

山腹斜面域における流出発生域の消長過程と流出特性について

On the Shrinking and Expanding Processes of Source Area on a Hillslope and Storm Runoff Characteristics

佐賀大学農学部 瀬口昌洋 M. Seguchi
佐賀大学農学部 渡辺 潔 K. Watanabe
佐賀大学農学部 加藤 治 O. Kato

1. まえがき

近年、欧米の研究者による山腹斜面域での土壤水分の動態と流出現象との関連性に関する実証的研究は、多くの貴重な成果を産み出した。その代表的なものは、流出発生域の部分性と時空間的変動性の発見である。そして、このような流出発生域の部分性、変動性は、現在、'partial area concept'あるいは'variable source concept'などとして、一般に知られている。これらの流出現象に対する新しい理解は、近年の流出現象のモデル化や解析法にも大きな影響を及ぼしつつある。しかし、この流出発生域の消長過程の実態や特性、さらには消長過程と流出特性との関連性などは、現在のところ、まだ十分に解明されていない。これらの解明を妨げている原因の1つとして、時空間的に変動する流出発生域の現地観測の難しさを指摘することができよう。

この研究では、まず著者らによって検討されてきた確率一概念流出 (SCR) モデル¹⁾を用いて、山腹斜面域での流出現象及びそれに伴う流出発生域の消長過程をシミュレートする。そして、その結果を基に、山腹斜面域における流出発生域の消長過程のメカニズムや特性、さらには消長過程と流出特性との関係などについて検討、考察する。

2. SCR モデルの概要

この流出モデルは、流域からの流出量のみならず、山腹斜面域表層の土壤水分量や湛水深、さらには流出発生域などの時空間的分布の再現性を追求したものである。したがって、このモデルにおいては、水文諸量の分布性や流出特性に大きく影響を及ぼすと考えられる山腹斜面域 (地表面及びA層) の不均一性、すなわち主要な斜面特性値の空間的分布性が確率論的に評価、導入され、さらにA層内の土壤水分の時空間的動態と流出機構との有機的結合が図られている。したがって、このモデルは、以下の5種類のサブモデルより構成されており、これらのサブモデル間には、Fig. 1 に示されるような相互依存性が存在する。

2. 1 斜面特性値発生モデル

山腹斜面域における種々の特性値の空間的分布性を確率論的に再現するために、Fig. 2 のように分割された地表面及びA層の各要素 (i, j) に、正規あるいは対数正規分布及びマルコフ過程を有する斜面特性値 A_{ij} を、次式を用いて発生、付与する²⁾。

$$A_{ij} = \mu_A + \varepsilon_{ij} \sigma_A \tag{1}$$

ここに、 μ_A , σ_A はそれぞれ A_{ij} の平均値あるいは決定論的成分及び標準偏差、 ε_{ij} は正規分布 $N(0, 1 | \alpha_A)$ に従う確率変数で、次式で与えられる。なお、 α_A は A_{ij} に関するマルコフ過程の自己相関パラメータである。

$$\varepsilon_{ij} = \left(\frac{2}{N_m} \right)^{1/2} \sum_{m=1}^{N_m} \cos((X \cdot Y_m) \omega_m + \phi_m) \quad X = [x_i, y_j] \quad Y_m = [\sin \gamma_m, \cos \gamma_m]^T \tag{2}$$

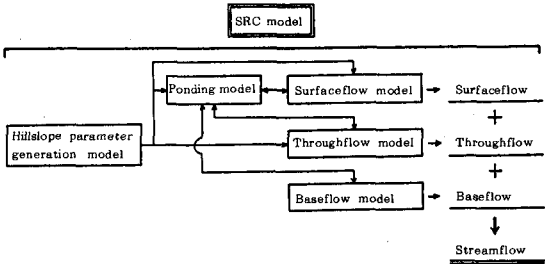


Fig. 1 Interrelation of sub-models

$$\omega_m = \alpha_A \left[\left\{ \frac{1}{1 - G(\omega_m)} \right\}^2 - 1 \right]^{1/2} \quad j=1-J_i \quad i=1-I$$

