

停滞成層水域の水溫構造年周変化に関する考察

Consideration on Annual Cycle of Thermal Structure in Closed Water Mass

大阪大学工学部 室田明 A. Murota

大阪大学工学部 道奥康治 K. Michioku

大阪大学大学院 阪口進一 S. Sakaguchi

1. はしがき

水面熱収支の年周期変動にともなう水溫成層の応答特性を的確に予測することは停滞水域の水質挙動を考える上で工学的に重要であり、様々な角度から検討されてきた。しかし既往の解析においては最も重要な因子の一つである鉛直混合過程に関して十分な配慮がなされておらず、水質輸送量を評価する上で合理性を欠いている。この点に着目して著者等は(i)水面への安定な浮力フラックスの供給によって混合が抑制される受熱期、ならびに(ii)熱対流の擾乱によって混合が促進される放熱期、を対象として各々の場合に生起する鉛直混合現象を実験的に再現し、連行特性・内部変動特性を明らかにしてきた。

本研究では以上の実験成果に基いて鉛直混合現象を定式化し、水面熱収支変動に伴う成層構造の変遷に関する予測解析を行う。ただし、本研究は単なる水溫予測手法の提案を目的とするものではなく、現象を支配する外的・内的因子の代表量によって現象を規準化し、水溫構造の年周変化をあらゆる普遍的な唯一解を求めることを主眼としている。さらに本解析を応用することによって停滞水域における鉛直混合現象の各種レジームを定量的に類型化し、そのカテゴリ-分類図を示す。

2. 鉛直混合量の評価

停滞水域の密度成層は(1)ほぼ様な水質・水溫を有する「表層混合層」と(2)大きな水溫勾配の「躍層部」および(3)乱れがほとんどなく連続的に成層化した「深水層」から成る。こうした成層構造の形成・発達には水面熱収支に加えて断続的・不規則に生起する風応力の機械的擾乱が重要な役割を果たす。既往の水溫予測手法はいわゆる「拡散モデル」¹⁾と「積分モデル」²⁾に大別されるが、いずれもこうした二つの外的擾乱の相乗作用による鉛直混合過程を直接的には表現しておらず、観測値に適合するような水域固有のモデル諸係数を同定しているに過ぎない。特に循環期の対流混合現象については極めて単純かつ便宜的な取り扱いしかなされておらず対流運動の力学的特性が全く考慮されていない。ここでは、熱エネルギーおよび機械的擾乱エネルギーが複合的に作用する場合の鉛直混合現象に関する著者等の実験成果^{3),4)}を基にして、より合理的な水溫構造の年周変化に関する解析を行う。

(1) 安定な浮力フラックスと風の応力が作用する場合の鉛直混合量(受熱期)

風応力の機械的擾乱を振動格子によって代替さらに水面加熱によって安定な浮力フラックスを供給した場合について水理実験を行った。これより「機械的擾乱の運動エネルギー・フラックスから安定な浮力フラックスを差し引いた残差エネルギーが混合に対して有効に作用する」という仮説の基に σ_b なる特性速度を定義すれば、連行則が次式のように合理的に定式化されることが示された。

$$E_{\sigma_b} = C_1 R i \sigma_b^{-1}, \quad (C_1 = 1.10) \quad (1)$$

ここで、 $E_{\sigma_b} \equiv (dh_m/dt)/\sigma_b$: 連行係数、 $R i \sigma_b \equiv \epsilon g l'_s / \sigma_b^2$: リチャードソン数、 h_m : 躍層の水深すなわち表層混合層の厚さ、 t : 時間、 ϵ : 躍層界面での相対密度差、 g : 重力加速度、 $l'_s = \beta h_m$ ($\beta = 0, 1$): 躍層位置での乱れの積分特性長である。また特性速度 σ_b は次式で定義される。

$$\sigma_b = (u_s'^3 - \frac{u_b'^3}{C_1 \eta_{b0}})^{\frac{1}{3}}, \quad (\eta_{b0} = 3.04) \quad (2)$$

