

密度流における連行現象 Turbulent Entrainment in Stratified Shearing Flows

九州大学工学部 正 員 小松 利光
九州大学大学院 学生員 梅永 哲
九州大学工学部 正 員 粟谷 陽一

1. まえがき

従来より、安定な密度界面を通過する連行についての多くの研究が種々の密度流を対象として行われてきた。その中で浦ら¹⁾は種々の二層流における連行係数が層平均Richardson数の $-3/2$ 乗に比例し、この比例定数が界面近傍の乱れの相対強度と相対長さスケールで定義された乱れ係数に規定されることを示し、種々の外力による二層流の連行現象について連行係数の統一的な表示式を与えた。一方、密度噴流における連行係数については古くはEllison・Turner²⁾からChu・Vanvari³⁾、椿・小松⁴⁾、室田・中辻⁵⁾等によって測定されているが得られた結果は上述の $-3/2$ 乗則に従わない。これは中辻⁶⁾が指摘しているように密度噴流の連行のメカニズムが二層流の場合と異なっていることを示唆している。本文では密度噴流の連行のメカニズムについて考察し、二層流との違いを明らかにする。

2. 連行に関与する流れの代表量相互の関係

密度流における乱れの強さは一般に乱れの発生原因と密度効果の両者に依存している。多くの場合主流によって乱れが生じるため、乱れを主流の平均流速で無次元化することによりある程度の普遍表示が可能である。一方、有限水域において風が吹く場合のように、吹送流にバランスして生じた逆流のもとで連行が起こっている流れでは逆流層の乱れは主として吹送流部分で作られ拡散してくるため逆流の平均流速で無次元化しても通常の二層流の場合とは一致しない。このように乱れの発生原因に依存して相対乱れ強度も異なってくる。

一方、密度効果については、比較的 sharp な密度界面を持ち、界面内部波や界面動揺が生じている流れと密度噴流などのように主流が連続的な密度分布を持つ流れの二つに分けて考えられる。前者においては密度界面の存在自体、当然乱流構造に影響を与えるが上・下層ではほぼ様な密度分布を持っておりRi数が増加してもこの状況に大きな変化は出て来ない。このことから平均流速に対する乱れの相対強度はRi数による影響をそれほど受けないことが期待される。後者の場合は浮力の影響が(乱れエネルギー方程式の浮力項によって)乱れに直接及ぶため、相対乱れ強度はRi数に強く依存することが予想される。ところで、乱れの強さが連行作用に大きく影響すると同時に、乱れの長さスケールもまた連行に影響を与える大きな要因となっていると思われる。これらの乱れ特性量について従来より得られている実験結果をまとめると以下のようである。

2.1 平均流と乱れ強度

(1) 二層流

(a) 上層流の場合

密度界面上もしくは密度界面よりわずかに上部で相対乱れ強度は最大値 $u_{\max}/U_m$ (U_m は断面平均流速) をとり、この乱れが界面に直接影響を与えていると思われる。上層流れの実験では椿ら⁷⁾や浦ら¹⁾が測定しているが、界面での勾配型のRichardson数 $Ri(= -g(\partial \bar{\rho} / \partial y) / \rho(\partial U / \partial y)^2)$ にほとんど依存せず、ほぼ一定で、

$$u_{\max}/U_m \approx 0.1 \quad (1)$$

を得ている。また浦ら¹⁾は flap を用いて強制的に攪乱を加えることにより、 $u_{max}/U_m \approx 0.13$ という乱れを得ている。

(b)下層流の場合

加藤・中野・池田⁸⁾は底面の粗度の大きさを変えることにより乱れ強度を $u_{max}/U_m \approx 0.02, 0.07, 0.12$ の3通りに変化させて連行の実験を行っている。

(c)吹送流により引き起された乱れ

有限長の水路で二層状態をつくり、水表面に風を吹かせると吹送流が生じ、その下部に逆流(平均流速 U_r)が発生する。浦⁹⁾の実験によると、

$$u_{max}/U_r \approx 0.38 \quad (\text{風波のある場合})$$

$$u_{max}/U_r \approx 0.21 \quad (\text{風波のない場合})$$

を得ており、風波の存在が逆流中の乱れを増加させていることがわかる。

以上のように比較的 sharp な界面をもつ通常の二層流では $u_{max}/U_m \approx 0.1$ 程度で Richardson 数にもそれほど依存しないが、乱れの発生原因が異なる流れや人為的に粗度や攪乱を用いた場合は大きな相対乱れをもつことも可能である。

