

Green - Ampt 式による不飽和浸透解析
Unsaturated Infiltration Analysis by the Green and Ampt Equation

東京都土木技術研究所 小川進 S. Ogawa
同 上 和泉清 K. Izumi

1. はじめに

GreenとAmpt (1911) により提案された古典的浸透方程式は、単純な式形にもかかわらず、実験結果との適合がよいこともあって古くより使用されている。このGreen-Ampt 式は次式で表現される。

$$i = k_s (H + z_f + H_f) / z_f \cdots \cdots (1)$$

ただし、 i : 浸透能、 k_s : 飽和透水係数、 H : 湛水深、 z_f : 浸潤深さ、 H_f : 毛管吸引圧 (> 0) である。

ところで、我々は前報⁽²⁾において、野外における散水ならびに浸透実験に基づき、Green-Ampt 式の水文学への適用例を示した。すなわち、冠水型浸透計によるGreen-Ampt 式のパラメータの導出法、任意の降雨波形に対する土地利用別の初期損失の公式の提案、表面流を考慮した浸透能方程式の提案等の成果をもたらし、従来、有効降雨の算定で使用されている初期損失や冠水型浸透計により求められた浸透能の問題点を明らかにした。

ところで、近年、Green-Ampt 式のパラメータの解釈をめぐる実験値との比較からいくつかの変更が提案された。

まず、Bouwer (1966) は、式中の飽和透水係数 k_s は過大であるとして、ぬれ透水係数 k_w (wetting conductivity) への変更を求めた。ぬれ透水係数は次式で表わされる。

$$k_w = 0.5 k_s \cdots \cdots (2)$$

ついで、Morel-SeytouxとKhanji (1974) は、毛管吸引圧 H_f の代りに、より正確な物理的意味をもつ有効毛管駆動圧 H_e (effective capillary drive) を、初期水分量に依存する毛管吸引圧 h_c とその分布関数 f_w とから、次式で定義した。

$$H_e = \int_0^{h_{ci}} f_w d h_c \cdots \cdots (3)$$

さらに彼らは、Green-Ampt 式の仮定である、飽和域と不飽和域とを分離する浸潤前線 (wetting front) については、浸透速度を 10 ~ 70 % も過大評価し、相対誤差を生じさせるので、粘性補正因子 β (viscous correction factor) を導入した (式省略) 。

修正されたGreen-Ampt式は次式で表わされる。

$$i = \frac{k_w}{\beta} \frac{ (H + H_e + z_f) }{z_f} \cdots \cdots (4)$$

こうして修正されたGreen-Ampt 式は、全てのパラメータがきわめて正確な物理的意味をもち、ぬれ前線での空気の流れが無視できない場合や異方性のある土壌の場合にも拡張できることになった。

ここでは、この修正したGreen-Ampt式を用いて、ガラスビーズによるモデル実験の評価と透水性舗装の流出解析を行ない、あわせて、Richardsの式との比較も行なった。

