

貯水池流れと水温・濁度の二次元数値解析モデル

Two-Dimensional Numerical Analysis Models
of Density Flow, Temperature and Turbidity in Reservoirs

建設省土木研究所 正 員 森 北 佳 昭

1. はじめに

ダム貯水池における貯留水の量的・質的挙動は、移動変換現象に基づく流体力学、熱伝達、反応工学、物質移動などが複雑にからみあった境界領域分野の現象であり、これらの解析には連続体力学の考えが必要となってくる。従来より貯水池水理を連続体として取り扱い、その数値解析モデルの作成と数値シミュレーションに関する研究が鋭意行われてきた。このような貯水池水理の数値解析手法には、図-1に示すように微分方程式を直接解いてゆこうとする解析的方法と、微分方程式に対応する汎関数の極値化の条件から微分方程式の近似解を求めようとする直接解法の二つの体系に大別することができる。このうち、差分法に基づく数値解析モデルは既に各地の貯水池、湖沼などに適用され、その妥当性・実用性が概ね確認されている¹⁾²⁾。一方、有限要素法(FEM)などの直接解法による数値解析モデルも近年湖沼への適用などが検討されている³⁾。当所においても、これら手法の貯水池水理解析への適用性について従来より検討を重ねてきた⁴⁾⁵⁾。

本報は、同一の実ダム貯水池に有限要素法、差分法に基づく数値解析モデルを適用した結果より、それぞれの手法の特徴、長所短所などについて現時点で得られた知見を報告し、今後の貯水池水理解析の参考に資するものである。

2. 基礎方程式

一般に貯水面積に比べて水深の深いダム貯水池においては、表層部と底層部では水温が著しく異なり、水深方向に水温変化が卓越する水温成層が形成される。このような貯水池では、貯留水の流れは風等に起因する吹送流から、密度差に基づく流れすなわち密度流が支配的となる。貯水池内の顕著な密度流現象としては、水温成層状態で洪水時の高濃度水の流入に伴う流動現象などが挙げられる。さらに貯水池内での濁度や富栄養化関係物質の挙動も、この流動により水深方向のみならず流下方向にも顕著な変化を示すことになる。従ってこのような貯水池水理現象の数値解析には、少なくとも両方向の二次元的な取り扱いが必要となり、その基礎方程式は以下の式(1)～式(5)で表される。これらの基礎式では、上記理由から各諸量の貯水池幅方向の一様性を仮定し、水深方向の運動方程式については静水圧近似を行っている。

1) 水の連続式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{----- (1)}$$

2) 運動方程式

・ x 方向

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad \text{----- (2)}$$

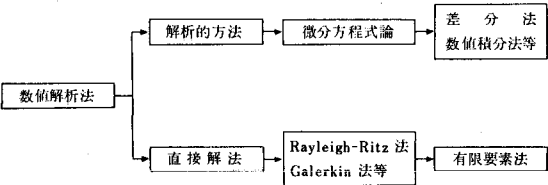


図-1 数値解析法の体系

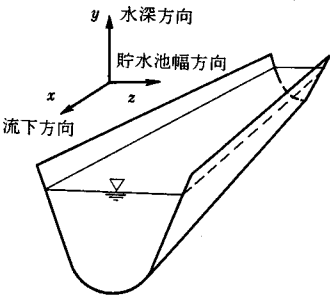


図-2 座標軸の方向

・ y 方向

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \rho g \quad \text{-----} \quad (3)$$

3) 水温収支式

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{Tx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{Ty} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{H}{\rho c_w} \quad \text{----} \quad (4)$$

4) 濃度収支式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + (v + v_\theta) \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{Cx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{Cy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad \text{-----} \quad (5)$$

ここに、 u ; x 方向流速、 v ; y 方向流速、 t ; 時間、 ρ_θ ; 基準密度、 ρ ; 密度、 P ; 圧力、 g ; 重力加速度、 ν ; 渦動粘性係数、 T ; 水温、 C ; 濁度、 H ; 単位容積・単位時間当たりの発生熱量、 c_w ; 水の比熱、 v_θ ; 沈降速度、 K_{Tx} ・ K_{Ty} ; 水温に関する各方向の拡散係数、 K_{Cx} ・ K_{Cy} ; 濃度に関する各方向の拡散係数、である。

