

樹木の降雨遮断モデルとパラメータ推定法に関する実験的研究

A Experimental Study on Rainfall Interception Model and Parameter Estimation Method

徳島大学工学部 端 野 道 夫 M.Hashino

香川大学農学部 大 槻 恭 一 K.Otsuki

1. はしがき

樹冠による降雨遮断作用は森林流域からの水分損失の内大きな比重を占めており、流域の水収支の解明には降雨遮断の量的評価が不可欠である。しかし、降雨遮断に関する旧来よりの多くの観測研究にもかかわらず、樹冠の濡れ具合の表現の困難さと樹冠付近の複雑な微気象的条件等により、解明されねばならない多くの問題が残されている。

本研究では、樹幹および枝葉を含む樹木全体に付着した雨水量を“樹木”タンクモデルで表現し、降雨遮断に関連するパラメータを、主として樹幹流下量の時間変化データと雨滴落下開始、終了の時間情報より推定する方法を検討する。すなわち、林内雨の量的データがなくとも降雨遮断パラメータを評価できる方法を検討する。パラメータ推定法の検討用データとして、幼令単木を用いた降雨遮断実験データを用いることにし、降雨終了後の推定付着水量の妥当性を種々の角度より検討する。

2. 降雨遮断モデルとパラメータ推定法

2.1 モデルの基本式と特徴

一般に、森林の樹冠（枝、幹を含む）を一つのタンクと見なすと、この“樹木”タンクについての水収支式は次式で与えられる。

$$dS/dt = r - E - d - q \quad (1)$$

ここに、 S ：樹冠付着水分高、すなわち雨水貯留高、 r ：降雨強度、 E ：樹冠面からの付着水の蒸発強度、 d ：樹冠からの（付着水の）雨滴落下強度、 q ：樹冠付着水の樹幹流下強度である。

雨滴落下強度 d 、樹幹流下強度 q については、次式のように、貯留高 S の関数とし、降雨中（ $r > 0$ ）と降雨停止後（ $r = 0$ ）では、一般にパラメータは異なるものとする（図1参照）。すなわち、

$$d = D / \{(1-p)A\} = \begin{cases} 0 & (0 \leq S \leq h_{d1}, r > 0; 0 \leq S \leq h_{d2}, r = 0) \\ \lambda_{d1}(S - h_{d1}) & (h_{d1} < S, r > 0) \\ \lambda_{d2}(S - h_{d2}) & (h_{d2} < S, r = 0) \end{cases} \quad (2)$$

$$q = Q / \{(1-p)A\} = \begin{cases} 0 & (0 \leq S \leq h_{s1}, r > 0; 0 \leq S \leq h_{s2}, r = 0) \\ \lambda_{s1}(S - h_{s1}) & (h_{s1} < S, r > 0) \\ \lambda_{s2}(S - h_{s2}) & (h_{s2} < S, r = 0) \end{cases} \quad (3)$$

ここに、 A ：（樹木の枝葉の及ぶ）基準とする面積、 p ：基準面積 A に降った降雨分の内、枝葉にまったくふれずに樹間を通過する、直達降雨の割合、 Q ：樹幹流下量、 D ：枝葉からの雨滴落下量である。

このモデルの特徴として、次の二点があげられる。

- ① 樹冠からの付着水の蒸発強度 E は、気温、風速、湿度、日射量、日照時間等の気象条件により規定されるものであり、貯留高 S の関数とはしない。
- ② 降雨中と降雨終了後では、樹冠面への雨滴衝撃効果の有無により、 P 以外のパラメータの値は異なる。すなわち、降雨中の λ_{d1} 、 λ_{s1} 、 h_{d1} 、 h_{s1} は降雨終了後 λ_{d2} 、 λ_{s2} 、 h_{d2} 、 h_{s2} に変化するとする。したがって、降雨遮断に最も関連の深いパラメータは h_{d2} 、 h_{s2} （mm）の小さい方であり、降雨終了後、無風であれば、雨滴落下することなく、これだけの量がすべて蒸発することになる。