(2)密度噴流

椿・小松⁴⁾が2次元表面密度噴流で測定した u_{max}/U_m と Richardson 数 $R_{im} (\equiv (\Delta \rho / \rho_a) gh / U_m^2, h$: 流速がほぼ零となる点までの水深) の関係を図-1に示す。密度噴流は鉛直方向に連続的な密度分布をもつため、 u_{max}/U_m は R_{im} に大きく依存し、 R_{im} の増加とともに減少する。

2.2 層厚と乱れの長さスケール

(1)二層流

(a)上層流の場合

浦ら¹⁾の実験によると、乱れの積分長さスケール l は密度界面付近で $\delta_m (\equiv U_m / (\partial U / \partial y)_{y=0})$ 程度の値をとるがほぼ上方に向かって直線的に増加し、その後一定値 $l/\delta_m \approx 3$ となる。また δ_m は $\delta_m/h_1 = 0.15 \sim 0.31$ (h_1 は上層水深) で Ri 数による顕著な影響は見られなかった。また、flap で攪乱を与えた場合は $\delta_m/h_1 = 0.2 \sim 0.4$ でやや大きくなった。

(b)下層流の場合

加藤ら⁸⁾の実験では底面に粗度をつけた場合

$$\delta_m/h_2 = 0.10 \sim 0.18$$

となり、粗度の影響による傾向性は見られなかった。

(c)吹送流により引き起された乱れ

浦ら⁹⁾の実験から、

$$l/h_1 \approx 0.30 \quad (\text{風波のある場合})$$

$$l/h_1 \approx 0.20 \quad (\text{風波のない場合})$$

が得られ、表面波が存在する流れの方が乱れの長さスケールも大きい。

(2)密度噴流

2次元表面密度噴流において椿・小松⁴⁾は乱れの混合距離 $l_m (\equiv \tau / (1/3)(\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2)^{1/2} \cdot (dU/dy))$ の R_{im}

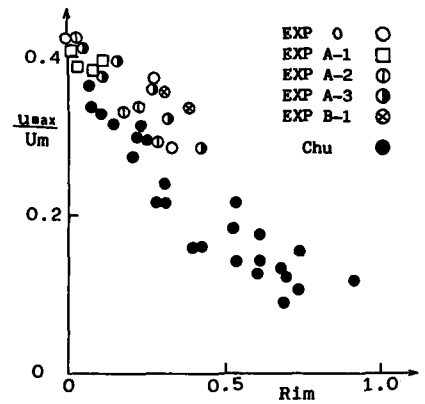


図-1 乱れ強度 u_{max}/U_m と R_{im} の関係

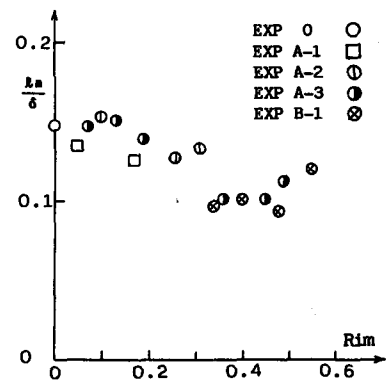


図-2 混合距離 l_m/δ と R_{im} の関係

に対する依存性を調べている(図-2)。ここで δ は $U_{\max}$ の半値半幅。 $\ell_{\max}/\delta$ は $R_{im}=0$ のときの0.15から R_{im} の増加に従い浮力効果によって減少する。

以上のように乱れの長さスケールは二層流の場合には乱れと同様 Ri 数に対する顕著な依存性は認められない。一方、連続密度勾配を持った噴流型では Ri 数に依存し、密度効果が大きくなると減少する。また発生原因の違いや人工的な操作などにより乱れ強度が増加した場合乱れスケールも影響を受け大きくなるようである。

