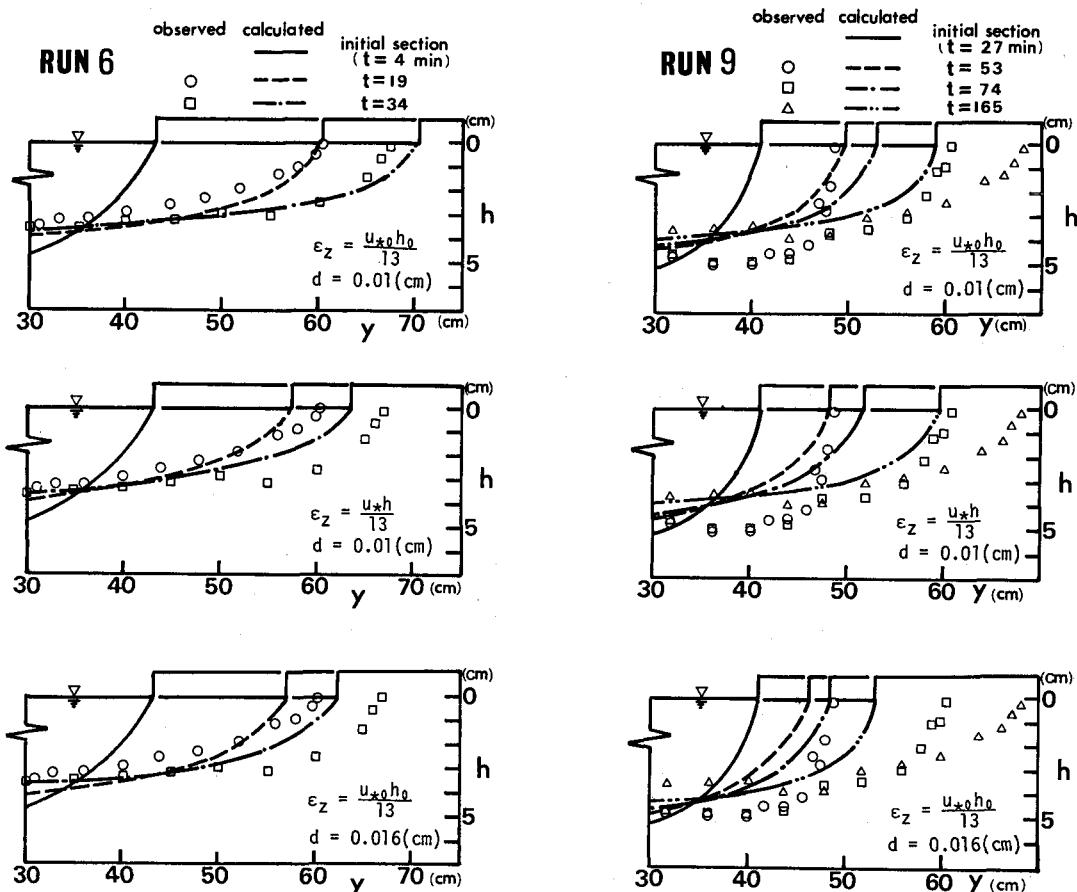


Fig.3 Comparison of calculated sections with experimental sections

4. 計算結果と考察

4-1) 実験値との比較

シルト・細砂からなる流路の浸食実験例の中から2ケースを選び計算を行った。これらのケースの水理諸量は表-1に示す通りである。また、計算条件として、式(8)に示すように拡散係数が一定の場合と横断方向に変化する場合の2通りを考えた。さらに、拡散係数一定の場合についてのみであるが、代表粒径の違いを見る目的で、 $d=0.01(\text{cm})$ （シルトを含む場合）と $d=0.016(\text{cm})$ （シルトを除いた場合）の計算を行った。（表-1参照）

これらの6ケースについて計算結果をそれぞれ実測断面と比較したものが図-3である。これを見ると、ほとんどのケースで、計算拡幅は実測を下回っている。これは、実験時の流下方向の平衡状態の達成度や、横断方向の粒径分布の時間的な変化の考慮、側岸傾斜角の評価などが原因であると考えられる。しかし、その傾向は類似しており、浸食・堆積過程を論ずる上では妥当な計算結果であると言える。観測によれば、シルト分は粘着力を発揮した後、その浸食・堆積には影響を及ぼすことではなく、ウォッシュロードとして流下するのみである。また、式(5)にもとづいて求めた拡散係数の実測値⁶⁾は、横断方向にほぼ一定である。これらを勘案して現象を最もよく反映していると思われる、 $\epsilon_z = \text{constant}$ 、 $d=0.016(\text{cm})$ の計算条件のRUN6に対する計算結果について、以後考察を進めることにする。