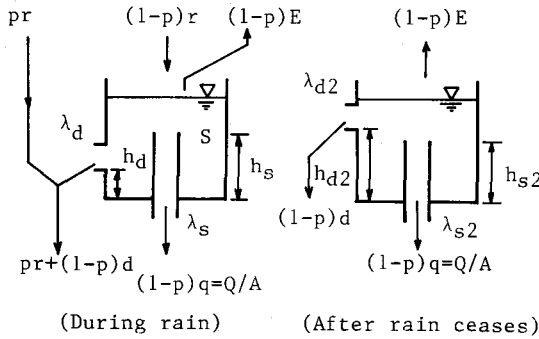


図 1 本降雨遮断モデル

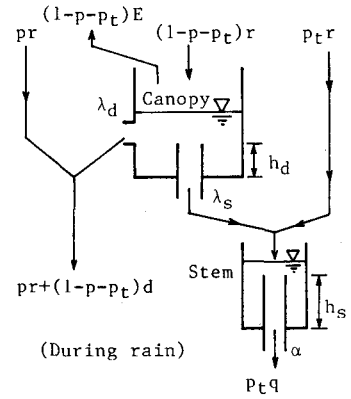


図 2 Rutter モデルの改良型

本モデルは武田¹⁾が提案したものを前述の2点で改良したものに相当する。外国では Rutter モデル²⁾が知られているが、これは樹木の枝葉部と樹幹部を独立とした、いわゆる“並列”タンクモデルである。雨水の移動形態から見れば、枝葉部と樹幹部につながりを付けたモデルの方(図-2 参照)が自然である。しかし、この場合、モデルパラメータは本モデルより増えるため、パラメータ推定に難がある。

2. 2 一定降雨強度のときの樹幹流下量の時間変化

一定強度 r の降雨が始まり、林内雨滴落下および樹幹流下が定常になるまで十分長く降り続いた場合を考える。林内雨滴落下、樹幹流下の各々の開始時刻を t_{d1} , t_{s1} とし、雨滴落下、樹幹流下の各々の終了時刻を t_{d2} , t_{s2} とすれば、 $t_{d1} < t_{s1}$, $t_{d2} < t_{s2}$ である場合が多いようであるので、以下では、この場合についてのみ記すことにする。

式(1), (2)を式(1)に代入し、① $0 < t \leq t_{d1}$, ② $t_{d1} < t \leq t_{s1}$, ③ $t_{s1} < t \leq t_r$ (t_r : 降雨終了時刻), ④ $t_r < t \leq t_{d2}$, ⑤ $t_{d2} < t \leq t_{s2}$, ⑥ $t_{s2} < t$ の各時間帯について式(1)を貯留高 S について積分すれば、容易に以下の結果を得る。

$$\text{①のとき} \quad h_d = (r - E) t_{d1} \quad (4)$$

$$\text{②のとき} \quad h_s - h_d = (r - E) [1 - \exp \{-\lambda_d (t_{s1} - t_{d1})\}] / \lambda_d \quad (5)$$

$$\text{③のとき} \quad R_s \equiv (1 - p) \int_{t_{s1}}^{t_r} q dt = \frac{Q^*}{A} [(t_r - t_{s1}) - \frac{1}{\lambda} [1 - \exp \{-\lambda (t_r - t_{s1})\}]] \quad (6)$$

$$\frac{Q^*}{A} = \frac{(1 - p) \lambda_s}{\lambda} \{r - E - \lambda_d (h_s - h_d)\} \quad (\lambda \equiv \lambda_s + \lambda_d) \quad (7)$$