ここに、 $N_m \geq 50$, $x_i = (i-1/2)\Delta x$, $y_j = (j-1/2)\Delta y$, γ_m 及び ϕ_m は一様分布 $U(0, 2\pi)$ に、また $G(\omega_m)$ は一様分布 $U(0, 1)$ に従う変数である。ここで考慮される斜面特性値 A_{ij} は、土壌水分拡散係数、透水係数、A層厚 D_{ij} 、A層間隙率 n_{ij} 、粗度係数 N_{ij} 及び地表面の標高 L_{ij} である。なお、土壌水分拡散係数と透水係数の空間的分布性は、similar media の概念³⁾を適用し、scaling factor α_{ij} によって統一的に評価される。また、これらの斜面特性値は統計的に独立とする。

2. 2 地表流及び側方浸透流モデル

山腹斜面域においては、等高線に直交する谷線方向の流れ成分が卓越すると仮定し、まず Fig. 2 の要素 (i, j) における地表流出高 Q_{ij} と滞留高 H_{ij} との関係を、次式で表す。

$$Q_{ij} = (H_{ij}/K_{ij})^m \quad m=1/p \quad (3)$$

ここに、 p は層流の場合 $1/3$ 、乱流の場合 $3/5$ 、 K_{ij} は層流の場合 $\{3\nu\Delta y/(gI'_{ij})\}^{1/m}$ 、乱流の場合 $(N_{ij}\Delta y/\sqrt{I'_{ij}})^{1/m}$ 、 ν は動粘性係数、 g は重力加速度、 $I'_{ij} = (L_{ij} - L_{ij+1})/\Delta y$ である。したがって、地表流の流出系を状態変数表示すると、次式となる。

$$\dot{H}_i = A_i H_i + B_i P_i \quad Q_i = C_i H_i \quad (4)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \dot{H}_i &= [\Delta H_{i1}/\Delta t \cdots \Delta H_{ij}/\Delta t]^T & H_i &= [H_{i1} \cdots H_{ij}]^T & P_i &= [r - f_{i1} \cdots r - f_{ij}]^T & Q_i &= [Q_{i1} \cdots Q_{ij}]^T \\ A_i &= \begin{bmatrix} -\gamma_{i1}H_{i1}^{m-1} & & 0 \\ \gamma_{i1}H_{i1}^{m-1} & -\gamma_{i2}H_{i2}^{m-1} & \\ & \ddots & \\ 0 & \gamma_{ij-1}H_{ij-1}^{m-1} & -\gamma_{ij}H_{ij}^{m-1} \end{bmatrix} & B_i &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & C_i &= \begin{bmatrix} \gamma_{i1}H_{i1}^{m-1} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \gamma_{ij}H_{ij}^{m-1} \end{bmatrix} & \gamma_{ij} &= \left(\frac{1}{K_{ij}}\right)^m \\ & & & & & i=1 \sim I \end{aligned}$$

一方、要素 (i, j) の側方浸透流出高 q_{ij} を Darcy 則に従って、次式で表す。

$$q_{ij} = \frac{2\alpha_{ij}^2 \alpha_{ij+1}^2 K_m(s_{ij}) K_m(s_{ij+1}) \Delta h_{ij}}{\alpha_{ij}^2 K_m(s_{ij}) + \alpha_{ij+1}^2 K_m(s_{ij+1}) \Delta y^2} \frac{D_{ij} + D_{ij+1}}{2} \quad (5)$$

ここに、 h_{ij} は容水量等価水深、すなわち要素 (i, j) の平均的容水量 $\bar{\theta}_{ij}$ と等価な水深 $\bar{\theta}_{ij} D_{ij}/n_{ij}$ 、 s_{ij} は飽和度 h_{ij}/D_{ij} 、 $K_m(s_{ij})$ は透水係数の scale mean、 $\Delta h_{ij} = (h_{ij} + L_{ij} - D_{ij}) - (h_{ij+1} + L_{ij+1} - D_{ij+1})$ である。したがって、地表流の場合と同様に、側方浸透流の流出系を状態変数表示すると、次式となる。