4-2) 浮遊砂浸食量

図-4は(1)式の各項を横断方向にプロットしたものであり、浮遊砂浸食量(速度)と掃流砂浸食量(速度)とが全体の浸食量(速度)に占める割合、およびその時間的変化を見たものである。これにより、側岸付近では掃流砂浸食が主体で、浮遊砂はむしろそれを押さえるように堆積していることが分かる。しかし、拡散フラックスの向きが逆転する地点では、浮遊砂による浸食がおこり、その量は掃流浸食量と同等か、上回るほどになっており、断面形成に重要な役割を果していることが分かる。また、時間変化を見ると、掃流・浮遊ともにおさまりを見せ、両者共に静的平衡に向かっているように見える。さらに、図中の浮遊砂による浸食・堆積速度は $q_u - w_0 C(z)$ を図示したものであって、とりもなおさず問題の底面濃度と平衡濃度との差を表している。底面濃度は、流路中央付近で平衡濃度に等し

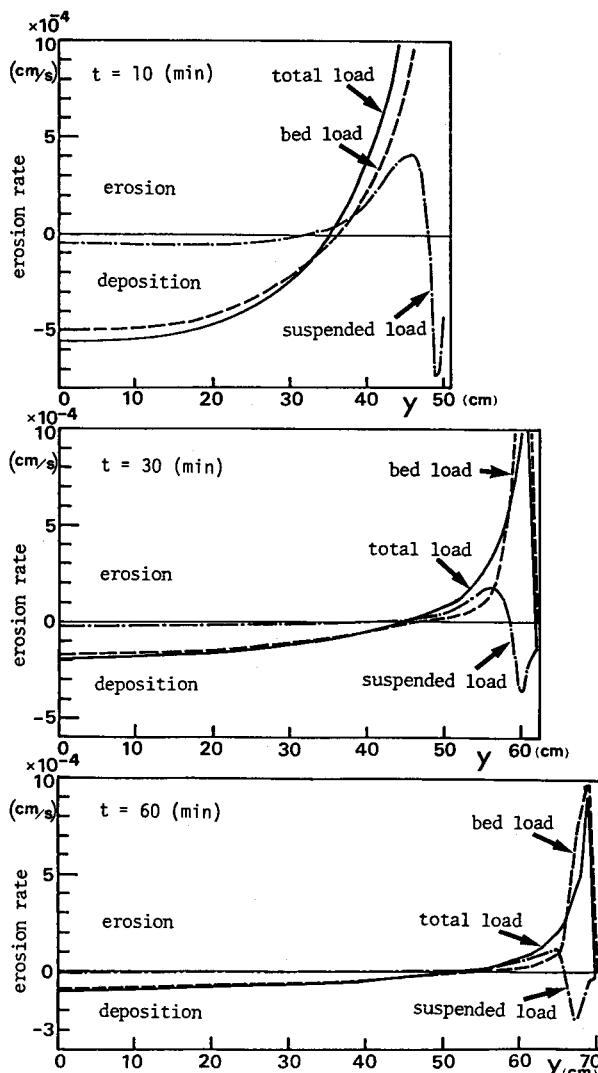


Fig. 4 Erosion rates caused by
bed load and suspended load

いかややそれを上回る値を示すが、側岸に向かうにつれて平衡濃度を下回るようになっている。さらに側岸に近づくと、濃度変化に比べて地形変化が大きくなり、相対的に平衡濃度が小さくなつて、堆積を引き起こしている。時間がたつと断面のほとんどの部分で底面濃度と平衡濃度が等しくなる。

4-3) 濃度フラックスとその微分量

濃度方程式(6)式によれば $q_u - w_0 C(z)$ を規定するものとして3つの項がある。しかし、これらのうち、濃度と水深の時間変化は非常に小さく、またこれらが比較的大きな値をとる側岸部でも、両者は相殺される傾向を示すので $q_u - w_0 C(z)$ すなわち、浮遊砂による浸食・堆積は、濃度フラックス Jy の横断方向変化量 dJy/dy にほぼ等しいと見なすことができる。この量で浮遊砂の浸食・堆積の動向を代弁してもよい。図-5(a)は、濃度フラックス Jy とその微分量を断面上に鉛直軸を立て横断方向にプロットしたものである。 Jy の向きが逆転する付近で浮遊砂による浸食が激しく起こり、フラックスによって側岸と中央部へ砂が運ばれ堆積する様子が示されている。この傾向は、昨年、著者ら¹⁾⁽²⁾が底面濃度 $C(z)$ に実験式を与えて推定した Jy ならびに dJy/dy の解に、ほとんど一致しており、その解析結果の妥当性を裏付けている。したがって、昨年の結論はそのまま認めて良いであろう。すなわちParker⁷⁾が指摘したような浮遊砂の側岸への堆積と掃流砂の側岸浸食とがバランスする動的な平衡状態は常に起こり得るわけではない。横断方向の水深分布による地形効果や u_* / w_0 の大小によって Jy の向きと大きさは様々に変わりえ、この差によって浮遊砂の側岸浸食も起こり得る。

