

内部界面波中の微小粒子の運動軌跡 Orbital Motion of Particles under Interfacial Wave in Test Channel

水産工学研究所 正員 乃 万 俊 文
水産工学研究所 神 山 保

1. 緒言

内部波は内部界面波と内部体波とに分けられる。前者は密度の急変する場合に見られ境界面に沿って水平方向にのみ進行する。後者は密度が漸変する連続成層場で見られ進行方向は水平方向に限らない。内部界面波について密度が急変する場合といっても実験室に於いてさえ数cmの厚さのなかで変化するため、特に界面近傍での微小粒子の運動特性に内部波の構造に対応した特徴が現れる。微小粒子は界面の振動に応じて上・下動を繰り返すが特に密度変化の大きい界面にある粒子は波の進行方向と逆方向（沖側）にドリフトする事が実験的に見いだされた。

本研究では、理論的な解釈のために、ある厚さで直線的に密度が変化するような系を考え、波によって起こる密度躍層の運動も第1次近似として取り入れて速度場を求めた。

2. 実験の方法

実験水槽は長さ30m、幅0.3m、深さ0.6mの両面ガラス張り水槽で、その一端に内部波造波機を備えている。

内部波造波機は造波板半径60cm、隔壁部高さ20cm、振幅0～±15cm、周期3～30sで100V 100wのモーターで駆動する。造波機は境界面位置にその回転軸が来るように昇降可能であり4本の支柱にネジで固定する構造となっている。

密度成層の形成は次のようである。所定密度の食塩水（以下塩水と呼ぶ）を所定水深まで実験水槽に灌水させ静置した後、注水板を塩水面上に置き注水パイプから淡水を上・下混合を起こさせないよう徐々に注水する。水位が上昇するにつれて注水板も自動的に上昇するので、境界面と注水板の距離が5cm程度となると淡水供給量を増加させて時間の節減をはかる。

得られた密度分布の一例は図-1に示す。密度の変化する躍層厚は混合を抑えるよう注意しても3cm程度であった。成層形成後注水板を取り除き1時間程度静止した後実験を行う。

実験における測定項目は実験条件と現象である。

上・下層水の密度：比重計

密度成層分布：実測比重で十分校正した塩分計（誘電率計）で測定。なお昇降位置は水位計取付け桿にセンサーを取付け1mm単位迄の精度で読み取った。

水温：水の粘性係数は水温・塩分に関係するのでその測定が必要である。棒状温度計で測定。

波の諸元は界面波波高計で測定した。界面波波高計はある誘電率を指示するとその値の水塊を追従するようサーボモーターで昇降する構造で、その昇降量が波高となる。上下混合が進行すると昇降がギクシャクするようになる。波高および位相速度は目視観測を併用したこともある。

粒子の運動軌跡は四塩化炭素、キシレンおよび赤色ペンキを調合し所定の比重にした小球を用いる方法とローダミンBで染料糸を鉛直に形成させ、その折曲点を追従する方法を用いた。小球の場合、その径を制御することが出来ず、また測定も行っていないが1～2mm程度である。また比重調整を行なっても界面近傍に定位するので任意深さでの測定は出来なかった。染料の場合も折曲点を所定深さに設けることは出来なかった。運動軌跡は染料によるものの方が幾分速い。

実験の組合わせは表-1に示す。

表-1 実験組合わせ

項 目	範 囲
波 高 H(cm)	3.2 ~ 12.0
波 長 L(cm)	123 ~ 247
周 期 T(s)	10.3 ~ 20.0
相対密度差 ϵ	0.008 ~ 0.02
躍層厚 2a(cm)	3.5 ~ 17.5
層 厚 h_j (cm)	$h_1=h_2=27$ (固定)