$$\dot{h}_i = D_i h_i + E_i R_i \quad q_i = F_i h_i \quad (6)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \dot{h}_i &= [\Delta h_{i1}/\Delta t \cdots \Delta h_{ij}/\Delta t]^T & h_i &= [h_{i1} \cdots h_{ij}]^T & R_i &= [f_{i1} - P_{i1} \cdots f_{ij} - P_{ij}]^T & q_i &= [q_{i1} \cdots q_{ij}]^T \\ D_i &= \begin{bmatrix} -\beta_{i1} & & 0 \\ \beta_{i1} & -\beta_{i2} & \\ & \ddots & \\ 0 & \beta_{ij-1} & -\beta_{ij} \end{bmatrix} & E_i &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & F_i &= \begin{bmatrix} \beta_{i1} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \beta_{ij} \end{bmatrix} & \beta_{ij} &= \frac{2\alpha_{ij}^2 \alpha_{ij+1}^2 K_m(s_{ij}) K_m(s_{ij+1}) \Delta h_{ij}}{\alpha_{ij}^2 K_m(s_{ij}) + \alpha_{ij+1}^2 K_m(s_{ij+1}) \Delta y^2} \frac{D_{ij} + D_{ij+1}}{2 h_{ij}} \\ & & & & & P_{ij} : \text{深層浸透量} \end{aligned}$$

2. 3 湛水発生モデル

湛水発生機構として Horton 型及び飽和型の2種類を考慮する。まず、Horton 型の場合、 $r + Q_{ij-1} \gg |q_{ij-1} - q_{ij} - P_{ij}|$ として、Parlange ら⁴⁾の浸透理論を適用するとき、要素 (i, j) の湛水発生時点 t_{ij}^b は、次式で満足する。

$$\int_0^{t_{ij}^b} (r + Q_{ij-1}) dt = B_{ij}^0 n_{ij} \left(1 - \frac{h_{ij}^0}{D_{ij}}\right) \ln \left(\frac{r + Q_{ij-1}}{r + Q_{ij-1} - \alpha_{ij}^2 K_m^s} \right) \quad B_{ij}^0 = \frac{n_{ij}}{\alpha_{ij} K_m^s} \int_{s_{ij}^0}^1 D_m(s) ds \quad (7)$$

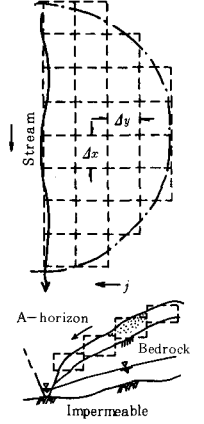


Fig. 2 Element mesh on a hillslope

ここに、 $r+Q_{ij-1} > a_{ij}^2 K_m^s$ 、 r は降雨、 K_m^s は飽和透水係数の scale mean、 $D_m(s)$ は土壌水分拡散係数の scale mean、 s_{ij} は初期飽和度である。したがって、要素 (i, j) の湛水深 H_{ij} は、次式で与えられる。

$$t < t_{ij}^b: H_{ij} = 0 \quad t \geq t_{ij}^b: H_{ij} = \int_{t_{ij}^b}^t (r + Q_{ij-1} - Q_{ij} - f_{ij}) dt \quad (8)$$

なお、ここで浸透能 f_{ij} は、次式の Smith⁹⁾の式を適用する。

$$f_{ij} = C_{ij}(t - t_{ij}^0)^{-1/2} + a_{ij}^2 K_m^s \quad C_{ij} = 0.5[2a_{ij}^2 K_m^s B_{ij}^0 n_{ij}(1 - h_{ij}^0/D_{ij})]^{1/2} \quad t_{ij}^0 = t_{ij}^b - \{C_{ij}/(r^p + Q_{ij-1}^p - a_{ij}^2 K_m^s)\}^2 \quad (9)$$