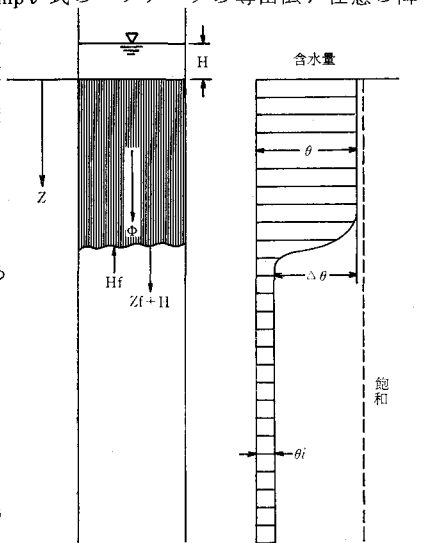


図1 Green-Ampt式による不飽和浸透

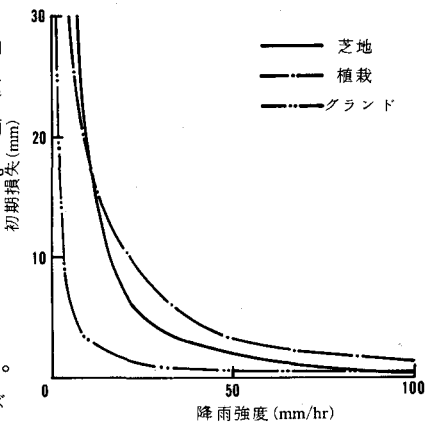


図2 土地利用別初期損失

2. 不飽和浸透一次元解析

Green-Ampt 式と並んで古典的浸透方程式として、Horton (1940) の経験式がある。

$$i = i_f + (i_0 - i_f) \exp(-kt) \dots\dots\dots(5)$$

ただし、 i_0 ：初期浸透能、 i_f ：最終浸透能、 k ：定数、 t ：時間である。

また、浸透現象を厳密に記述するには、一般には Darcy 則を不飽和と三次元浸透にまで拡張した Richards (1931) の式が用いられる。

$$\partial \theta / \partial t = \nabla \cdot (k \nabla \phi) \dots\dots\dots(6)$$

ただし、 θ ：体積含水率、 k ：透水係数、 ϕ ：総ポテンシャルである。

Philip (1954) はこの式を一樣な一次元、半無限土壌カラムに適用して、次の近似式を導いた。

$$i = \frac{1}{2} S t^{-1/2} + k_p \dots\dots\dots(7)$$

ただし、 S ：吸収能 (Sorptivity)、 k_p ：定数 ($t \rightarrow \infty$ で飽和透水係数) である。

この式が Green-Ampt 式と等価であり、パラメータに互換性があることは、既に前報に示したとおりである。

ところで、Richards の式を数値解析的に解くには土中水分特性が実験的に求められていなければならない。すなわち、土中水分量 (体積含水率) に対応した吸引圧ならびに不飽和透水係数の関数関係が必要となる。ここでは、Campbell (1974) の方法を用いて次の 2 式を採用する。

$$\theta / \theta_s = (\psi_e / \psi)^{-b} \dots\dots\dots(8)$$

$$k = k_s (\theta / \theta_s)^{2b+3} \dots\dots\dots(9)$$

ただし、 θ ：体積含水率、 θ_s ：飽和体積含水率、 ψ_e ：空気侵入ポテンシャル、 ψ ：マトリックポテンシャル (吸引圧)、 b ：定数、 k ：不飽和透水係数である。

こうして、土中水分特性が (8)、(9) 式で決定されるので、実験的に飽和透水係数 k_s 、 $\theta - \psi$ 関係 (図 3) より定数 b 、空気侵入ポテンシャル値 ψ_e を求めれば、Richards の式より数値解析が可能となる。表 1 には実験的に求めた関東ロームの土中水分パラメータの一例を示す。

ところで、先に述べた Horton 式、Green-Ampt 式そして Richards の式 (数値解) を比較したのが図 4 である。Green-Ampt 式と Philip 式とが同形であることはいうまでもない。関東ロームでは、比較的短時間で浸透能が安定するが、明らかに Horton 式を適用するには問題があることがわかる。それに対し、Green-Ampt 式と Richards の式 (数値解) は、浸透の初期こそ異なるが、時間の経過とともに同型の減少傾向を示し、関東ロームの実験結果とも符合する。