ここに、 R_s : 累加樹幹流下量 (mm), Q^*/A : 定常状態における観測樹幹流下強度 Q/A (mm/h) で、 r とは式(7)の関係がある。また、定常状態(添字*を付す)では次の関係式が成り立つ。

$$S^* = (r - E + \lambda_d h_d + \lambda_s h_s) / \lambda = (r - E + \lambda_{d2} h_{d2} + \lambda_{s2} h_{s2}) / \lambda_2 \quad (8)$$

$$(\lambda_2 \equiv \lambda_{s2} + \lambda_{d2})$$

$$Q^*/A / (1 - p) = q^* = \lambda_s (S^* - h_s) = \lambda_{s2} (S^* - h_{s2}) \quad (9)$$

$$r - E - q^* = d^* = \lambda_d (S^* - h_d) = \lambda_{d2} (S^* - h_{d2}) \quad (10)$$

$$\text{④のとき} \quad Q(t)/A = Q^*/A - (1 - p) r \frac{\lambda_{s2}}{\lambda_2} [1 - \exp \{-\lambda_2 (t - t_r)\}] \quad (t_r \leq t \leq t_{d2}) \quad (11)$$

$$E + \lambda_{s2} (h_{d2} - h_{s2}) = r \exp \{-\lambda_2 (t_{d2} - t_r)\} \quad (12)$$

$$\textcircled{5} \text{のとき } Q(t)/A/(1-p) = -E + \{\lambda_{s2} (h_{d2} - h_{s2}) + E\} \exp \{-\lambda_{s2} (t - t_{d2})\} \quad (t_{d2} \leq t \leq t_{s2}) \quad (13)$$

$$E + \lambda_{s2} (h_{d2} - h_{s2}) = E \exp \{\lambda_{s2} (t_{s2} - t_{d2})\} \quad (14)$$

$$\textcircled{6} \text{のとき } h_{s2} = E (T - t_{s2}) \quad (T: \text{樹冠乾燥時刻}) \quad (15)$$

厳密には、蒸発強度 E は各時間帯の気象条件の変化により異なると考えられるが、解析では、①～③の降雨中 ($0 \leq t \leq t_r$)、④～⑤の降雨終了後樹幹流下終了まで ($t_r \leq t \leq t_{s2}$)、⑥樹冠付着水が無くなるまで ($t_{s2} \leq t \leq T$) の三つの時間帯で、それぞれ異なる値をとるとして良いだろう。本モデルによれば、森林の降雨遮断特性を最も明瞭に表すのがパラメータ h_{s2} (：樹幹流下終了時の樹冠貯留高) であり、この値が大である程、式(15)のように、降雨終了後の樹冠付着水の蒸発量が大きくなる。

2.3 パラメータ推定法

平均降雨強度 r 、雨滴落下開始時刻 t_{d1} 、同終了時刻 t_{d2} 、樹幹流下開始時刻 t_{s1} 、同終了時刻 t_{s2} および樹幹流下量 $Q(t)$ が観測されている場合について、パラメータの推定順に、述べる。

i) $\lambda_2 \equiv \lambda_{s2} + \lambda_{d2}$ の推定 式(11)を $t_r < t < t_{d2}$ の時刻 $t = t_1, t_2, t_3$ (ただし、 $t_2 - t_1 = t_3 - t_2$ とする) について適用し、三つの式を得る。 $t = t_1, t_2$ についての二つの式の両辺の差を取ることに次式を得る。

$$\frac{\{Q(t_1) - Q(t_2)\} / A}{(1-p)} = \frac{\lambda_{s2} r}{\lambda_2} \exp \{-\lambda_2 (t_1 - t_r)\} [1 - \exp \{-\lambda_2 (t_2 - t_1)\}] \quad (16)$$

同様にして、式(16)の t_1, t_2 をそれぞれ t_2, t_3 に変更した式を得る。この二つの式の両辺の積より次式が得られる。

$$\lambda_2 \equiv \lambda_{s2} + \lambda_{d2} = \frac{-1}{(t_2 - t_1)} \ln \left[\frac{\{Q(t_2) - Q(t_3)\} / A}{\{Q(t_1) - Q(t_2)\} / A} \right] \quad (17)$$

ii) $\lambda_{s2}, \lambda_{d2}, (1-p)$ の推定 式(9),(10),(12)を用いて、 $(h_{d2} - h_{s2})$ を消去すると次式が得られる。

$$(1 + k_2) Q^* / A / (1 - p) = (r - E) k_2 - E + r \exp \{-\lambda_2 (t_{d2} - t_r)\} \quad (18)$$