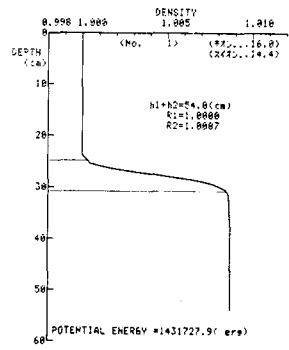


図-1 密度分布の一例

内部界面波は進行途中での波高減衰が大きいので、波高は軌跡測定点をはさんだ2点で波高を測定し、その間での減衰係数を求め次のように計算した。¹⁾

$$H = H_0 \exp \left(-f \frac{L}{L} \right) \quad (1)$$

ここに、 H_0 : 造波機側波高計での波高、 L : 波長、 L : 造波機側波高計から軌跡測定点までの距離、 f : 減衰係数。

3. 実験結果

小球や染料系の折曲点を時間的に追った運動軌跡の例を図-2に示す。 o は波の1周期ごとの位置を示す。各点は、波の上下運動に応じて、振動しながらも、界面近くの粒子は、波の進行方向と逆方向にドリフトしていく様子がみえる。界面から離れた点では、波と同じ方向にドリフトするものが多い。さらに詳しく、流速場の様子を調べるために、波の周期ごとに染料系の形を描いたのが図-3である。

図-3の例では界面より少し下の部分では、波と逆方向に進行していくが、その上下隣の層では、波と同方向に移動していくことがわかる。他の例では、界面より少し下の部分は、図と同様に進むが界面より上層は波の進行方向に、界面より下層は波と逆方向に移動していくものがある。しかし、どちらの場合にも、界面近傍、特に、少し下の部分は、比較的速い平均速度で、波と逆方向に進んでいくのが見られる。

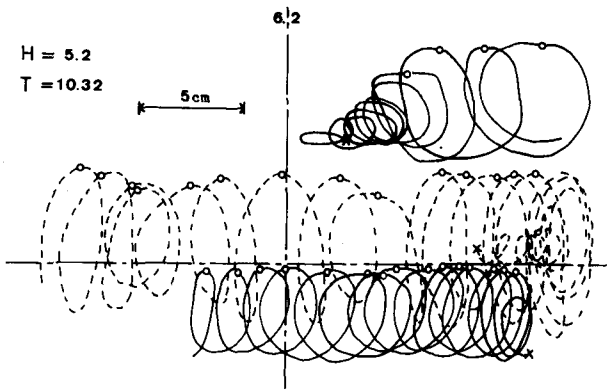


図-2 運動軌跡の一例

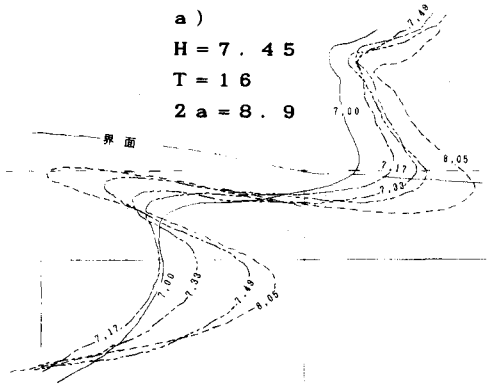


図-3 染料系の時間変化

上層、下層の全体としての移動は実験により異なるようで、後者のように、上層は全体として正に、下層は負に進む例が多く見られる。多くの粒子や染料の折曲点を追って求めた平均移動速度を波の位相速度 c で無次元化したものを図4に示す。

縦軸は粒子の界面からの距離と密度変化の起こる層厚の半分との比である。精度良く測定する事が困難なので、広く分布しているが $Z/a \leq 0$ では負の比較的大きな速度をもち、 $Z/a \geq 0$ では、正の平均速度をもっている事がわかる。上層には、正、下層には負の移動速度をもつものが多くみられるが、これは、各層全体の移動に対応していると考えられる。最大の平均移動速度は、位相速度の5%程度である。次に粒子の振幅が位置によってどう変るか調べた。図5は粒子の振動の鉛直方向についての振幅を波の振幅 (A) で規格化したものである。界面の中央付近で最も大きくなっている。

4. 理論的解析

水平、鉛直の2次元系において、上層、下層の層厚、密度がそれぞれ h_1, ρ_1, h_2, ρ_2 で界面をはさんだ厚さ $2a$ の層の間で密度は直線的に変化するような流体を想定する。流体は非圧縮性で、熱や密度の拡散効果を見捨てる。また、流体を表す式に重力項のみに密度変化の効果を取り入れるブシネスク近似を用いる。水平、鉛直方向の座標、速度を x 軸 u , z 軸 w とする。密度を ρ , 圧力を p とかく。運動方程式は次式のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + b \quad (3)$$