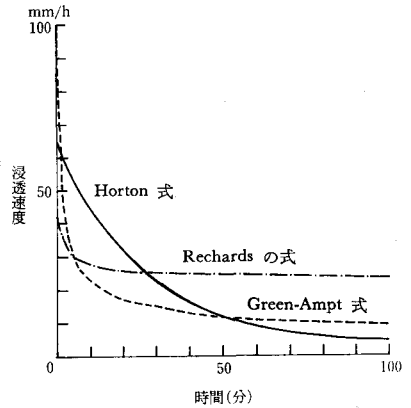


図 3 各種浸透方程式

表 1 土中水分パラメータ

K_s	θ_i	θ_s	b	ψ_e
10^{-4}	0.6	0.7	6	-10cm

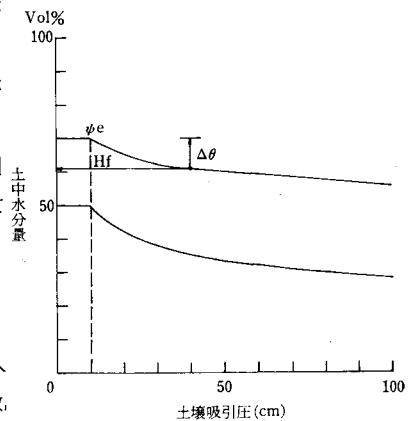


図 4 土中水分量と吸引圧

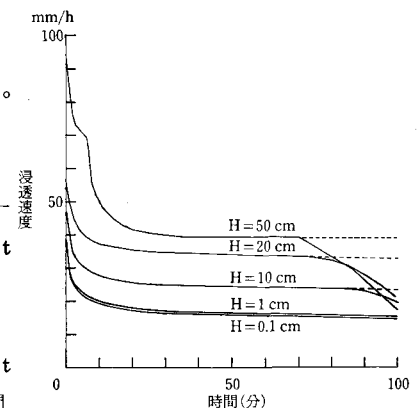


図 5 浸透能の湛水深依存性

そこで、Green-Ampt式とRichardsの式との本質的な違いをみるために、表1に示す関東ロームの土中水分パラメータを用いて、上面で灌水、下面（-1m）で排水とした。灌水深は、0.1~100cmと変えた。

図5に時間ごとの浸透能の変化を示した。この結果から第一にいえるとは、灌水深が0.1~1cmの範囲ではその浸透能に差異はなく、30分経過するとほぼ一定となることである。そして冠字型浸透計で使用される灌水深10cmでは、明らかに灌水深の効果により浸透能の増加が認められる。したがって、冠字型浸透計で求められた浸透能を現実の降雨の浸透現象に適用するには灌水深の補正が必要となることがわかる。さらに灌水深が50cmでは2つの変曲点が存在しており、Green-Ampt式では記述できない現象が生じていることを示している。

図6には土中水分プロファイルの時間的変化と灌水深依存性を示してある。灌水深が1cmまでは飽和域が生ぜず、不飽和浸透だけである。ところが、灌水深が10cmを越すと、飽和域が生じ、飽和浸透と不飽和浸透の両者が共存することになる。さらに灌水深が20cmになると、完全にGreen-Ampt型の浸透形態となる。すなわち、飽和域が上から下へ向かってゆく浸透形態である。図5に戻って、灌水深が50cmの場合に2つの変曲点が存在した理由は、第一の変曲点の不飽和浸透から飽和-不飽和浸透共存へ遷移する境界点であり、第二の変曲点が完全飽和浸透に遷移する境界点であることがわかる。

土中水分パラメータを変え、境界条件を変えて、浸透特性に影響する因子を系統的にみると、最も大きい因子は灌水深であり、次いで透水係数であることがわかる。

3. ガラスビーズによる不飽和浸透

ガラスビーズによる不飽和浸透のモデル実験で試みた。ガラスビーズは直径が0.05~2.0mmの範囲の8種類であり重量は各約2kg（比重約2.32）である。アクリル製のメスシリンダーを利用して、透水試験により、間隙率、毛管圧、透水係数、不飽和浸透パラメータを求めた。

間隙率は、0.32~0.39であり、粒径が小さくなるにつれて増加する（図7）。球体の稠密構造としては、面心立方格子（fcc）や体心立方格子（bcc）が考えられるが、それぞれ間隙率が0.26、0.32である。そこで、パイプレータ

ーにより20Hzで1時間、振動による締固めを試みたが、間隙率が0.32より小さくなることはなかった。

次に毛管圧を調べるため、ガラスビーズの下部を水に漬けて放置し、安定したときの毛管上昇高を計測した（図8）。粒径に対する毛管上昇高は理論値を下回るものの、反比例の関係を満たしている。