ここで、 u_s' : 界面での振動格子乱流の強度、 $u_b' = (-\alpha g F(t) h_m)^{\frac{1}{3}}$: 受熱による浮力フラックスの大きさを表す速度スケール、 $F(t)$: 単位時間・単位面積当りに供給される水面での熱フラックス(密度 ρ と比熱 c の積で除しており単位は $(cm^{\circ}C/sec)$ 、また鉛直上向きを正とし受熱期は負値をとる)、 α : 熱膨張係数である。

一方、風応力によって機械的擾乱が誘起されるような実際現象においても同様の関数形で連行則が成り立つと考え、 u'_g のかわりに風応力による水面での摩擦速度 u_* を用いて混合速度を次のようにあらわす。

$$\frac{dh_m}{dt} = C_w \frac{u_*^3}{\varepsilon g h_m} - C_b \frac{u_b^3}{\varepsilon g h_m} \quad (3)$$

式(3)と式(1)、(2)との比較より

$$C_w = C_1 \beta^{-1} (u'_g/u_*)^3 \quad (4)$$

$$C_b = (\eta_{b0}^3 \beta)^{-1} \quad (5)$$

なる関係が得られる。まず C_b については実験より得られた値

$\eta_{b0} = 3.04$, $\beta = 0.1$ を式(5)に代入して $C_b = 0.356$ を得る。一方、 C_w については現在のところ適切な評価法がないため次のように考える。まず、図-1は吹送流における乱流強度 $\sqrt{u'^2}$ の鉛直分布に関する既往の主な実験結果を示す。これらを図中の実線で示すべき乗則に回帰すれば次式が得られる。

$$\sqrt{u'^2}/u_* = C_u (z/h_m)^{-n}, \quad (C_u = 1.0, n = 0.3) \quad (6)$$

ここで z は水面から下向きに取った鉛直座標である。

これを用いて躍層界面位置での乱れ強度を外挿すれば次式を得る。

$$\sqrt{u'^2} \Big|_{z=h_m} = C_u \cdot u_*$$

今、「異なる擾乱条件の混合現象でも乱れの特性を量を用いて定式化された連行則はすべて等価なもの」とみなせる」という仮説に基づいて、式(4)中の振動格子による界面位置での乱れ強度 u'_g に式(7)の $\sqrt{u'^2} \Big|_{z=h_m}$ を代入すれば、 $C_w = C_1 \beta^{-1} C_u^3 = 11.0$ なる値を得る。

(2) 熱対流と風の応力が複合的に作用する場合の鉛直混合量 (放熱期)

底面加熱により誘起される熱的擾乱と振動格子の擾乱とが複合作用する場合の鉛直混合に関する水理実験を行い、次の連行則が得られた。

$$E_G = C_2 R_{iG}^{-1}, \quad (C_2 = 0.45) \quad (8)$$

ここで、連行係数とリチャードソン数は各々 $E_G \equiv (dh_m/dt)/\sigma$, $R_{iG} \equiv \varepsilon g h_m / \sigma^2$, のように定義される。また、複合因擾乱の特性速度 σ は「熱的擾乱と機械的擾乱のエネルギーフラックスの線型和が混合に対して有効に働くエネルギーフラックスに等しい」という仮定のもとに次式で与えられる。

$$\sigma = (u_f^3 + \eta_0^3 u_g^3)^{1/3}, \quad (\eta_0 = (C_1/C_2 \beta)^{1/3} = 2.90) \quad (9)$$

ここで、 $u_f = (\alpha g F(t) h_m)^{1/3}$ は熱対流の速度スケールである。

式(8)、(9)の関数形に基き風応力が作用する場合の混合速度を式(3)の場合と同様にして次式で表す。

$$\frac{dh_m}{dt} = C_w \frac{u_*^3}{\varepsilon g h_m} + C_f \frac{u_f^3}{\varepsilon g h_m} \quad (10)$$