ここに、 $k_2 \equiv \lambda_{s2} / \lambda_{d2}$ である。式(16),(18)を用いて、 $(1 - p)$ を消去すると次式が得られる。

$$k_2 \equiv \lambda_{s2} / \lambda_{d2} = \frac{[r \exp \{-\lambda_2 (t_{d2} - t_r)\} - E] / [r \{\exp \{-\lambda_2 (t_1 - t_r)\} - \exp \{-\lambda_2 (t_2 - t_r)\}\} Q^* / A - (r - E) \{Q(t_1) - Q(t_2)\} / A]}{(18)} \quad (19)$$

前述のように、 $t_r < t < t_{s2}$ の時間帯における平均蒸発強度を $E = E_2$ とすれば、式(12),(14)より

$$E = E_2 = r \exp \{-\lambda_{s2} (t_{s2} - t_r) - \lambda_{d2} (t_{d2} - t_r)\} \quad (20)$$

となる。したがって、式(17)で与えられる λ_2 と $E = E_2 = 0$ を初期値として、式(19),(18),(20)および式(11)で $t = t_3$ とした式の順に繰り返し、収束したときの値で $\lambda_{s2}, \lambda_{d2}, (1-p)$ 、および E_2 を決定する。

iii) λ_s, λ_d の推定 式(6)で、観測データより、時間($t_r - t_{s1}$)までの累加樹幹流下量 $R_s = \Sigma Q / A$ (mm) と定常状態での樹幹流下強度 Q^* / A (mm/h) が与えられるゆえ、式(6)は $\lambda \equiv \lambda_s + \lambda_d$ に関する非線形方程式となる。これを Newton 法で解く。式(5)を式(7)に代入すると、

$$(1 + k) Q^* / A = (1 - p)(r - E) k \exp [-\lambda (t_{s1} - t_{d1}) / (1 + k)] \quad (21)$$

となる。降雨中の蒸発強度 E_1 を $r \gg E_1 \approx 0$ とすれば式(21)は $k \equiv \lambda_s / \lambda_d$ に関する非線形方程式となり、これまた Newton 法により解くことができる。よって、 $\lambda \equiv \lambda_s + \lambda_d$ と $k \equiv \lambda_s / \lambda_d$ より λ_s, λ_d

が求められる。

iv) h_s , h_d , h_{s2} , h_{d2} の推定 式(4),(5)において、 $E = E_1 \approx 0$ とすれば、直ちに、 h_d , h_s が求まる。これを式(8)に代入すれば、定常時の貯留高 S^* が求まり、式(9),(10)より、最後に h_{d2} , h_{s2} が求まる。

以上のパラメータ推定法は降雨強度を一定とした場合であるが、実森林流域のように、降雨強度が変化する場合についても原理的にほぼ同様な方法により、パラメータを推定することができるが、これについては別の機会に譲ることとする。

2. 4 水収支による蒸発強度の推定法

樹冠付着水の蒸発強度 E は、前述のように、大きく分けて①降雨中、②降雨終了後より樹幹流下終了まで ($t_{d2} < t_{s2}$ のとき)、③樹幹流下終了後より樹幹付着水が無くなるまでの三つの時間帯で異なると考えられる。それぞれの蒸発強度 E を E_1 , E_2 , E_3 とすれば、 E_2 については式(20)のように、雨滴落下、樹幹流下の各終了時刻 t_{d2} , t_{s2} と関係があることがわかる。