3. 二層流における連行係数

浦ら¹⁾は振動格子の乱れによる連行機構として、“強さ u 、積分長さスケール ℓ の乱れが界面を碎き、剝離したパッチ群の層をスケール L_p の組織渦が乱流層に取り込む”という連行モデル¹⁰⁾に基づき、半実験式として次式を提案した。

$$U_e/u = 0.7(\varepsilon g \ell/u^2)^{-3/2} = 0.7 Ri_t^{-3/2} \tag{2}$$

そして、この連行の機構は広く二層流に共通した特徴と見なして、振動格子による連行の式に平均流速 U_m を導入して書き換え、次式を得ている。

$$E_m = U_e/U_m = 0.7 (u/U_m)^4 \cdot (\ell/h)^{-3/2} \cdot Ri_m^{-3/2} \tag{3}$$

すなわち、

$$E_m = A \cdot Ri_m^{-3/2}, \quad A = 0.7 T_f; \quad T_f = (u/U_m)^4 \cdot (\ell/h)^{-3/2} \tag{4}$$

である。乱れの測定がなされている上層流や下層流、また吹送流の存在する二層流のデータから(4)式を検証したのが図-3である。 $T_f > 5 \times 10^{-4}$ では、(4)式が良く成立し、種々の二層流(振動格子乱流を含む)に対して(3)式が普遍的に成立していることが分る。 $T_f < 5 \times 10^{-4}$ では A は T_f に無関係に一定で $A \approx 1.0 \times 10^{-3}$ である。

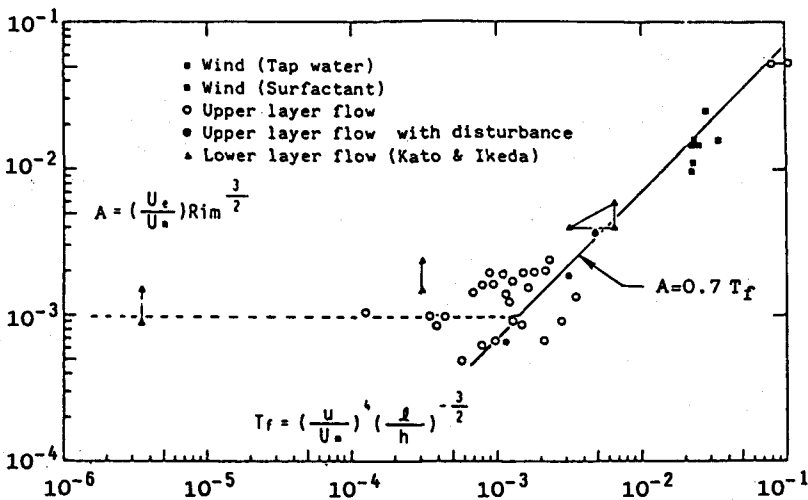


図-3 連行係数に及ぶ乱れ係数の効果(浦ら¹⁾による)

振動格子乱れによる連行を表す(2)式から誘導された(3)式が種々の二層流に対して成立し、いずれも-3/2乗則を示すということは図-4から一層良く理解される。これは浦ら¹⁾が指摘しているように二層流の連行メカニズムが振動格子乱流の連行モデルと類似しているためであると考えられる。

4. 密度噴流における連行係数

2次元表面密度噴流における連行係数 $E(=U_e/U_s)$ 、 U_s ：表面流速)とRichardson数 $R_{is}(=N_0/U_s^3)$ 、 N_0 ：Total 浮力 flux) の関係をプロットしたのが図-5である。おおそ-1/2乗を示しており、二層流の場合と異なっている。

著者ら⁴⁾は以前積分モデルにより連続の式、運動方程式、拡散方程式、平均流のエネルギー式、乱れエネルギーの式を基礎方程式として、また加速度平衡式を経験式として導入して表面密度噴流における連行係数を理論的に求めた。そこでは渦動粘性係数 K_m 、連行係数 E に対する最終的な表示式は次のように与えられた。

$$(K_m)_{\max}/(K_m)_{* \max} = \chi_2(R_{is}) = \sqrt{1 - \lambda_1 \kappa_B R_{is}} / (1 + \lambda_2 \kappa_C R_{is})^2 \tag{5}$$

$$E/E_* = \chi_3(R_{is}) \cdot \chi_2(R_{is}) \tag{6}$$

ここで、

$$\chi_3(R_{is}) = (1 - 2\gamma R_{is}) / (1 + (4\gamma - 4\gamma_1 - 2\gamma_2)R_{is} + 2\gamma(\gamma_1 - \gamma_2)R_{is}^2)$$