式(10)と式(8)、(9)との比較から C_w は上で得られた値に等しく、また $C_f = C_2 = 0.45$ となることがわかる。

3. 水温構造の解析方法

水面熱収支量 $F(t)$ は日～時間単位で小刻みに変動する不規則性を有するが長期的には一年周期の変動パターンを呈する。これを図-2の実線のように振幅 H_g の折れ線で近似する²⁾。また風の擾乱も不規則かつ断続的であるが、図-2の一点鎖線で示すように等価な一定の摩擦速度 u_* が一年を通して作用すると考える。

一方、水温構造は図-3のように一様水温 T_m 、厚さ h_m を有する混合層と連続的に成層化した $T_i(z)$ なる水温分布の深水層から成るとし、躍層部は密度ジャンプ $\varepsilon = \alpha \Delta T = \alpha \{T_m - T_i(h_m)\}$ をもつ二層境界面とみなす。また $t=0$ における初期水温は一様に分布するとみなし、ここでは初期水温からの偏差のみを考える。

水温成層の挙動形態は水面熱収支量と風応力の擾乱強度との比によって次の三つの場合に分類される。

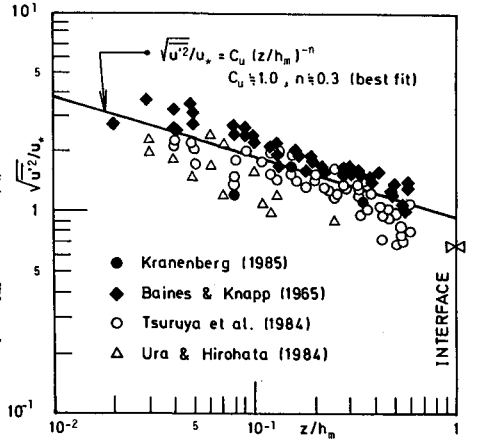


図-1 吹送流における乱れ強度 $\sqrt{u'^2}$ の鉛直分布

- (I) 受熱前期 ($F(t) < 0$) : 躍層が深いために浮力安定効果が風応力の擾乱効果を上回り、混合が生じず安定成層化が進み躍層が上昇する場合。
- (II) 受熱後期 ($F(t) < 0$) : 躍層が浅く風応力の擾乱効果が浮力フラックスの安定化作用を上回り、弱い鉛直混合が生じて躍層がゆるやかに低下する場合。
- (III) 放熱期 ($F(t) > 0$) : 自然対流による熱的擾乱が風応力の擾乱とともに複合的に作用し鉛直混合が誘起される場合。

以上、(I) ~ (III) は図-2中の各期間(I) ~ (III)にそれぞれ対応する。各場合の水温構造の変遷は以下のように解析される。

(I) 受熱前期 ($0 \leq t \leq T/4$)

熱フラックスは次式で与えられる。

$$F(t) = -H_s t / t_c \quad (11)$$

ここで、 $t_c \equiv T/4$ としている。

KrausとTurnerの解析と同様にして、浮力フラックスの安定効果と風応力の擾乱効果とが平衡しながら躍層位置が上昇するものとする。この時平衡条件は受熱時の混合量を与える式(3)より $dh_m/dt = 0$ として与えられる。これより h_m を求めれば次式が得られる。

$$h_m = h_c (t/t_c)^{-1} \quad (12)$$

ここで $h_c \equiv C_w u_*^3 / C_b \rho g H_s$ は水温構造の年周変化特性を規定する代表水深である。式(12)から明かなように h_c は受熱最盛時 $t = t_c = T/4$ における混合層厚さ(すなわち混合層厚さの年間最小値)に等しい。