これらの基礎方程式に加え、貯水池水面形状の考慮ならびに密度流現象の再現に対応するため貯水位 h 、水の密度 ρ を規定する次式が必要となる。

5) 自由水面の運動学的条件⁶⁾

$$v_s = \frac{\partial h}{\partial t} + u_s \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{-----} \quad (6)$$

6) 水の密度 ρ を規定する式

$$\rho = f(C, T) \quad \text{-----} \quad (7)$$

ここに、 u_s ; 水表面における x 方向流速、 v_s ; 水表面における y 方向流速、である。

3. 数値解析モデル

前章で述べた基礎方程式を電子計算機による数値計算が可能な形に変換する必要がある。この数値解析モデルを作成する際に、有限要素法や差分法の考えが導入されることとなる。ここでは、両手法の考え方に基づく数値解析モデルについて簡単に述べる。

3.1 FEM モデル

FEMモデルは、基礎方程式を重みつき残差法(Method of Weighted Residual)⁷⁾の一種であるGalerkin法を用いて、数値計算のための離散化式に変換するものである。重みつき残差法は簡単に言えば、領域を有限要素に分割し、分割した要素に応じた形状関数で各分割節点の諸量を近似し、近似解と厳密解の残差に重み関数を乗じて領域内で積分したものを零とするように近似解の未定係数を決定する方法である。離散化したFEMモデルおよび境界条件の詳細については別著⁴⁾を参照されたい。また、ここでは領域を三角形要素に分割するため、形状関数としては三角形三節点一次多項式を用いている。

3.2 差分モデル

式(1)～式(5)の基礎方程式は、貯水池内のある一点においてある時刻に成立するものであり、FEMモデルは空間的にはこの考えを踏襲した離散化を行っている。これに対して、差分モデルは対象とする水理現象の時間的・空間的一様性やスケールに応じて、適当な大きさの時間・空間内のものに変換し、そのなかでの平均量の挙動を追跡するものである。この適当な大きさに分割された空間領域をコントロールボリュームと呼び、その領域が数値計算を行う際の基本構成単位となる。このコントロールボリュームに対して、流速は断面平均値、水温・濁度等については体積平均値で表現するため、分割領域の大きさが重要となってくる。また、物理概念として理解し易いため境界条件の設定は比較的スムーズに行いえる。差分モデルの離散化式、境界条件、数値解析法の詳細については参考文献⁸⁾を参照されたい。

4. モデルの実貯水池への適用

上述のFEMモデル、差分モデルを同一の実貯水池に同じ条件で適用し、貯水池内の流動、水温・濁質拡散現象の再現、シミュレーション計算を行った結果について述べる。

適用貯水池は洪水調節、かんがい、発電等を目的とした建設省所管の多目的ダムで、その平面図を図-3に示す。なお、図中のSt1、St2は水質調査地点である。



図-3 適用貯水池の平面図

表-1 境界条件

		設 定 値
流入量 放流量		実測時刻値
流入水温		$T_w = 5.270 + 0.583 \cdot T_a$ T_a は5日間の気温 (管理所9時)の平均値
流入濁度		$C = 0.017 Q^{1.9653}$ Q は流入量 (m^3/s)
気 象 条 件	気温	日平均値(管理所)
	湿度	9時観測値(管理所)
	風速	9時観測値(管理所)
	日射量	日平均値(管理所)
	雲量	日平均値(气象台)

4.1 計算条件

計算は対象貯水池の昭和52年6月出水について行った。この洪水の期間は6月15日～6月19日であり、計算は洪水末期の6月18日に初期値を設定して、洪水低減期とその後の平水時の再現を中心として行った。

貯水池の流下方向、水深方向の分割については、水温・濁度の一様性ならびにその観測体制を勘案して流下方向に長さ(Δx)500m、水深方向に厚さ(Δy)2m程度の大きさに分割することを原則とした。すなわち、FEMモデルでは、貯水池縦断形状から図-4のような三角形要素に分割した。一方、差分モデルでは図-5に示すように、FEMモデルの要素分割で三角形要素に分割しない長方形のコントロールボリューム分割となる。