ここで γ 、 γ_1 、 γ_2 、 λ_1 、 λ_2 、 κ_B 、 κ_C はいずれも既知の定数であり、添字*は浮力効果のない均一流体の噴流の場合を示す。 $\chi_2(R_{is})$ は図-1、2に示されているように、乱れ強度やスケールが R_{is} の増加にしたがって減少することにより、渦動粘性係数も減少することを示している。

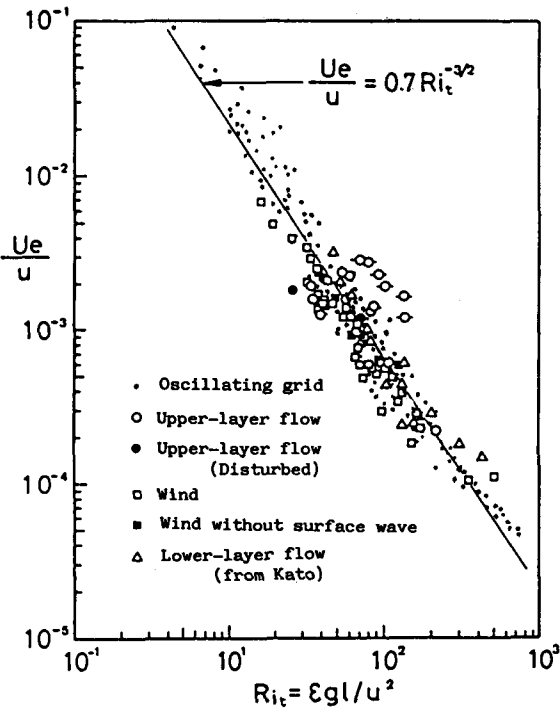


図-4 各種連行現象に対する式(3)の適合性の検討 (浦ら¹⁾による)

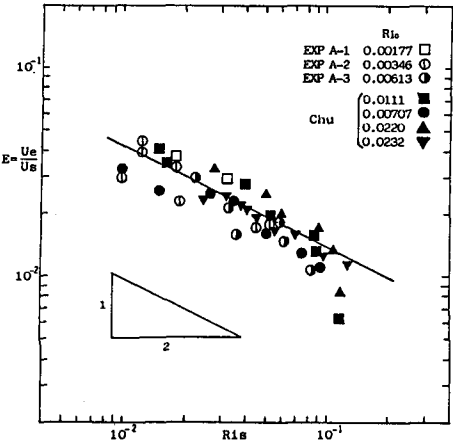


図-5 連行係数 E と R_{is} の関係 (密度噴流)

また χ_3 (R_{1s}) は密度差によって形成される流れ方向の圧力勾配の影響で主流が抑制されることを表わしている。E は χ_2 、 χ_3 の両者の影響を受けて R_{1s} の増加とともに減少する。図-6 に実験結果を式(6)の計算結果といっしょに示す。また浮力によって渦動粘性が変化しない $\chi_2=1$ の場合、すなわち χ_3 のみが連行係数に影響を与える場合を点線で示す。密度差によって流れ方向に圧力勾配が形成され、これによって主流が抑制されることが連行係数の減少に大きく寄与している。

一方、連行係数は乱流浮力flux $\overline{v'b}$ や渦動拡散係数 K_B と一義的に関係づけられる⁴⁾。

$$E \sim (\overline{v'b})_{\max}/U_s B_s \sim (K_B)_{\max}/U_s \delta \quad (7)$$

ここに B_s は表面浮力。(5)、(6)、(7)式から渦動拡散係数は連行係数と同様、密度効果によって生じる主流方向の圧力勾配の影響を受けて減少するのに対し、渦動粘性係数はその影響をほとんど受けないことが明らかにされており⁴⁾、非常に興味深い。(7)式から連行係数は無次元乱流浮力flux もしくは無次元渦動拡散係数に比例していることがわかるが、このことは連行によって巻き込まれた質量がすべて乱流拡散によって上方に輸送されるということを意味するものではない。図-7 に鉛直方向の