一方、混合層内の熱保存を考慮すれば混合層水温の上昇率 dT_m/dt が

$$dT_m/dt = -F(t)/h_m \quad (13)$$

で与えられ。これを $t = 0$ で $T_m = 0$ なる初期条件のもとに積分すると次の解を得る。

$$T_m = (H_s t_c / 3 h_c) (t/t_c)^3 \quad (14)$$

ところで、躍層の上昇過程において時々刻々の混合層水温 T_m はそのまま深層部に保存され、その水温分布が拡散やその他の擾乱によって変形しないものと仮定すれば、深層連続成層部の水温分布 $T_i(z)$ は式(12)と(14)とから t を消去し h_m を鉛直座標 z で置換えた時の T_m に等しいとみなせる。これより $T_i(z)$ が

$$T_i(z) = H_s t_c h_c^2 / 3 z^3 \quad (\text{図-3参照}) \quad (15)$$

で与えられる。一方、受熱時には混合層下端での密度ジャンプがなく常に $\epsilon = 0$ である。

以上のようにして得られた水温構造の特性諸量を普遍的に表示するために次のような無次元化を施す。

$$\tilde{t} = t/t_c, \quad \tilde{z} = z/h_c, \quad \tilde{h}_m = h_m/h_c, \quad \tilde{T}_m = T_m h_c / H_s t_c, \quad \tilde{\epsilon} = \epsilon h_c / \alpha H_s t_c, \quad \tilde{T}_i(\tilde{z}) = T_i(z) h_c / H_s t_c \quad (\sim \text{を冠したものは無次元量を示す}) \quad (16)$$

これらを用いて受熱前期における解(12), (14), (15)が各々次のように書きあらわされる。

$$\tilde{h}_m = \tilde{t}^{-1} \quad (17), \quad \tilde{T}_m = \frac{1}{3} \tilde{t}^3 \quad (18), \quad \tilde{T}_i(\tilde{z}) = \frac{1}{3} \tilde{z}^{-3} \quad (19)$$

(III) 受熱後期 ($T/4 \leq t \leq T/2$)

熱フラックスは次式で与えられる。

$$F(t_1) = -H_s (1 - t_1/t_c) \quad (20)$$

ここで、便宜上時間座標を $t_1 = t - t_c$ のごとく1/4周期分ずらしている。

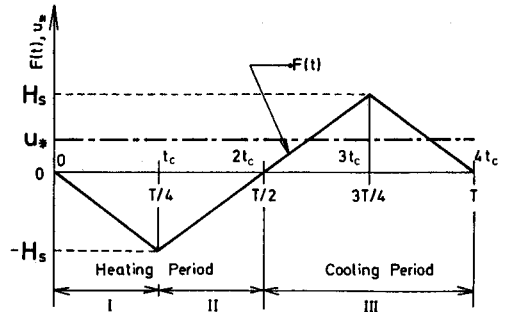


図-2 水面熱フラックス $F(t)$ と水面での摩擦速度 u_* の経時変化

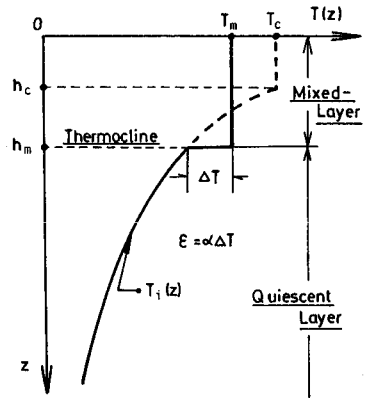


図-3 モデル化された水温構造

躍層は式(3)で与えられる速度で低下する。式(3)中の u_b に上式を代入して低下速度は

$$dh_m/dt = C_b \alpha g H_s \{h_c - (1 - \tilde{t}_1)h_m\} / \epsilon g h_m \quad (21)$$

となる。一方、図-3中の実線で示された任意の時刻における成層状態と $t = t_c$ における成層状態(図-3の点線)とを比較しそれらの貯熱量の差が t_1 時間に水面から供給された総熱量に等しいことから次の熱保存式が成り立つ。

$$T_m h_m - \left(\int_0^{h_c} T_c dz + \int_{h_c}^{h_m} T_i(z) dz \right) = - \int_0^{t_2} \bar{F}(t_2) dt_2 \quad (22)$$