ただし、 $b = -g \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}$ (ρ_0 は ρ の鉛直方向についての平均) は浮力項である。ここで、波数 k 角振動数 ω の内部波が励起されている場合を考える。次の様に流れ関数を $\phi(x, z, t)$ とおくと

$$u(x, z, t) = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (4)$$

$$w(x, z, t) = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (5)$$

界面近くでの内部波の動きをある程度正確に考慮するためには、波により起される密度躍層の振動自身も考える必要がある。内部波の波高を表わす変数 η を導入し、次のように解を仮定する。

$$\eta(X, z) = \frac{k}{\omega} \phi(X, z) \quad (6)$$

$$b(x, z, t) = b(z - \eta(X, z)) \quad (7)$$

ここに、 $X = kx - \omega t$

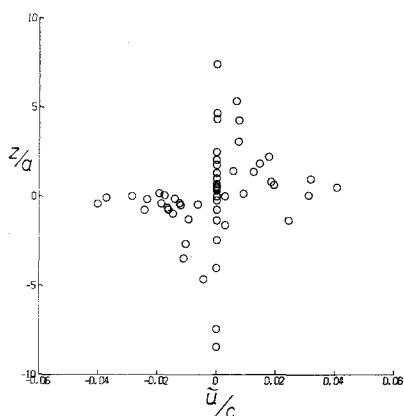


図-4 平均移動速度の鉛直分布

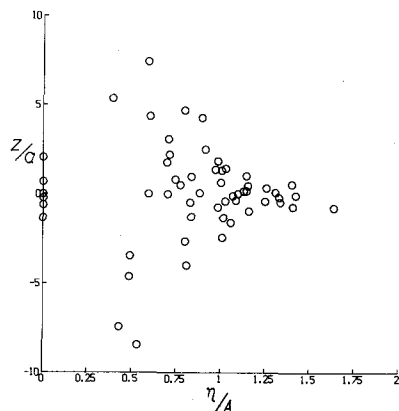


図-5 振幅比

これは密度変化が、内部波の波高変化に追従していることを表わしている。(2), (3) から圧力項を消去し、慣性項を無視すると、運動方程式は

$$\left(k^2 \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \phi(X, z) + \frac{k^2}{\omega^2} b'(z - \frac{k}{\omega} \phi(X, z)) \cdot \phi(X, z) = 0 \quad (8)$$

静水状態で、密度(浮力)の分布が

$$b(z) = \begin{cases} b_1 & a \leq z \leq h_1 \\ \frac{b_1 - b_2}{2a} z + \frac{b_1 + b_2}{2} & -a < z < a \\ b_2 & -h_2 \leq z \leq a \end{cases} \quad (9)$$

とする。境界条件は、静水面および底面で $w = 0$ とする。

$\phi(X, z) = \Phi(z) \sin X$ と考え、また、境界で $\Phi(z)$ がなめらかに接続するという条件を用いると、内部波の第1モードの近似解は

$$z_1 = a + A \sin X, \quad z = -a + A \sin X \quad \text{において}$$

$$z_1 \leq z \leq h_1 \quad \text{で} \quad \Phi(z) = -\frac{\omega}{k} \frac{A}{\sinh k h_1} \sinh k(z - h_1) \quad (10)$$

$$z_2 < z < z_1 \quad \text{で} \quad \Phi(z) = \frac{\omega}{k} \frac{A}{\cos \alpha a} \cos \alpha(z - A \sin X) \quad (11)$$

$$-h_2 \leq z \leq z_2 \quad \text{で} \quad \Phi(z) = \frac{\omega}{k} \frac{A}{\sinh k h_2} \sinh k(z + h_2) \quad (12)$$

と求まる。これは $z_1, z_2 \ll h_1, h_2$ であり、 $\frac{g}{\omega^2} \frac{\rho_2 - \rho_1}{2a \rho_0} \sinh^2 k h_1 \gg 1$ および