E_3 の推定については、式(15)より明らかなように、樹幹流下終了時より樹冠付着水が無くなるまでの時刻 T を何等かの方法により観測する必要がある。

降雨中の蒸発強度 E_1 については、以下のように、樹幹流下量 $Q(t)$ の観測データはもちろんのこと、林内雨量 ($p \cdot r(t) + D(t)/A$) についての観測データが不可欠となる。降り始めより、十分時間が経過したときまでの累加樹幹流下量、累加林内雨量をそれぞれ、 R_s , R_t とし、降雨量 $R (= r \cdot t)$ と ($R_s + R_t$) との差を降雨遮断量 R_i とする。 r = 一定のとき、 R_s は式(6)で与えられる。 R_t に関する式も式(6)を得た方法と同様な方法により容易に得られる。したがって、 R_i と R に関する次式を得る。

$$R_i(t) = R(t) - R_s(t) - R_t(t) = (1 - p)(E/r) R(t) - b_i \quad (22)$$

ここに、 b_i は r , E_1 , t_{s1} , t_{d1} , およびすべてのパラメータの関数³⁾であるが、具体的記述は省略する。

式(22)を降雨開始時間より十分時間が経過した時刻 $t = t_4$, t_5 , ($t_4 < t_5$) について適用し、これら二式の差より次式を得る。

$$E_1 = \frac{r}{(1-p)} \cdot \frac{\{R_i(t_5) - R_i(t_4)\}}{\{R(t_5) - R(t_4)\}} \quad (23)$$

なお、式(22)のような、降雨遮断量 R_i と降雨量 R の一次関係は実地の観測からよく知られているところであるが、その係数 $(1 - p) E_1 / r$ と定数 b_i の物理的裏付けが本モデルにより明確なものとなったといえる。

3. 単木降雨遮断実験データの場合のパラメータ推定と検討

3. 1 降雨遮断実験の概要

図 3に示すように、高さ約 1.8m のモミ、サンゴジュ (樹令10, 8 年) の単木に一定強度の人工降雨 (室内) を降らせ、樹間通過量 (枝葉からの雨滴落下量と直達降雨量の和) と樹幹流下量の時間変化を計測する。樹間通過量は 24.5° の傾きを持つ 1.2×1.2 m の集水板 (タキロンPPプレート) で受け、これを幅 2mm の矩形堰に導く。樹幹流下量は市販の 500cc メスシリンダーに導く。降雨強度は一定とし、降雨開始より樹幹流下量及び樹間通過量が定常になるまで十分な時間を置き、降雨を停止する。降雨終了後、樹幹流下量および樹間通過量が無くなるまで両者を計測する。その他、降雨開始後、枝葉

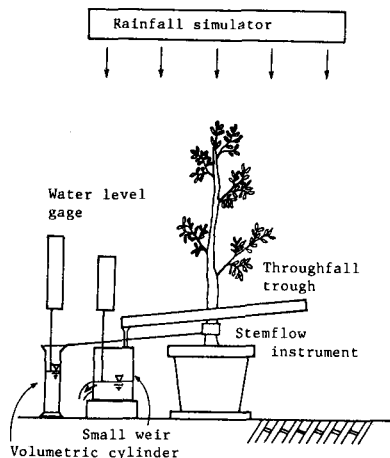


図 3 実験装置

からの雨滴落下開始時刻 t_{d1} と、降雨終了後、雨滴落下終了時刻 t_{d2} を目視により記録する。このときの降雨強度は定常時の樹幹流下強度と樹間通過強度の和で与える。したがって、本実験における降雨中の蒸発強度 E_1 は $E_1 = 0$ と見なすことになる。

樹間通過強度の時間変化は集水板の影響を受け、その増加部とてい減部においてかなり大きな時間遅れが見られる。したがって、その定常時の値のみを降雨強度算定に用いることにする。

3. 2 推定されたパラメータと適合度

2. 3で述べた推定法により、推定されたパラメータ値を表 1に示す。また、樹幹流下量の時間変化の実測値に対する適合度の一例を図 4に示す。図 4では樹間通過量データは単なる参考データとし、パラメータ推定には用いていない。この図より明らかなように、降雨中の樹幹流下量増加部および降雨停止後の樹幹流下量低減部とも実測値に対する適合度は良好であり、本モデルは降雨の樹幹流下および枝葉からの雨滴落下特性をほぼ再現することができる。