多目的ダムでは、洪水調節等により水位変動幅が大きいため、これらのモデルでは水位の上昇・下降に応じて要素が増減するようにしたが、それに追従して生じる流入端の流下方向の沿っての移動についてはここでは考慮していない。すなわち、流入端は固定し、流速、水温、濁度の流入条件は当該地点で水深方向に一樣として、表-1に示すような数値で与えた。また、本表には水表面での大気との熱収支計算に用いる気象条件の設定値についても併せて示した。本モデルのパラメータには表-2に示されるものがあり、今回の計算に用いた値を記す。なお、このパラメータ値は両モデルに共通とした。

表-2 パラメータ値

パラメータ名	パラメータ記号	通常とり得る範囲	設 定 値
①渦動粘性係数 水温拡散係数 濁度拡散係数	ν K_{Tx}, K_{Ty} K_{Cx}, K_{Cy}	0.01~1.0 $m^2/日$	1.0 $m^2/日$
②水面反射率	α	0.03~0.06	0.03
③水面吸収率	β	0.4~0.5	0.4
④水中減衰率	η	0.1~0.5 (1/m)	0.3 (1/m)
⑤代表粒径	D	0.1~10 (μ)	$D = 1.0 \times (\text{濁度})^{0.3}$

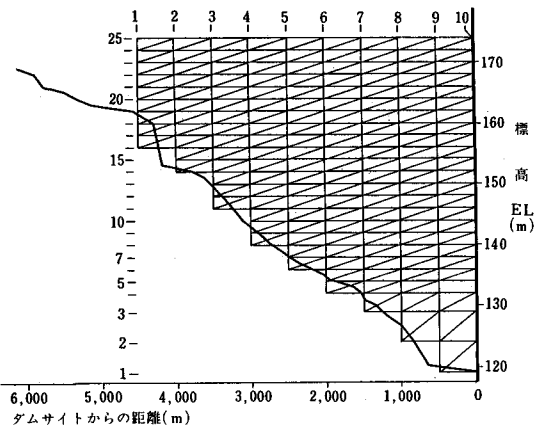


図-4 貯水池の有限要素分割

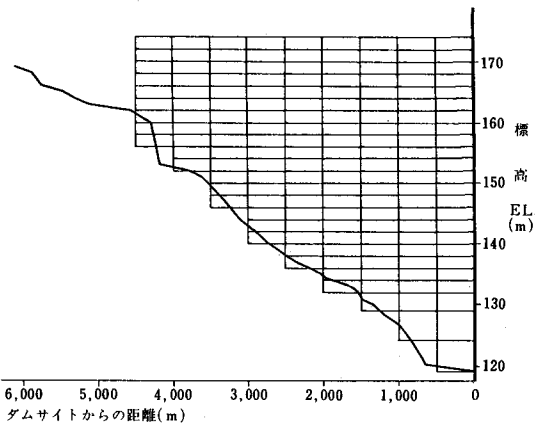


図-5 貯水池のコントロールボリューム分割

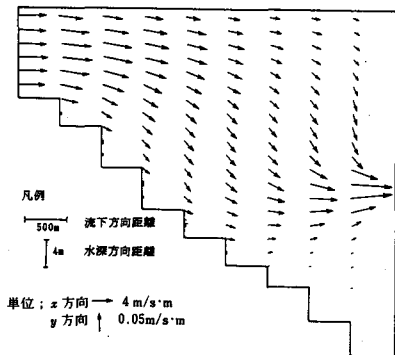


図-6 貯水池内流速分布 (FEMモデル)
— 昭和52年 6月19日、流量フラックスベクトル図 —

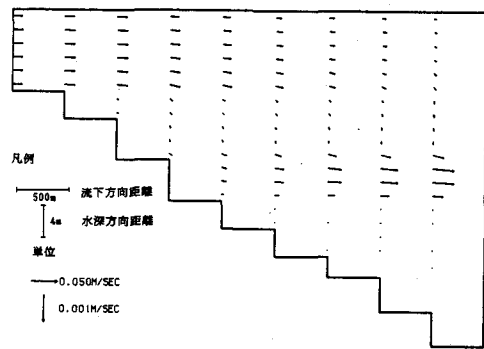


図-7 貯水池内流速分布 (差分モデル)
— 昭和52年 6月19日、流速ベクトル図 —

数値計算にあたっての計算時間間隔 Δt は数値解の安定性に関する必要条件であるCourant-Friedrichs-Lewyの条件 $\{\Delta t \leq \Delta x / (|u| + 2gh)\}$ で概算される最も小さい Δt (20秒)を与えたが、FEMモデルに関しては計算が安定しないため、試行錯誤的に1秒として計算を行った。従って、計算時間は差分モデルに比べて相当長くなった。