ここに、 r^p 及び Q_{ij}^p は、それぞれ t_{ij}^b における r 及び Q_{ij} である。

一方、飽和型の場合、 t_{ij}^b は次式の関係式を満足する。

$$\int_0^{t_{ij}^b} (r + Q_{ij-1} + q_{ij-1} - q_{ij} - P_{ij}) dt = n_{ij}(D_{ij} - h_{ij}^0)$$

したがって、要素 (i, j) の湛水深は、次式で与えられる。

$$t < t_{ij}^b: H_{ij} = 0 \quad t \geq t_{ij}^b: H_{ij} = \int_{t_{ij}^b}^t (r + Q_{ij-1} - Q_{ij} + q_{ij-1} - q_{ij} - P_{ij}) dt \quad (11)$$

2. 4 基底流出モデル

まず要素 (i, j) から地下水帯への雨水の補給高 (深層浸透量) P_{ij} は、A層の土壌水分状態と下層の浸透能 P_c によって制御されるという観点から、Fig. 3 (A)に従って、次式で与える。

$$s_{ij} < s_a: P_{ij} = 0 \quad s_a \leq s_{ij} < s_b: P_{ij} = P_c(s_{ij} - s_a)/(s_b - s_a) \quad s_b \leq s_{ij}: P_{ij} = P_c \quad (12)$$

ここに、 s_a 及び s_b は、それぞれA層の平均的な吸着係数及び最少容量量に対応する飽和度である。

一方、地下水帯からの流出高 Q_g は、Fig. 3 (B)に示される一次遅れ系のタンク型モデルで与えられる。また、このモデルへの補給高は、地層内での浸

透過程に伴う平均化作用を考慮し、各要素からの補給高 P_{ij} の平均値で与えられる。なお、図中の H_g は地下水貯留高、 λ は流出係数を表す。

3. 計算結果及び検討、考察

3. 1 斜面特性値

計算は、Table 1の斜面特性値を持つ Fig. 4の理想斜面域で実行された。なお、これらの斜面特性値は試験流域 (九州大学柏屋演習林) での実測値及び推定値 (*印) である。また、土壌水分拡散係数及び土壌水分圧の scale mean は、それぞれ Fig. 5, 6 のように与えられる。さらに、透水係数の scale mean は土壌水分圧及び土壌水分拡散係数の scale mean より、次式のように与えられる。

$$K_m(s_{ij}) = 1.934 \times 10^{-6} \exp(15.723 s_{ij}) [\text{cm/h}] \quad (13)$$

3. 2 初期及び計算条件

各要素の初期条件すなわち初期飽和度は、自然排水下の土壌水分プロファイルを理想化し、Fig. 7のように不飽和層厚 (河道水面から各要素の中心までの高さで近似) と飽和度と

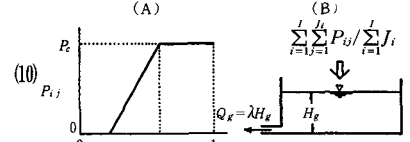


Fig. 3 Baseflow model

Table 1 Statistical properties of the hillslope parameters

A_{ij}	μ_A	σ_A	α	Pdf	Notes
$\ln a_{ij}$	-0.22	0.58	*0.2	LN	
n_{ij}	0.63	0.07	*0.2	N	
N_{ij}	*3.0	*0.3	*0.2	N	$N_{ij}(\text{m-s})$
$\ln D_{ij}$	5.60	0.56	0.5	LN	$D_{ij}(\text{mm})$
L_{ij}	$a \cdot X_{ij}$	0.5	*0.2	N	$a = 0.6, L_{ij}(\text{m})$

Pdf : Probability density function
 LN: Log normal distribution
 N: Normal distribution
 X_{ij} : Distance from stream (m)
 a : Gradient of hillslope