ここに、 T_c は $t = t_c$ における混合層水温であり、式(14)から $T_c = H_s t_c / 3h_c$ で与えられる。

上式右辺に式(20)を代入し、式(16)に示した無次元化を施せば混合層水温に関して次の解を得る。

$$\tilde{T}_m = (1/2 - 1/6 \cdot \tilde{h}_m^{-2} + \tilde{t}_1 - \tilde{t}_1^2/2) / \tilde{h}_m \quad (23)$$

躍層界面での密度差は $\epsilon = \alpha \Delta T = \alpha \{T_m - T_i(h_m)\}$ で与えられることから式(19)と(23)より

$$\tilde{\epsilon} = \{ (1 - \tilde{h}_m^{-2})/2 + (\tilde{t}_1 - \tilde{t}_1^2/2) \} / \tilde{h}_m \quad (24)$$

となる。結局、式(24)を(21)に代入して無次元化すると混合速度が次のように得られる。

$$\frac{d\tilde{h}_m}{d\tilde{t}_1} = C_b \frac{1 - (1 - \tilde{t}_1)\tilde{h}_m}{(1 - \tilde{h}_m^{-2})/2 + (\tilde{t}_1 - \tilde{t}_1^2/2)} \quad (25)$$

上式は非線型であるため混合層厚さ $\tilde{h}_m$ の時間変化は数値積分によってのみ求まる。

(III) 放熱期 ($T/2 \leq t \leq T$)

躍層の低下速度は式(10)により与えられる。混合層水温 $\tilde{T}_m$ 、相対密度差 $\tilde{\epsilon}$ の解は(II)の場合と全く同様に与えられる。これらの結果のみを示せば次のようである。

$$\tilde{T}_m = (1 - 1/6 \cdot \tilde{h}_m^{-2} - \tilde{t}_2^2/2) / \tilde{h}_m \quad (26) \quad , \quad \tilde{\epsilon} = (1 - 1/2 \cdot \tilde{h}_m^{-2} - \tilde{t}_2^2/2) / \tilde{h}_m \quad (27)$$

$$\frac{d\tilde{h}_m}{d\tilde{t}_2} = \frac{C_b + C_f \tilde{h}_m \tilde{t}_2}{1 - 1/2 \cdot \tilde{h}_m^{-2} - \tilde{t}_2^2/2} \quad (28) \quad \text{ここで } \tilde{t}_2 = t_2/t_c = \tilde{t} - 2 \text{ である。}$$

4. 水温構造の年周変化

以上の解析に基く数値解を図-4に示す(なお、図中の横軸は新たな無次元時間 $\tau = \tilde{t}/4 = t/T$ である)。すべての物理量が式(16)のごとく規準化されており、同図は水温構造の年周変化特性をあらわす普遍的な唯一解と言える。

次に、本解析の精度を検証するため自然湖沼における水温観測値との比較を行う。まず図-5の上図のように実測値の回帰から水面熱収支変動の振幅 H_s の値を求める。一方、風の応力に関しては一年間に供給された機械的擾乱効果をおしなべて等価な一定の u_* に換算することが望ましい。しかしながら風速時系列から一定値としての u_* を評価する方法は現在のところ確立されていないため、ここでは解析解と実測値とが適合するような u_* の値を逆算出することにする。図-5の下図はこのようにして得られた等価摩擦速度 $u_* = 4.0 \times 10^{-3}$ (m/sec) と熱フラックスのピーク値 $H_s = 5.7 \times 10^{-5}$ (m°C/sec) を用いて規準化された水温イソプレットの観測値(細線群)と本解析の躍層位置 $\tilde{h}_m$ (太線)との比較を示す。定性的には水温構造の変遷過程が良好に再現されている。また u_* より概算される水面上10mでの風速換算値は $U_{10} = 3.8$ (m/sec) であり、この湖においては常時平均的に発生し得る風速と言える。