4.2 再現計算結果

FEMモデルは莫大な演算時間を要するため、今回の計算では1日の現象再現を行うにとどまった (土研HITAC M-280HでCPU 2時間を要した)。一方、差分モデルでは、計算開始後約3週間の7月10日までの再現を行った (1日の現象追跡にCPU 72秒)。図-6～図-9に6月19日の流速、水温、濁度の再現計算結果を比較して示す。まず流速分布については、スケール、単位の整合がとれていないため比較しづらいが、両モデルとも概ね流入端から放流口に向かう流れが再現されている。しかし、差分モデルは流下方向の移流が卓越する二層流のような流速分布形状を示しており、放流口に向かうスムーズな流れとなっていない。

水温分布は、差分モデルの二次躍層位置が実測値やFEMモデルに比べて若干高くなっており、濁度については下層部において

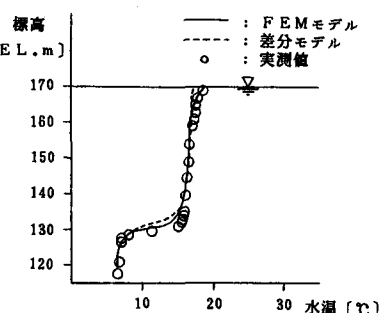


図-8 水温分布比較 (昭和52年6月19日)

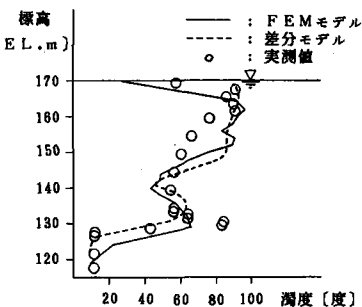


図-9 濁度分布比較 (昭和52年6月19日)

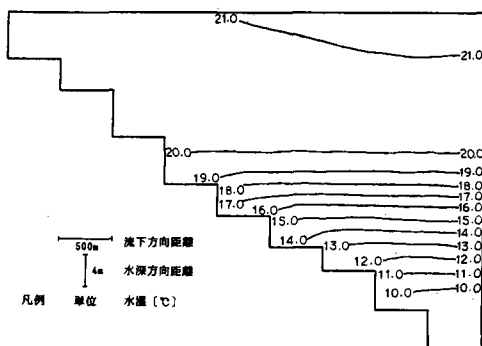


図-10 貯水池内等水温線図 (計算値)
— 昭和52年 7月10日、計算開始後約3週間 —

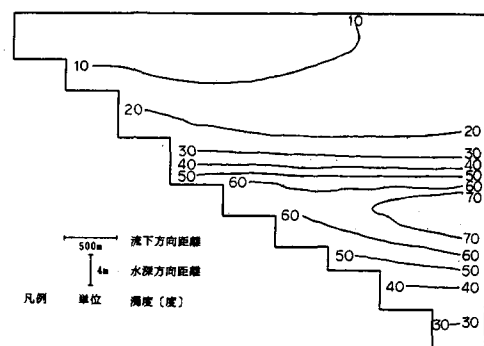


図-11 貯水池内等濁度線図 (計算値)
— 昭和52年 7月10日、計算開始後約3週間 —

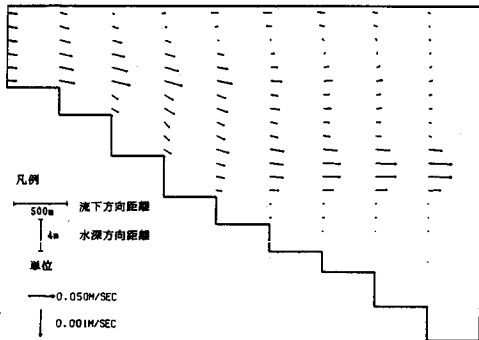


図-12 流入水温の感度分析 (差分モデル)