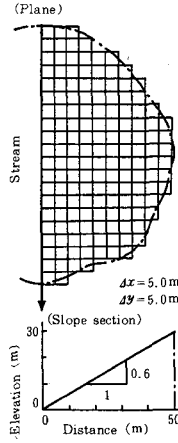


Fig. 4 Element mesh for an idealized hill-slope

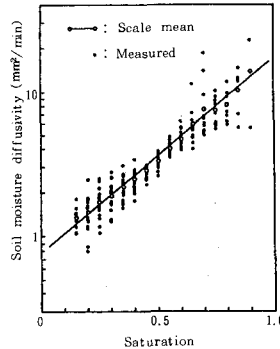


Fig. 5 Scaling of soil moisture diffusivity

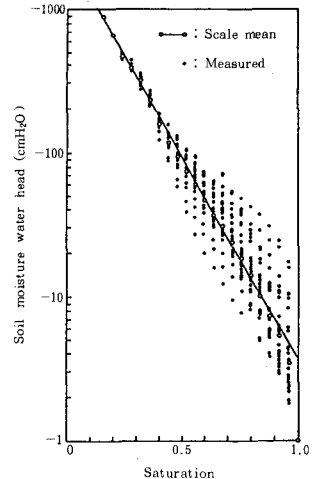


Fig. 6 Scaling of soil moisture water head

の関係(a)~(g)により設定される。したがって、Table 2 に示されるように、(a)から(g)へと進むにつれて、山腹斜面域の初期飽和度は順次低下する。

一方、(3)式中の p の値は、本来、流出期間中の地表流の流れ状態に応じて、ほぼ0.3~1.0の範囲で変化する時変数と考えられるが、ここでは、この範囲の平均値で、かつ Manning 則に相当する0.6を p の値とする。さらに、 $P_c = 0.5\text{mm/h}$ 、 $s_a = 0.2$ 、 $s_b = 0.8$ 及び $\lambda = 0.08\text{h}^{-1}$ とする。

3. 3 結果及び検討、考察

シミュレーションは、Fig. 4 の山腹斜面域において、7種類の初期条件(a)~(g)と3種類の矩形及び三角形降雨(総降雨量90, 60, 30mm)の下で実行された。

まず、シミュレートされたハイドログラフ及び初期条件(a), (d), (g)の場合の流出発生域面積率 A_s の経時的变化を示すと、Fig. 8, 9となる。また、初期及び流出ピーク時における山腹斜面域の飽和度分布を示すと、Fig.10, 11となる。なお、これらの計算値は、同一の統計量の下で10回の反復計算を行い、その平均値を示したものである。図示されるように、ハイドログラフ及び地表流発生域の経時的变化は、降雨条件とともに山腹斜面域A層の初期土壤水分状態によって大きく左右される。さらに、流出の上昇時には、それぞれのハイドログラフの波形と A_s の経時的变化との間には密接な対応性が見られ、ハイドログラフの上昇に伴って、 A_s は比較的急速に増加する。しかし、その通減時には、ハイドログラフの波形とは無関係に、 A_s はほぼ一定の通減率で減少する。これは、A層内での土壤水の動態が流出発生域の時空間的变化を大きく左右していることを示しているものといえる。一方、

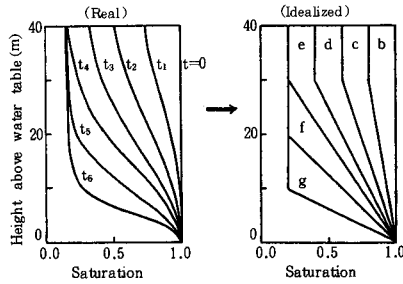


Fig. 7 Initial conditions (Idealized soil moisture profiles)