$\frac{g}{\omega^2} \frac{\rho_2 - \rho_1}{2a \rho_0} \sinh^2 k h_2 \gg 1$ の条件下で成り立つ。分散関係は、

$$\alpha \tan \alpha a = \frac{k}{2} (\coth k h_1 + \coth k h_2) \quad (13)$$

$$\alpha^2 = \left(\frac{g}{\omega^2} \frac{\rho_2 - \rho_1}{2a \rho_0} - 1 \right) k^2 \quad (14)$$

各層での流速は、

$$z_1 \leq z \leq h_1 \quad \text{で} \quad \begin{aligned} u &= -\omega A \frac{\cosh k(z - h_1)}{\sinh k h_1} \sin X \\ w &= \omega A \frac{\sinh k(z - h_1)}{\sinh k h_1} \cos X \end{aligned} \quad (15)$$

$$z_2 < z < z_1 \quad \text{で} \quad \begin{aligned} u &= -\frac{\omega A \alpha}{k} \frac{\sin \alpha(z - A \sin X)}{\cos \alpha a} \sin X \\ w &= -\omega A \frac{\cos \alpha(z - A \sin X)}{\cos \alpha a} \cos X \end{aligned} \quad (16)$$

$$h_2 \leq z \leq z_2 \quad \text{で} \quad \begin{aligned} u &= \omega A \frac{\cosh k(z + h_2)}{\sinh k h_2} \sin X \\ w &= -\omega A \frac{\sinh k(z + h_2)}{\sinh k h_2} \cos X \end{aligned} \quad (17)$$

と表わされる。 $z = A \sin X$ の上下で、水平方向の流速の向きが逆転している。また、 $a \rightarrow 0$ の極限では、不連続断面をもつ微小振幅波と同じ流水場を与える。

微小粒子の動きは、ラグランジュの立場に立って見なければならない。粒子が十分に小さいとき

、水粒子の動きに従うと考えられる。時刻 t における微小粒子の位置を $(x(t), z(t))$ と書くと、運動方程式は、

$$\frac{dx(t)}{dt} = u(x(t), z(t), t), \quad \frac{dz(t)}{dt} = w(x(t), z(t), t) \quad (18)$$

である。流速場として、上に求めた内部波の解を用いると、内部波内に存在する微小粒子の動きを追いかける。

微小粒子の平均移動速度は、 $c = \omega/k$ と置いて、

$$\begin{aligned} z_1 \leq z \leq h_1 \text{ で } u &\approx \frac{c A^2 k^2}{2 \sinh^2 kh_1} \cosh 2k(z_0 - h_1) \\ z_2 < z < z_1 \text{ で } u &\approx \frac{c}{2} \alpha^2 A^2 \frac{\cos \alpha z_0}{\cos \alpha a} - \frac{c}{2} \alpha^2 A^2 \frac{\cos(2\alpha z_0)}{\cos^2 \alpha a} \\ -h^2 \leq z \leq z_2 \text{ で } u &\approx \frac{c A^2 k^2}{2 \sinh^2 kh^2} \cosh 2k(z_0 + h_2) \end{aligned} \quad (19)$$

この式より、密度変化の起こっている層の中央では、

$$u \approx -\frac{1}{4} c \alpha^4 A^2 a^2$$

のような波の進行方向と逆向きの平均移動をすることがわかる。密度の変化する層の上、下端では $\frac{c}{2} \alpha^4 A^2 a^2$ の速度で平均移動する。ここで特に、 $h_1 = h_2 = h$ で浅い ($kh \ll 1$) 水層系での平均移動

速度は、分散関係より $\alpha \tan \alpha a \sim \frac{1}{h}$ となり、特に $a/h \ll 1$ のときは、 $\alpha \sim 1/(ah)^{1/2}$ となり、

$$u \approx -\frac{1}{4} c \alpha^4 A^2 a^2 \sim -\frac{1}{4} c \left(\frac{A}{h}\right)^2 \alpha - \epsilon^{1/2} A^2 h^{-3/2} \quad (20)$$