4-4) 計算条件の違いによる比較

図-5(a), (b), (c)は計算条件による差異を比較したものである。まず、(a)と(b)、すなわち、代表粒径を変えたことによる違いは次の通りである。浸食過程の傾向は類似しているが、フラックス Jy やその微分量の絶対値に大きな差が見られる。また、(b)では側岸での浮遊砂堆積がほとんど見られない。これは、(b)の場合、ウォッシュロードであるはずのシルトが浸食・堆積量にカウントされたためと考えられる。シルトを含めた濃度分布の実際は鉛直方向に一様化しており、浸食・堆積に関与するはずの細砂の濃度分布を隠している。計算モデルでは、これらの大きな濃度を底面濃度として与えることになり、 Jy などの過剰な見積りを引き起こしている。このように、粒径の違いによる効果は大きく、実現象への適用のためには、粒径ごとに分けた解析が必要である。

次に、(b), (c)の比較から拡散係数の評価によって起こる計算結果の差異を見る。大きな違いは全体として(c)の浸食・堆積速度が小さくなっていること、 u_* の大きい流路中央付近で Jy の向きが反対になっていることである。後者は(c)の中央付近が相対的に大きな u_* / w_0 をとり、中央から側岸に向かうフラックスが生ずることが原因している。このように拡散係数の違いがもたらす効果も無視できないので、河川への適用にあたってはその性質を十分明らかにしておく必要がある。

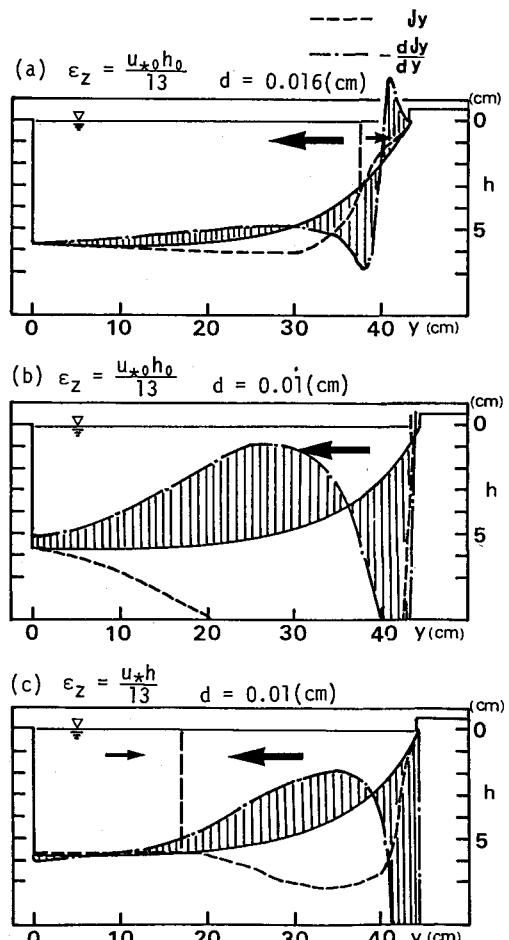


Fig.5 Distribution of Jy and $\partial Jy/\partial y$

5. おわりに

浮遊砂の卓越するような浸食・堆積過程では、浸食は掃流・浮遊の両形式で進行し、浮遊砂による浸食も重要な役割を果している。

その浮遊砂浸食・堆積は、摩擦速度／沈降速度の比と断面の地形効果によって様々に起こり得る。

平均掃流力が比較的小さい場合には、底面濃度は流路中央側で平衡濃度を上回るか、それに等しい値を取るが、側岸に近づくにつれて、平衡濃度を下回るようになり、浮遊砂による浸食を引き起こすこともあり得る。

しかし、これらは粒径別に考える必要があり、また拡散係数の取扱いも重要である。また、洪水時など、平均掃流力が比較的大きい場合の底面濃度と平衡濃度の関係、浮遊砂の動向については同様の手法によって検証する必要があり、これらを今後の課題としなければならない。

謝辞：本研究を進めるにあたり、本学山田正助教授、道口敏幸技官には貴重な助言、助力をいただいた。ここに感謝の意を表す次第である。

【参考文献】

- 1)長谷川和義・望月明彦：シルト・細砂からなる流路の浸食過程、第31回水理講演会論文集、pp.725-730, 1987.2
- 2)長谷川和義・望月明彦：洪水時における細砂河岸の浸食堆積、土木学会第42回年次学術講演会講演概要集、第2部, pp.294-295, 1987.9
- 3)T.Itakura and T.Kishi:Open channel flow with suspended sediment, Proc. of ASCE, Vol.106, HY8 1980
- 4)長谷川和義：非平衡性を考慮した側岸浸食量式に関する研究、土木学会論文報告集、No.316, 1981
- 5)福岡捷二・山坂昌成：なめらかな横断面形状をもつ直線流路のせん断分布と拡幅過程の解析
土木学会論文報告集、No.351, II-2, 1984
- 6)長谷川和義・望月明彦・水端聰：河岸浸食における斜面効果の影響に関する実験・解析、
土木学会北海道支部論文報告集 第43号, p
- 7)Parker.G.:Self-formed straight rivers equilibrium banks and mobile bed. Part 1,The sand silt river, J.F.M. Vol.80, part 1, 1978