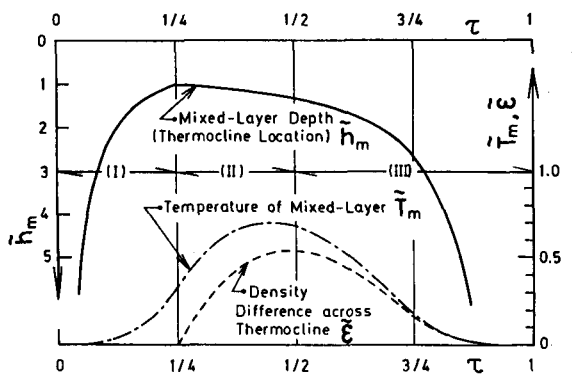


図-4 混合層厚さ $\tilde{h}_m$ 、混合層水温 $\tilde{T}_m$ 、躍層面での相対密度差 $\tilde{\epsilon}$ の年周変化

5. 鉛直混合現象のカテゴリー分類

前節までの解析に基いて鉛直混合現象を定量的に類別し、気象・水文条件などの外的因子から水域内の成層挙動形態を評価する上で有用なカテゴリー分類を示す。

混合の大きさおよびその形態は水面に供給される熱的エネルギーと機械的エネルギーの大きさの組み合わせにより決まる。そこで風の応力、受熱時の浮力供給、放熱時の浮力損失の大きさをそれぞれあらわすパラメータとして次のような密度フルード数型の無次元量を考える。

$$\left. \begin{aligned} F_W &= u_* / \sqrt{\varepsilon g h_m}, \quad F_B = u_b / \sqrt{\varepsilon g h_m} \\ F_F &= u_f / \sqrt{\varepsilon g h_m} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

一方、混合の効率をあらわす量として次のような特性速度 σ_B, σ_F を用いた連行係数 $E_{\sigma_B}, E_{\sigma_F}$ を考える。

・受熱時

$$E_{\sigma_B} \equiv \frac{(dh_m/dt)}{\sigma_B}, \quad \sigma_B \equiv (u_*^3 - \frac{C_b}{C_w} u_b^3)^{\frac{1}{3}}$$

・放熱時

$$E_{\sigma_F} \equiv \frac{(dh_m/dt)}{\sigma_F}, \quad \sigma_F \equiv (u_*^3 + \frac{C_f}{C_w} u_f^3)^{\frac{1}{3}}$$

混合量に関する式(3)と(10)を用いれば $E_{\sigma_F}, E_{\sigma_B}$ を与える連行則は各々次のようになる。

$$\text{・受熱時} \quad E_{\sigma_B} = C_w R_{i\sigma_B}^{-1} \quad (30)$$

$$\text{・放熱時} \quad E_{\sigma_F} = C_w R_{i\sigma_F}^{-1} \quad (31)$$

ここで、 $R_{i\sigma_B} \equiv \varepsilon g h_m / \sigma_B^2$, $R_{i\sigma_F} \equiv \varepsilon g h_m / \sigma_F^2$ である。

式(30), (31)を外力エネルギーに関するパラメータ F_W, F_B, F_F によってあらわせば結局次式が得られる。

$$\text{・受熱時} \quad E_{\sigma_B} = C_w (F_W^3 - \frac{C_b}{C_w} F_B^3)^{\frac{2}{3}} \quad (32)$$

$$\text{・放熱時} \quad E_{\sigma_F} = C_w (F_W^3 + \frac{C_f}{C_w} F_F^3)^{\frac{2}{3}} \quad (33)$$

式(32), (33)で与えられる連行係数 $E_{\sigma_B}, E_{\sigma_F}$ の等値線を (F_B, F_W) , (F_F, F_W) 平面上に描けば図-6中の実線群のようになる。