また、透水係数を調べるために、変水位ならびに定水位透水試験を実施した。結果を図9に示すが、変

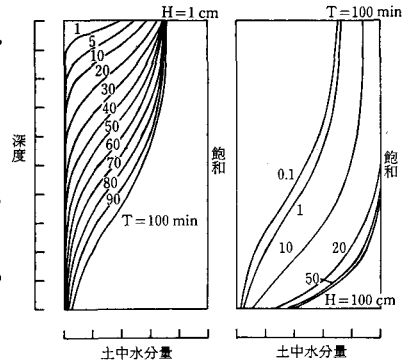


図6 土中水分プロファイル

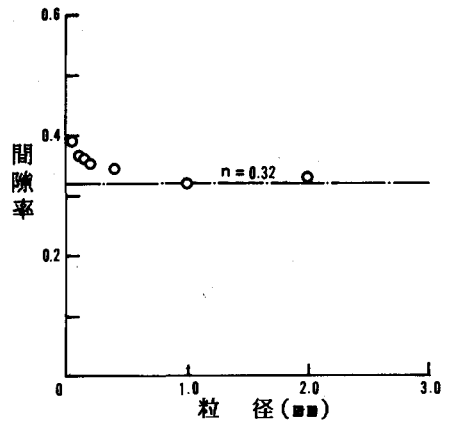


図7 ガラスビーズの間隙率

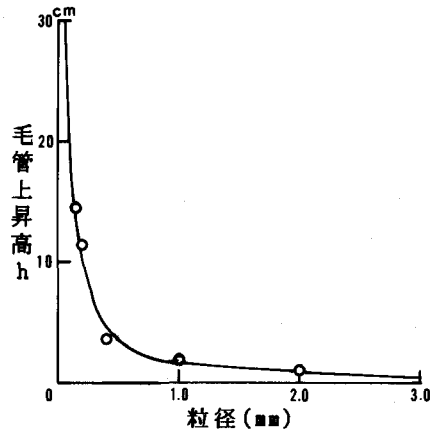


図8 ガラスビーズの毛管圧

表2 ガラスビーズの水分特性パラメータ

d	ks	kw	β	H	Hf	Hc	$\Delta\theta$	ϕ_0
0.15mm	1.03×10^{-2}	5.15×10^{-3}	1.4	7.5cm	215cm	202cm	0.364	1.29cm
0.10	7.06×10^{-3}	3.53×10^{-3}	1.4	6.3	309	293	0.367	1.58
0.05	1.55×10^{-3}	7.75×10^{-4}	1.4	8.0	435	413	0.392	2.24

水位透水試験の結果が定水位試験の結果をやや上回るが透水係数は、粒径の2乗にほぼ比例している。ただし、粒径が2mmのガラスビーズの値は、全体から大きくずれており、メスシリンダー下部の小孔の摩擦による圧力損失が生じたものと考えられる。そこで、Kozenyの理論式により、2mm径の透水係数は求めた。

最後に、体積含水率を変えて、毛管上昇高を計測し、吸引圧曲線を求めた(図10)。実験結果は、Campbell(1974)の方法で整理した。

こうして求めた全ての浸透パラメータを表2に示す。このパラメータをもとに、(4)式で表わされる修正したGreen-Ampt式を作り、不飽和浸透実験値と比較した(図11)。なお、ここでは修正したGreen-Ampt式に対応して、次式で示す修正したPhilip式を実際には描いた。両式は短時間では全く同一である。

$$i = \frac{1}{2} St^{-1/2} + ks / 2\beta \dots\dots\dots (10)$$

$$S = \sqrt{ks\Delta\theta(H+Hc)/\beta} \dots\dots\dots (11)$$

この結果、修正したGreen-Ampt式は本来の式より実験値に近い値をとることがわかる。実験値との不一致の詳細な検討は今後に委ねられる。

4. 透水性舗装の流出解析

都内の透水性舗装の追跡調査を行なってきたが、従来「透水性舗装ハンドブック」⁽¹⁾(山海堂)等で考えられている内容には問題があることが判明した。水理学的事項に限れば以下のとおりである。

- 1) 現場透水試験
- 2) 路床土浸透試験
- 3) 舗装体の水理特性

ここでは、特に舗装体の水理特性について述べることにし、Green-Ampt式による流出解析の結果を示す。散水実験の結果によれば、表層から路盤までの水の連続性は認められず、路盤内は灌水状態になっており(図12)、また路床土の表層は飽和状態にあり、浸透速度はきわめて遅く、初期水分量まで回復するのに長時間を要する、等の事実が認められた。この結果、舗装体の貯留量は、空隙率から考えて、歩道では14