これは次の様に解釈できる。式 (8) で渦度を調べると $z_2 < z < z_1$ では

$$\Omega = \frac{g}{2a} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_0} \cdot \frac{k}{\omega} \cdot \frac{A}{\cos \alpha a} \cos \alpha(z - A \sin X) \cdot \sin X \quad (21)$$

実際に (16) 式から (u, w) の速度場の様子を描いてみると、内部波の山と谷の部分に渦の生じていることがわかる。このため、密度変化層の中央部は、波より少し大きめの振幅で振動することになり、中央部を離れると水平速度が存在するが常に波の進行方向と逆向きになっているため、平均移動速度の負になる事がわかる。密度躍層の中央部では水平速度が小さいため、粒子はほとんど水平方向にずれないとすると、(16) 式を積分して、中央付近の粒子は波面により

$\delta \approx A \left(\frac{1}{\cos \alpha a} - 1 \right) \sin X$ だけずれている事がわかる。従って、水平速度は

$$u \sim -\frac{\omega A \alpha}{k} \frac{\alpha \delta}{\cos \alpha a} \sin X \sim -\frac{\omega}{k} \frac{A^2 \alpha^2}{\cos \alpha a} \left(\frac{1}{\cos \alpha a} - 1 \right) \sin^2 X \quad (22)$$

となり、時間平均すると

$$u \sim -\frac{1}{2} \frac{\omega}{k} \frac{A^2 \alpha^2}{\cos \alpha a} \left(\frac{1}{\cos \alpha a} - 1 \right) \approx -\frac{1}{4} \frac{\omega}{k} A^2 \alpha^4 a^2 \quad (23)$$

で、浅水近似の式 (20) と一致する。

図6に理論式 (19) で得られる平均移動速度の計算結果を示す。界面の中央で負の値をとり、上下、隣りでは、正の値になる。両者の差は、位相速度の 5% 程度となり、実験と対応している。ただ、上・下層の全体としての移動を考えていないために、平均移動速度は界面中央に対して対称

になっている。

5. まとめ

うすい密度変化層をもつ系に生じた内部波による微小粒子の運動を実験および理論的に調べた。密度変化層の近傍では、波の進行と逆方向にドリフトしていく事が、実験的にも確かめられた。そして、これは、波の山と谷部に生じている渦により、移動させられた粒子が、常に負の向きに速度を得るためである事がわかった。実験と理論は定量的にもほぼ一致が見られたが、いくつかの点でくい違っている。実験では、上層と下層では正負逆向きの全体としての移動が見られ、このため粒子の平均移動速度は、理論と比べると、上層では正に下層では負にずれている。これは実験ケースにより異なるため、造波の条件に関係するものと思われる。また理論は、かなり単純化したモデルを扱っているため、濃度変化の直線性からのずれや波の有限振幅性の効果も調べる必要がある。

将来の課題として、密度変化層での粒子の移動形態が上下層水の混合過程や碎波の仕方や、碎波時の粒子の移動とどのように関連するか興味がある。平均移動速度は密度変化層で大きく変化しているため、鉛直混合を促進する効果があると思われる。また、斜面を遡上する内部界面波の碎波が表面波の碎波と異なり、下層水が巻き上がる形で起こり、界面近くの微小粒子がかなりの速度で沖側に移動する現象が実験室でよく見られる。これらの事にも内部波の構造が関係していると考えられる。

参考文献

- 1) 乃万俊文・岡重文久・佐々田安聖：内部界面波に関する基礎的研究，農土論集122，pp49～55，1986
- 2) Phillips, O.M.; The Dynamics of the Upper Ocean, Cambridge, pp33～43, 1966
- 3) 梶浦欣次郎：海洋における内部波、海洋物理学Ⅱ（寺本俊彦編），pp1～37，東大出版会，1976

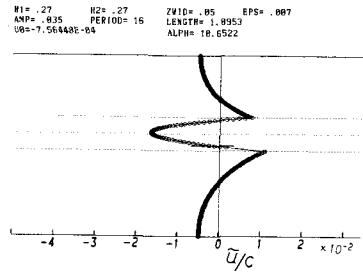


図-6 $x = L/4$ での平均移動速度の鉛直分布