Table 2 Spatial average of initial saturation

Case	$\bar{S}_0$
a	1.00
b	0.92
c	0.83
d	0.75
e	0.67
f	0.53
g	0.37

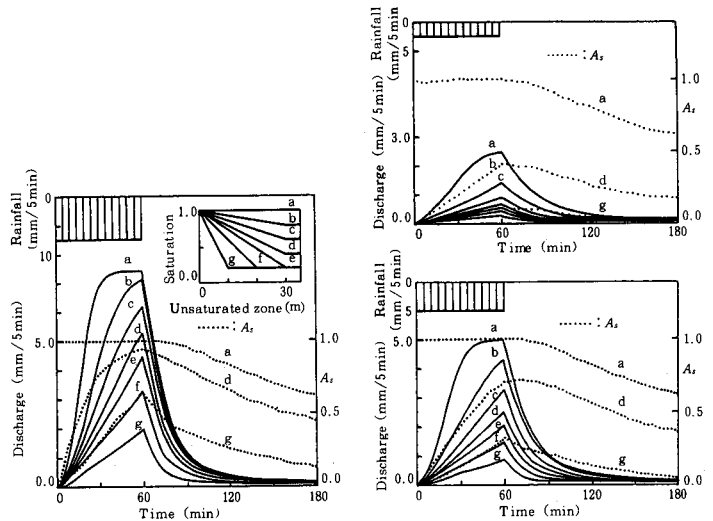


Fig. 8 Simulated hydrographs

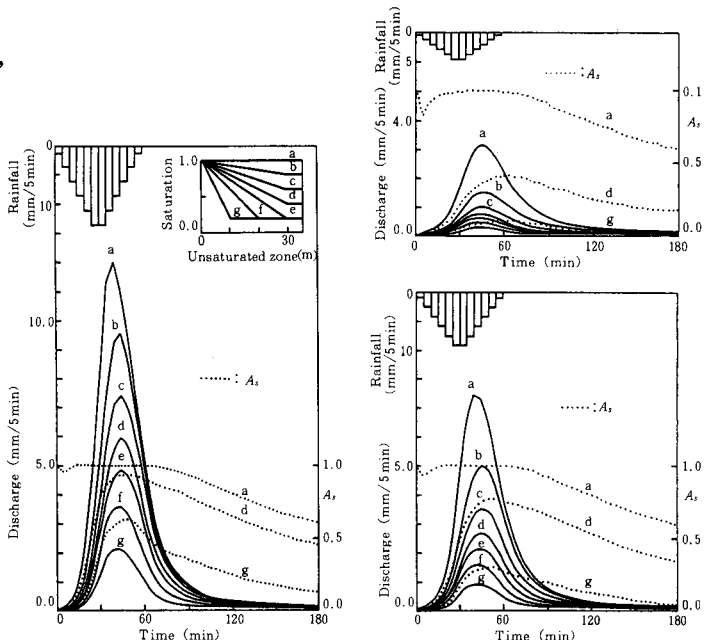


Fig. 9 Simulated hydrographs

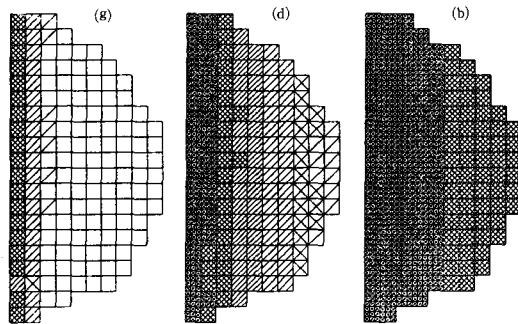
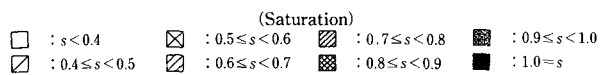