ところで受熱前期においては浮力フラックスの安定効果と風応力の混合促進効果がたがり合い、式(3)から $dh_m/dt=0$ として与えられる平衡条件が成立した。これを (F_B, F_F) によって書き直せば次式となる。

$$F_W = (C_b/C_w)^{\frac{1}{3}} \cdot F_B \quad (34)$$

これを図-6中の曲線 l_1 で示す。図からわかるように l_1 は等連行係数曲線群の $E_{\sigma_B} \rightarrow 0$ なる漸近曲線に相当する。

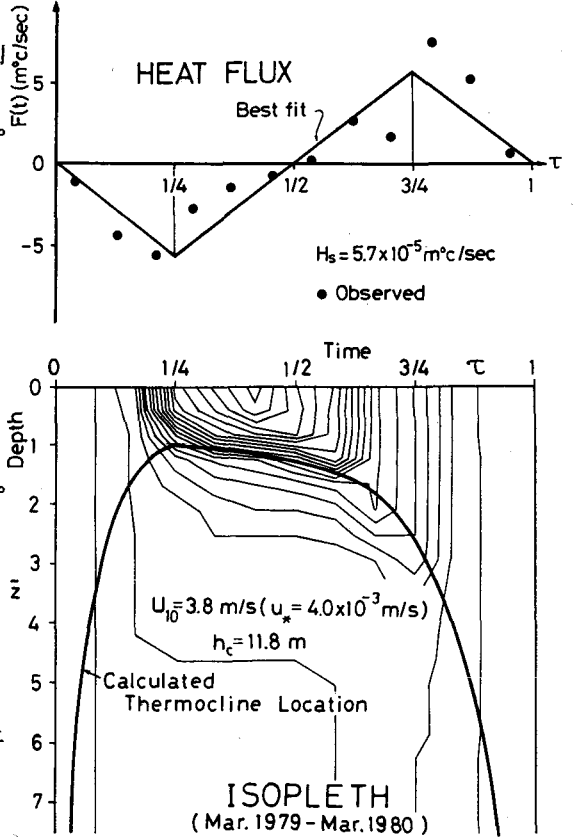


図-5 (上図) 水面熱収支量の回帰分析
(下図) 躍層位置の解析解(太線)と水温イソプレットの観測値(細線群)との比較

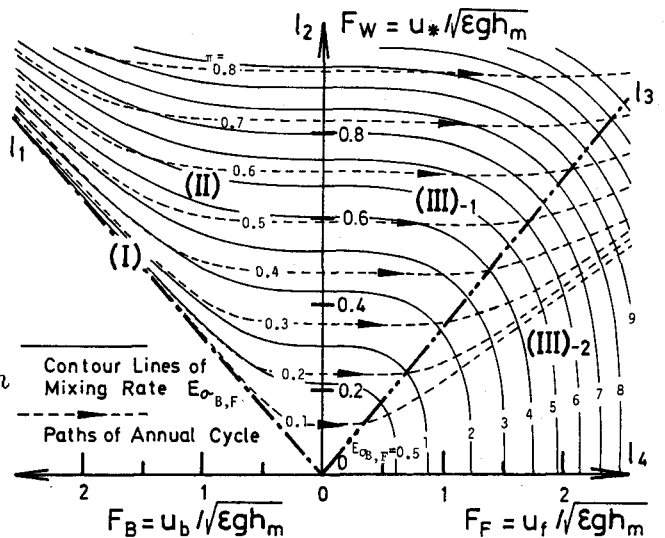


図-6 (F_W, F_B, F_F) 平面上の等連行係数曲線と混合過程の進行図(鉛直混合現象のカテゴリー分類図)

また式(10)からわかるように放熱期において

$$C_w \frac{u_*^3}{\varepsilon g h_m} = C_f \frac{u_f^3}{\varepsilon g h_m} \quad \text{すなわち} \quad F_W = \left(\frac{C_f}{C_w}\right)^{\frac{1}{3}} F_F \quad (35)$$