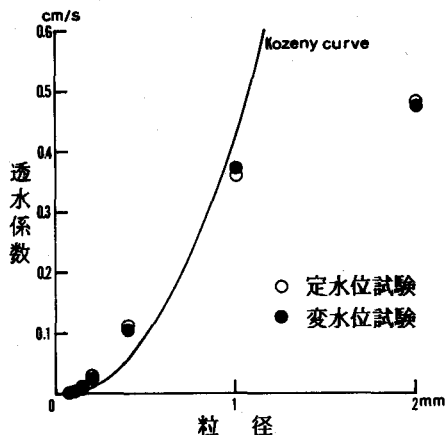


図9 ガラスビーズの透水係数

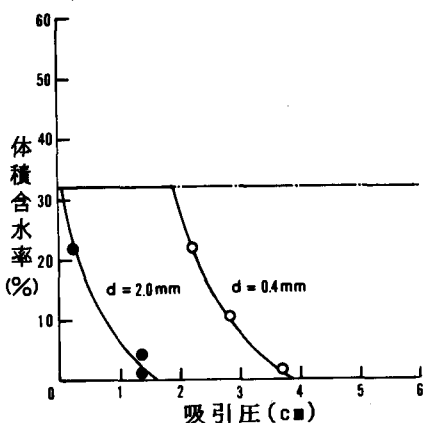


図10 ガラスビーズの水分特性

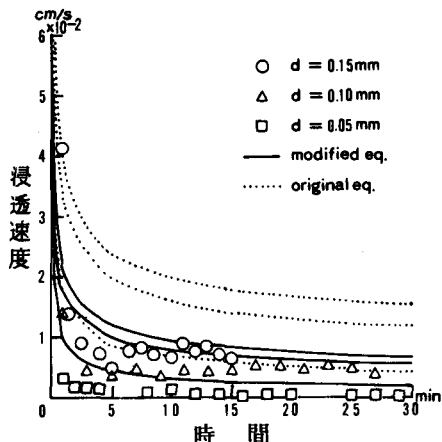


図11 ガラスビーズの不飽和浸透

表 3 透水性舗装の水利パラメータ

工 種	初期損失(mm)	浸透能(mm/hr)	流 出 率	粗 度 係 数
通常のアスファルト舗装	0.5~1.0	2~5	0.9~	0.013*
透水性舗装(竣工直後)	14~21	50~	0~0.8	0.015~0.022
透水性舗装(目詰り発生)	0.4~1.4	<10	0.9~	—
裸地(関東ローム)	1~8	2~10	0.9~	0.016~0.028

* Ven Te Chow (1959)

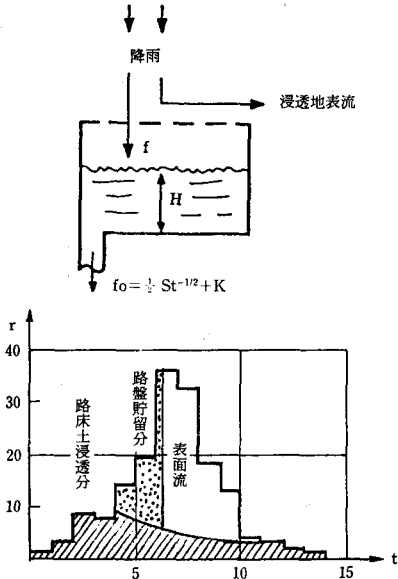


図14透水性舗装の流出解析

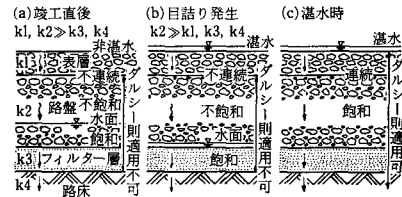


図12透水性舗装の水利特性

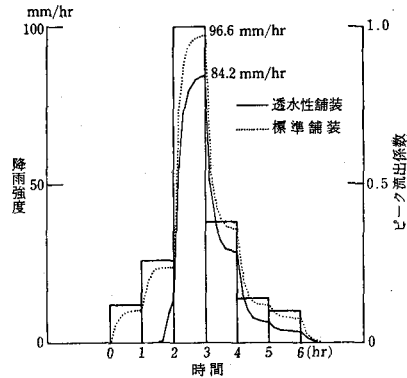


図13透水性舗装の水利モデル

～21mm/時を過ぎず、路床土の透水係数が 10^{-5} cm/sec以下では浸透よりも貯留として機能し、表層の透水能に関係なく、初期損失14～21mm、毎時数mm程度の処理効果しかないことになる。

透水性舗装の水の流れは、表面流と浸透流の二種類である。散水実験の結果によれば、表面の粗度係数は通常アスファルト舗装のもの($n=0.013$)に比べやや大きい($n=0.015\sim0.022$)。

透水性舗装の浸透流は、表層、路盤、路床の各界面で切断されている。竣工直後の表層は、現場透水試験器では計測できないほどの大きな透水能を示す(降雨換算で100mm/h程度)。路盤も同様である。しかし、フィルター層及び路床土は透水係数が低いため、一般には路盤内に湛水状態となる。やがて目詰りの進行とともに、表層の透水能は急激に低下し(竣工後1ヵ月～3年)、表層と路盤とで透水係数に大きな差ができ、表層下面で浸透流が不連続となる。