Fig.10 Spatial distributions of saturation at the beginning of rainfall

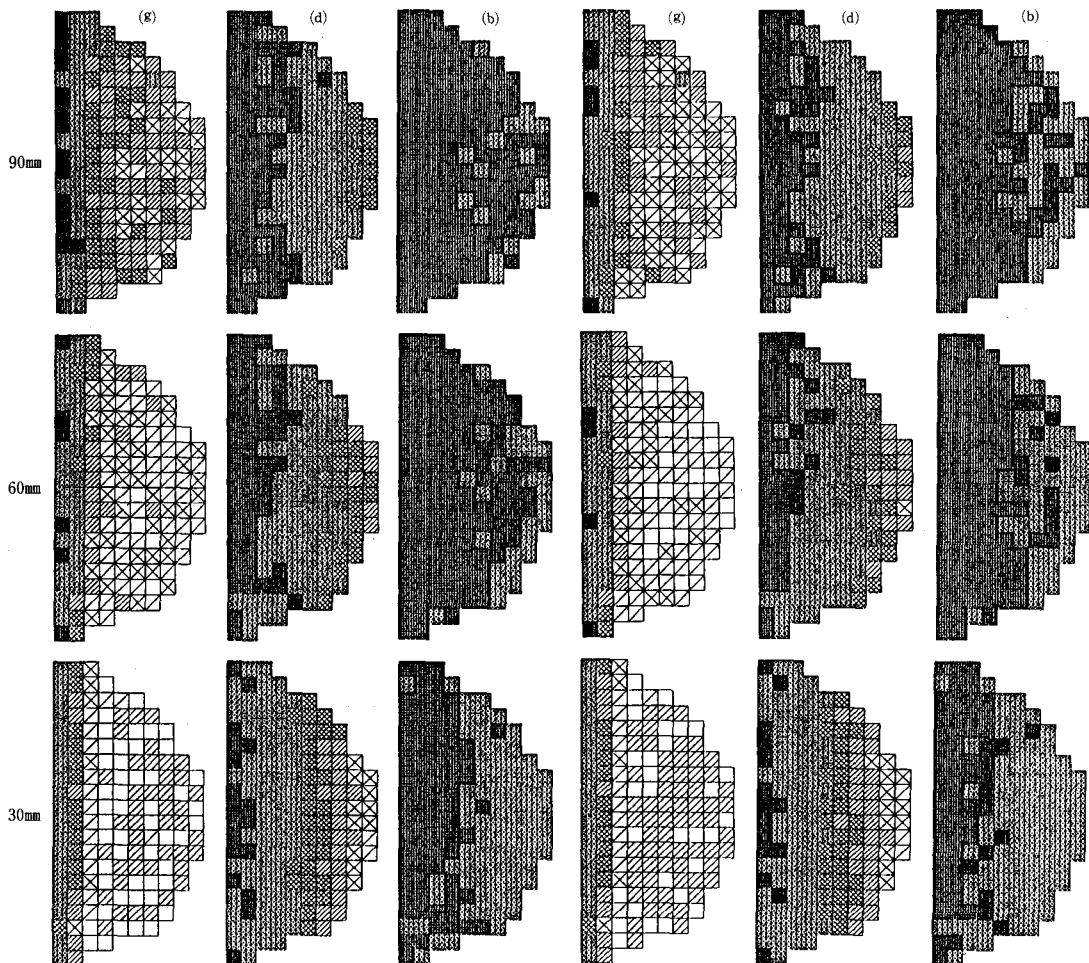
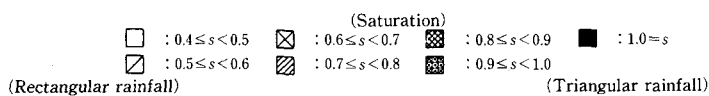


Fig.11 Spatial distributions of saturation at the occurrence of peak discharge

山腹斜面域A層の飽和度分布は、初期及び降雨条件によって大きく異なる。また、飽和域は河道を中心に時空間的に変動しており、流出発生域の部分性と変動性が再現されている。

次に、以上のシミュレーションの結果を基に、流出期間中（降雨発生から5時間）の平均地表流発生面積率 $\bar{A}_s$ と流域平均初期飽和度 $\bar{s}_0$ 及び総降雨量 R との関係を示すと、Fig. 12となる。図示されるように、 $\bar{A}_s$ は

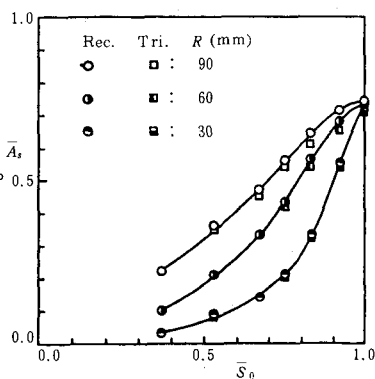


Fig. 12 Relationships between $\bar{s}_0$ and $\bar{A}_s$.