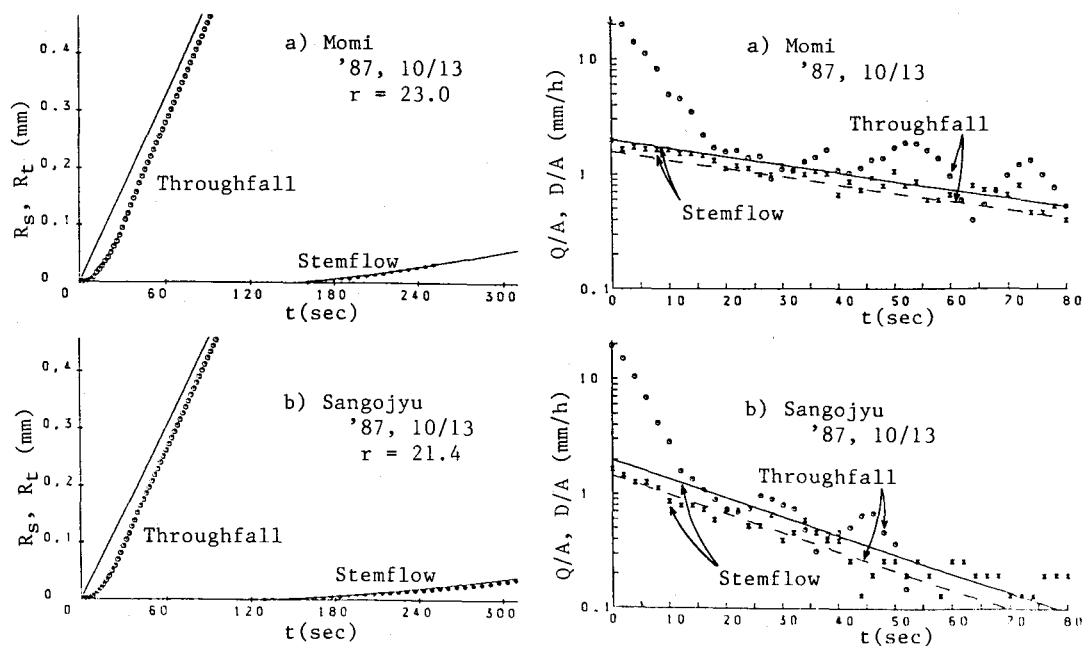


図 4 実測値に対する計算値の適合度

表 1 推定されたパラメータの値

Species	Date	r (mm/h)	(1-p)	λ_d (1/h)	λ_s (1/h)	λ_{d2} (1/h)	λ_{s2} (1/h)	h_d (mm)	h_s (mm)	h_{d2} (mm)	h_{s2} (mm)
Abies firma (Momiji)	'87, 8/11	22.4	0.154	10	34	30	60	0.28	0.89	1.01	1.01
	'87, 9/21	19.7	0.160	11	18	30	33	0.14	0.67	0.82	0.82
	'87,10/13	23.0	0.154	17	43	17	43	0.37	0.77	0.65	0.65
	'87,11/5	35.3	0.212	22	29	47	41	0.11	0.64	0.73	0.73
Viburnum awabuki (Sangojyu)	'87, 8/11	22.9	0.126	8	13	46	100	0.08	0.47	1.21	1.21
	'87, 9/21	20.1	0.215	13	3	69	30	0.20	0.38	1.25	1.25
	'87,10/13	21.4	0.160	9	13	58	79	0.08	0.55	1.16	1.16
	'87,11/5	36.8	0.162	20	13	62	73	0.10	0.56	1.15	1.15