ところで、路床土は一般に透水係数が低く、路盤内には湛水状態が生じるが、降雨が持続すると、やがて溢水し、舗装体全体が飽和され、水の連続性が実現する。このときダルシー則は表層、路盤、路床の全てで成立する(図12)。

以上の水利特性より、次のような水利モデルが考えられる(図13)。

〔溢水前〕水位は路盤内にある。

表層ではダルシー則が成立する。

$$q = ka(1+h/l) \quad (12)$$

ただし、 q ：透水能、 ka ：表層の透水係数、 h ：表面流の湛水深、 l ：表層厚である。

路床では不飽和浸透が生じている。

$$q = ks \cdot \frac{Z+H+Hf}{Z} \quad (13)$$

ただし、 k_s ：路床土の透水係数、 Z ：路床土の湿潤深さ、 H ：路床面からの路盤中の水位、 H_f ：路床土の吸引圧である。なお、③式はGreen-Ampt式である。

〔溢水後〕舗装体が完全飽和状態にある。

浸透流の律速過程は路床土にある。

$$q = k_s \cdot \frac{Z+L+h+H_f}{Z} \dots\dots\dots ④$$

ただし、 L ：舗装厚である。

なお、表面流はマニング流とする。

$$v = \frac{1}{n} h^{2/3} I^{1/2} \dots\dots\dots ⑤$$

ただし、 v ：表面流の流速、 n ：透水性舗装の粗度係数、 I ：舗装の平均勾配である。

以上の水理モデルで表-3に示す水理パラメータを用いて100mm/hの中央集中型降雨に対する流出解析をした結果を図14に示す。通常の舗装よりも当然、ピークカットが生じているが、初期損失の大きな貯留機能が明瞭に表われている。

5. 結論

前報⁽²⁾では、古典的浸透方程式である、Green-Ampt式の水文学への適用例とそのパラメータの実験的導出法等を示したが、今回は、同式のパラメータの物理的意味をMorel-SeytouxとKhanji(1974)らの提案に従い、より正確なものとして、定義し直した。また、他の浸透方程式との比較を行ない、式形の単純さにもかかわらず、Richardsの式からの数値解と比べても、実験結果との符合は良好であった。さらに、ガラスビーズのモデル実験により、修正したGreen-Ampt式を検証したが、本来のGreen-Ampt式よりも一致が良く、修正したパラメータは物理的意味をもちうるといえるだろう。最後に、透水性舗装への適用例を示したが、湛水深が律速する比較的単純な浸透現象に対しては、Green-Ampt式は十分有効であると考ええる。

今後の課題として、関東ロームに対して、その土中水分プロファイルを考慮して、Green-Ampt式の有効性について検討する必要があるだろう。なお、ガラスビーズ実験を行なうに対して、御協力をいただいた小清水孝氏(中央大学)に謝意を表したい。

参 考 文 献

- (1)Green, W.H., and G.A. Ampt: Studies on soil physics, 1, The flow of air and water through soils, J. Agr. Sci., 4(1), 1-24, 1911.
- (2)小川進, 和泉清: 都市の微小流域の流出解析, 第31回水理講演会論文集, 1982年2月。
- (3)Bouwer, H.: Rapid field measurements of air entry value and hydraulic conductivity of soil as significant parameters in flow system analysis, Water Resour. Res., 2(4), 729-738, 1966.
- (4)Mein, R.G., and C.L. Larson: Modeling infiltration during a steady rain, Water Resour. Res., 9(2), 384-394, 1973.
- (5)Morel-Seytoux, H.J., and J. Kanji: Derivation of an equation of infiltration, Water Resour. Res., 10(4), 795-800, 1974.
- (6)Horton, R.E.: Approach toward a physical interpretation of infiltration capacity, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 5, 399-517, 1940.
- (7)Richards, L.A.: Capillary conduction of liquids through porous mediums, Physics, 1, 318-333, 1931.
- (8)Philip, J.R.: An infiltration equation with physical significance, Soil Sci., 77, 153-157, 1954.
- (9)Campbell, G.S.: A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data, Soil Sci., 117, 311-314, 1974.
- (10)社団法人日本道路建設業協会: 「透水性舗装ハンドブック」山海堂, 1979.