$\bar{s}_0$ と R によって大きく左右される。また、初期条件(a), (d), (g)の場合の A_s と地表流の滞留高 H_s との関係を示すと、Fig. 13, 14となる。図示されるように、初期及び降雨条件の差異にかかわらず、 A_s と H_s との関係は、おおむね1つの大きなループ線上で変化している。さらに、地表流の流出率 f_d と $\bar{A}_s$ 及び R との関係を示すと、Fig. 15となる。この図から明らかなように、 f_d と $\bar{A}_s$ との間には降雨条件に左右されない一義的関係が存在する。すなわち、山腹斜面域における降雨の損失過程と地表流発生域の消長過程とは、同一の水文学的意義を有していると考えられる。

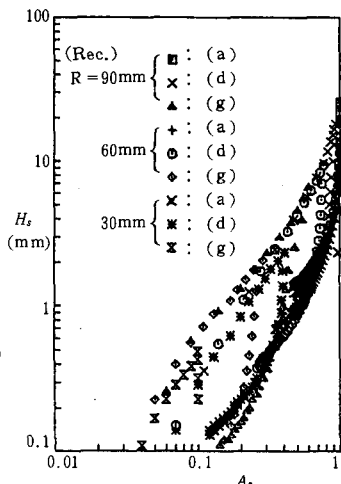


Fig. 13 Relationships between A_s and H_s .

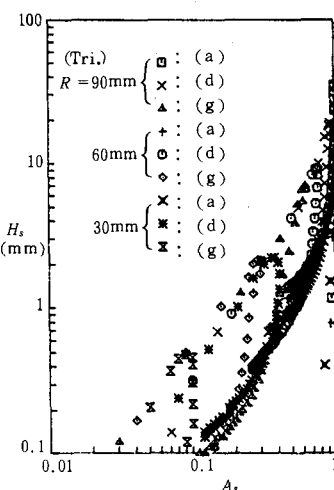


Fig. 14 Relationships between A_s and H_s .

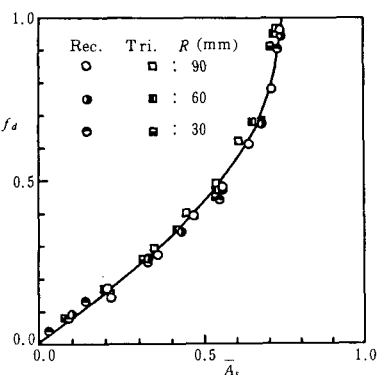


Fig. 15 Relationships between $\bar{A}_s$ and f_d .

4. まとめ

この研究によって明らかにされた主な知見をまとめると、次のようになる。

- (1) 山腹斜面域における流出発生域の消長過程は、降雨条件（総降雨量）とともに、山腹斜面域A層の初期土壤水分状態によって大きく左右される。
- (2) 流出発生域の消長とハイドログラフの波形との間には、密接な対応性が認められる。したがって、流出特性は、流出発生域の降雨に対する応答性の差異を反映していると考えられる。
- (3) 流出期間中の平均流出発生面積率と地表流流出率の間には、降雨条件に左右されない一義的関連性が存在する。すなわち、山腹斜面域における降雨の損失過程と流出発生域の消長過程とは、水文学的に同一の意義を有していると考えられる。したがって、地表流流出率は、流出期間中の地表流発生域の平均的な広がりを示す1つの指標といえる。

参考文献

- 1) 瀬口昌洋・田中宏平・四ヶ所四男美・平松和昭：確率一概念流出モデルによる山地小流域の洪水流出解析，農土論文集，122，75～82，1986
- 2) Mejia, J. M. and I. Rodriguez-Iturbe: On the synthesis of random field sampling from the spectrum: An application to the generation of hydrologic spatial processes, *Water Resour. Res.*, 10(4), 705～711, 1974
- 3) Miller, E. E. and R. D. Miller: Physical theory for capillary flow phenomena, *J. Appl. phys.*, 27, 324～332, 1956
- 4) Parlange, J. Y. and R. E. Smith: Ponding time for variable rainfall rates, *Can. J. Soil Sci.*, 56, 121～123, 1976
- 5) Smith R. E.: The infiltration envelope: Results from a theoretical infiltrometer, *J. Hydrol.*, 17, 1～21, 1972