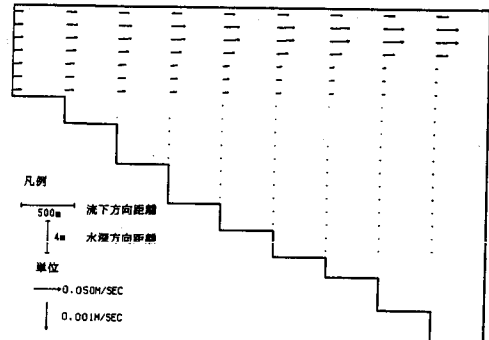


図-13 表面取水の流動シミュレーション (差分モデル)

差分モデルの方が実測値とよく合致している。これらの分布形状は、図-6、7で示される流速分布の違いが反映されたものと考えられる。また、水温・濁度ともに最表層の急変部はFEMモデルの方が再現性が良い。これは、差分モデルで得られる計算値が前述のように体積平均値であるため、境界付近での局所的な状況の再現には十分対応できないことが考えられる。

次に、7月10日まで計算を行った差分モデルについて、計算終了時点での貯水池内の水温・濁度の分布状況を図-10、11に等値線図で示す。実測値がないため検証することはできないが、洪水後に表層付近の水温が上昇し、水温二次躍層の水温勾配が緩やかになる状況、さらには流入地点や表層付近の濁度が低下し、取水口標高付近に高濁度層が形成される状況などが示されており、貯水池内でのこれらの挙動として定性的には妥当であると思われる。

4.3 モデルシミュレーション

前節までの検討結果より、現時点で実用的であると考えられる差分モデルを用いて種々のシミュレーションを行ってみた。

図-12は、本モデルが密度流現象の再現に資するものであるかどうかを確認するために、流入水温を5℃低下させた感度分析を行ってみた。結果を図-7と比較すれば、流入水が貯水池底に沿って深部に侵入し、取水口標高付近で放流に引っ張られるような流速分布となった。また、表層付近では上流側への戻り流が発生し、流入端で潜り点 (Plunging Point) が見られる。

図-13は表面取水を行った場合の流動シミュレーション結果である。流入水は表面取水により表層部を流下することになり、ダムサイト付近の水深10m以深ではほとんど流速が生じないことが示されている。

次に、取水位置を現況から10m高い、標高154mに変えた場合のシミュレーションを行ってみた。図-14、15は7月10日のダムサイト付近の水温・濁度分布を現況再現計算結果と比較したものである。取水口位置を10m高くすることにより、表層厚が薄くなるとともに水温勾配が緩やかとなる。また、取水の影響により高濁度層の位置も現況に比べて約10m程度高くなる。従って、このような貯水池内の水温・濁度分布をコントロールする選択取水設備や洪水吐きの運用を適切に行えば、貯水池の水質保全に有効であると思われる。