の時、混合に対する風応力と自然対流の貢献度が相等しくなる。これを図-6中に l_3 で示す。 l_3 より上方では混合に対して風応力の機械的擾乱が支配的に作用し、 l_3 より下の領域では逆に自然対流の擾乱効果が卓越して躍層が低下する。

以上を総合すれば、鉛直混合現象の形態は次のような四つのカテゴリーに分類される(図-7参照)。

(I)	受熱前期	: l_1 上
(II)	受熱後期	: l_1 と l_2 の間の領域
(III)-1	放熱前期(機械的擾乱>熱的擾乱)	: l_2 と l_3 の間の領域
(III)-2	放熱後期(機械的擾乱<熱的擾乱)	: l_3 と l_4 の間の領域

一方、(F_W, F_B, F_F) は水温成層の特性量 $\tilde{h}_m$ と $\tilde{\varepsilon}$ によって次式のようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} F_W &= \pi \tilde{\varepsilon}^{-\frac{1}{2}} \tilde{h}_m^{-\frac{1}{2}} \\ F_F &= -F_B = (C_w/C_b)^{\frac{1}{3}} \{F(t)/H_s\}^{\frac{1}{3}} \pi \tilde{\varepsilon}^{-\frac{1}{2}} \tilde{h}_m^{-\frac{1}{6}} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

ここで、 $\pi = u_* / \sqrt{\varepsilon_c g h_c} = u_* / \sqrt{\alpha g H_s t_c}$ である。

上式中の $\tilde{h}_m$ 、 $\tilde{\varepsilon}$ へ図-4の解を代入し時間 τ を媒介変数として (F_B, F_W)、(F_F, F_W) 間の関係を求めれば、年周期的に変化する水温成層の変遷過程が (F_B, F_F, F_W) 空間上において図-6中の矢印を付した点線群のように示される。また、現象の進行形態は式(36)において導出された「風応力の擾乱と熱浮力エネルギーとの比」をあらわすパラメータ π によって一義的に決定されることが理解できる。

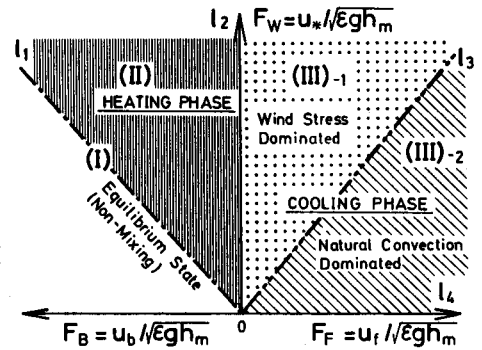


図-7 カテゴリー分類の概念図

6. むすび

水温成層の年周変化特性を極力普遍的・解析的に表現するために水温構造・外エネルギー等の条件はできるだけ単純な形にモデル化している。水温分布形の詳細を予測することが目的であるならばむしろ拡散モデルのような微分モデルがより適している。本解析の最も重要な特徴は鉛直混合現象に関する基礎実験成果を直接的に取り入れ積分モデルの合理性を向上させた点にあると考えている。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり国立公害研究所村岡浩爾水質土壌環境部長には貴重な実測資料を提供頂いた。また前大阪大学学生、中村直人・石井利幸の両氏には研究上の協力を得た。以上ここに記して謝意を表する。

参考文献

- (例えば) Dake & Harleman: Water Resources Res., 5, 1969.
- (例えば) Kraus & Turner: Tellus, XX, 1967.
- 室田・道奥: 土木学会論文集, 369/II-5, 1986.
- 阪口・室田・道奥: 第42回土木学会年講, 1987.
- Kranenburg: Proc. ASCE, 111, 1985.
- Baines & Knapp: Proc. ASCE, 91, 1965.
- 鶴谷・中野・一戸: 第31回海岸工学講演会論文集, 1984.
- 浦・廣畑: 第31回海岸工学講演会論文集, 1984.
- Turner: Buoyancy Effects in Fluids, 1973.