表 1によれば、パラメータ値は、同一単木でも、実験日の気温、実験日の単木設置位置の微妙な違い、降雨強度の相違等により、 λ_d と λ_s 、 λ_{d2} と λ_{s2} の大小関係がそれぞれ変わり、数値は不安定であるが、 h_d 、 h_s 、 h_{d2} 、 h_{s2} については、いずれの単木も、 $h_d < h_s$ 、 $h_{d2} = h_{s2}$ である。降雨終了後の樹幹流下終了時における樹冠付着高 h_{s2} は、表 1によれば、モミで 0.65~1.01mm、サングジュで 1.15~1.25mm である。この量は単層の葉面の付着水高ではなく、何層にもなっている葉面の付着水高を合計したものにほぼ等しいと解釈され、この値を葉面積指数 l_f （無次元）で除せば、（単層）葉面一枚当りの付着水高となろう。もちろん、枝、幹の付着水も、この値に含まれている。

3.3 推定付着水高 h_{s2} の信頼性の検討

表 2 樹冠付着水推定値の比較

降雨終了後の樹冠付着水高 h_{s2} は降雨遮断量と蒸発量に最も関与するパラメータであるので、別の方法による推定値と比較し、その数値の信頼性を検討する。実験に使用した単木の全付着水体積を S_o (cc)とし、これを総葉面積で除した、（単層）葉面付着水高を h_o とする。これら二者を、①本モデルによる方法、②既知量の散水を単木

Species	Abies firma ($p=0.830, I_f=7$)		Vihurnum awabuki ($p=0.834, I_f=6$)	
	S_o (cc)	h_o (mm)	S_o (cc)	h_o (mm)
Method 1	131~204	0.08~0.13	200~352	0.15~0.27
Method 2	167~283	0.11~0.18	145~238	0.11~0.18
Method 3	234	0.15	152	0.14

に与え、流下、落下水量との差を付着水量 S_o とする方法、③単木の一枝部分または数枚の葉を切り取り、これの付着水量をそれぞれの葉面積で除して h_o とし、これに葉面積指数 l_f を乗じて S_o を求める方法、で求め比較すれば表 2のようになる。①の方法は $S_o=(1-p) \cdot A \cdot h_{s2}$ 、 $h_o=h_{s2}/l_f$ より求めた。②のための散水は園芸用如露で行い、本降雨発生装置の雨滴ノズル間隔とはかなり異なる。③の方法では、 h_o の代表性に若干疑問がある。また、葉面積指数 l_f の算定値には枝、幹を含んでいない。サングジュでは季節変化に伴う、落葉がある。一方、8月11日の室内実験では、純放射量、葉面温度、葉面水蒸気圧を計測し、これを Penman 式に用い、モミ、サングジュの葉面蒸発強度（降雨終了後約20分後）を算定するとそれぞれ、0.069, 0.044 mm/h であり、さらに葉面乾燥時間約 3時間を乗じると、 $h_o \approx 0.21, 0.13$ となり、表 2の数値とほぼオーダーが一致する。以上のようなことを配慮すれば、本タンクモデルの推定されたパラメータ h_{s2} の信頼性はかなり高いといえよう。

4. あとがき

森林の降雨遮断機構を降雨中と降雨停止後でパラメータが変化するとした樹木タンクモデルで表現し、主として樹幹流下量の時間変化データと雨滴落下開始、終了の時間情報を用いてモデルパラメータを推定する方法を提案した。さらに、樹冠葉面付着水の蒸発強度と本モデルのパラメータとの水収支的關係を降雨中、降雨終了より樹幹流下終了まで、樹幹流下終了より樹冠付着水が無くなるまでの三つの時間帯に分けて示し、蒸発強度を（本モデルを用いた）水収支により逆推定する方法を示した。さらに、単木降雨遮断実験データを用いた樹木タンクモデルのパラメータ推定値、とくに、降雨終了後の推定付着水量の信頼性を種々の角度より検討し、パラメータ推定法の妥当性を確認した。

参考文献

- 1)武田京一：林地雨量について、気象集誌，Vol.9, No.6, pp.19~32, 1951.
- 2)Rutter, A.J. et al.: A predictive model of rainfall interception in forests, Agric. Meteorol., Vol.9, pp.367~384, 1971.
- 3)端野・井内：樹木の降雨遮断モデルとパラメータ推定に関する実験的研究，土木学会年講，II-30, 1987.