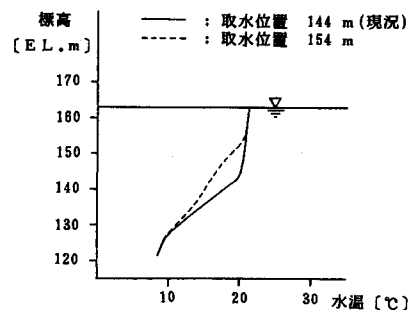


図-14 水温分布の比較 (昭和52年 7月10日)
—— 取水位置の違いによるシミュレーション ——

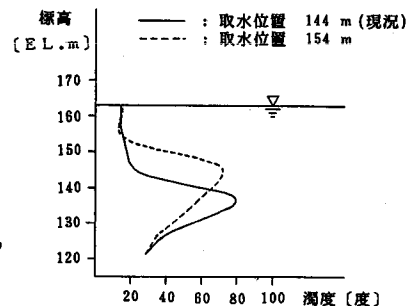


図-15 濁度分布の比較 (昭和52年 7月10日)
—— 取水位置の違いによるシミュレーション ——

5. あとがき

貯水池の水理現象は、頭書でも述べたように貯留水の移流分散機構と水温成層の形成・変化に見られる熱

輸送さらには濁質・栄養塩などの微細な浮遊物質あるいは溶存物質の輸送等が複雑に絡み合った現象であり、その変化メカニズムは未解明の部分が多い。本研究では、このような貯水池水理現象を解析するための数値シミュレーションモデルを作成し、さらにはそれを用いて現象の予測や各種対策の効果評価を精度良く行うことを最終の目的として位置付けている。この中で今回は貯水池水理の二次元数値解析モデルを、数値解析法の二つの大きな流れである直接解法（有限要素法）と解析的方法（差分法）に基づいて作成してみた。前者のFEMモデルは分割された節点における諸量を隣接する節点と要素形状で近似する数学的手法であり、後者の差分モデルは分割されたコントロールボリューム内の平均化された諸量を取り扱う物理的手法であると言えよう。このような二種類の異なる数値解析モデルを同一の貯水池に適用し、その妥当性、手法の特徴、長所短所などについて比較検討してみた。結果は次のようにとりまとめられる。

- 1) モデルの再現性については、FEMモデルによる計算が1日しか追跡できなかったため詳細な比較は行えなかったが、計算した範囲では両モデルとも著しい差異は見られなかった。しかし、さらに長期間の再現計算を行って、両モデルの特徴を見きわめる必要がある。
- 2) FEMモデルは計算を安定させるために計算時間間隔を非常に小さくする必要があり（ $\Delta t = 1$ 秒）、今回の適用計算では一日の現象しか追跡できなかった。これに対して、差分モデルではC. F. L条件で得られる計算時間間隔（ $\Delta t = 20$ 秒）で安定し、演算時間はFEMモデルの約1/100で済んだ。このため現時点では、FEMモデルの実用上の制約は差分モデルに比較して非常に大きい。
- 3) 2)の理由として、離散化にあたって考え方、FEMモデルでは逆マトリックス計算を行うなどアルゴリズムの違いなどが考えられるほかに、水位変動が大きいため計算ステップ毎に要素の再分割と形状関数を求め直す必要がある点などが挙げられる。
- 4) ダム貯水池のように水位変動が大きく、計算領域が流下方向にも水深方向にも変化するような場で流体の数値解析を行うことはプログラムでは繁雑となり、特にFEMモデルでは3)で述べたような短所がある。従って、固定境界の場合にはFEMモデルは局所状態を再現できる長所を有しているものの、境界が変化する場合には不利であり、差分モデルの方が有用であると思われる。

以上、実貯水池に適用する中から、両数値解析モデルの比較検討を行った結果について述べてみたが、まだ十分な結論を得たとは言いがたい。今後さらに検討を継続していく必要がある。尚、本研究では観測データを提供していただいたダム管理所の関係各位、ならびに当研究室員に多大な御協力をいただいた。ここに記して、感謝の意を表する次第である。

参考文献

- 1) 岩佐義朗・松尾直規・兎 朝夫；貯水池水理の数値解析法とその適用について，京都大学防災研究所年報第22号—B，pp. 341～354，1979
- 2) 岩佐義朗・井上和也・足立敏之；琵琶湖南湖の湖流と拡散に関する数値シミュレーション，京都大学防災研究所年報第21号—B，pp. 293～305，1978
- 3) 余越正一郎・富所五郎；風による諏訪湖の流動特性，土木学会論文報告集第276号，pp. 53～63，1978
- 4) 振井茂宏・森北佳昭；有限要素法の利用（その2）—密度流解析—，土木技術資料，Vol. 27, No. 5, 1985
- 5) 森北佳昭；有限要素法を用いた貯水池流れと水温、濁度の二次元数値計算法，土木技術資料，Vol. 27, No. 9, 1985
- 6) 岩佐義朗；開水路流れのモデリング法，土木学会水理委員会1980年度（第16回）水工学に関する夏期研修会講義集Aコース，水工学シリーズ80-A-3，1980
- 7) O. C. Zienkiewicz；Weighted Residual Process in Finite Element with Particular Reference to Some Transient and Coupled Problems, Lecture on Finite Element Methods in Continuum Mechanics, NATO Symp., Lisbon, 1971, UAH, pp. 415～458, 1973
- 8) 松尾直規；貯水池における水温、濁度ならびに富栄養化指標の予測に関する水理学的研究，京都大学学位論文，1982