平均流速 V (噴流外では連行速度 U_s に一致) による質量輸送量 $\overline{\rho V}$ と乱流拡散による質量輸送量 $\overline{\rho'v}$ の断面分布の実測値¹¹⁾ の一例を示す。噴流の境界 ($y = -1.5\text{cm}$) 付近では乱れによる $\overline{\rho'v}$ は零で下層水の連行はすべて平均流速 V によって行われている。 $y = -0.7\text{cm}$ 付近になると $V \approx 0$ となり、連行された下層水は主流方向の平均流速 U によって下流に移流されるが一部は $\overline{\rho'v}$ によって上方に運ばれる。 $y \geq -0.7\text{cm}$ では V は負となり平均流は下方に質量を輸送するが乱流拡散は上方に輸送する。密度噴流では連行流速により浸入してきた質量は大部分が主流によって下流側へ運ばれ、乱流拡散によって上方へ輸送されるのは一部にすぎない。このことから密度効果によって生じた圧力勾配が主流を抑制することにより連行量に直接影響を与えることになるのである。

5. むすび

二層流及び密度噴流における連行現象について考察を行ってきたが、本文を要約すると以下のようなものである。

1) 二層流での連行のメカニズムと密度噴流での連行メカニズムは本質的にまったく異なっている。二層流では相対乱れ強度や乱れの相対長さスケールは流れの種類や乱れの発生原因によって異なった値を取るが、 Ri 数にはほとんど依存せずばば一定である。 Ri 数は乱れによって攪乱される密度界面

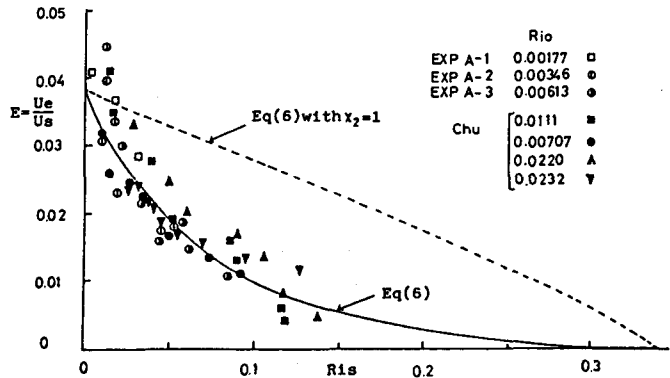


図-6 Eと R_{1s} の関係

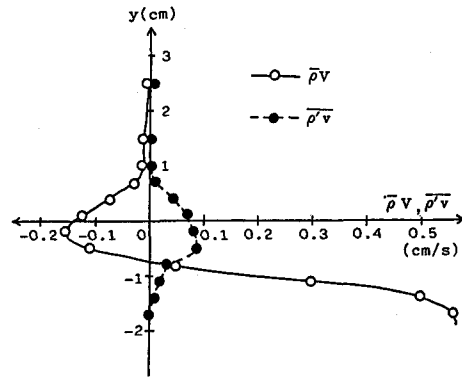


図-7 ρV と $\rho'v$ の断面分布

の相対的な強固さを表わすパラメーターとして連行に関与しており、二層流（振動格子乱流を含む）における連行係数は流れの種類によって係数は異なる（図-3）がいずれも Ri 数の $-3/2$ 乗則に従う（(4)式）。

一方、密度噴流においては二層流のような sharp な密度界面は存在しないので(4)式の表示式は成り立たない。密度界面における連行は浮力効果による（乱れ強度や乱れスケールの減少によって生じる）渦動拡散係数の低下によって抑制されるとともに浮力効果によって生じる流れ方向の圧力勾配によっても低下する。これは密度噴流の流れの場が流下方向にかなり急激に変化していることから生じるものである。このことから密度噴流の連行現象は局所的というよりむしろ流れの場全体に規定されているといえる。

- 2) 密度噴流において連行によって噴流内に巻き込まれた下層水の多くは主流によって下流に運ばれ、乱流拡散によって上方に拡散するのは一部である。このことから流れ方向の圧力勾配が主流を抑制することが、連行を低下させることにつながるのである。
- 3) 密度噴流における渦動粘性係数、渦動拡散係数はともに浮力効果によって減少するが、渦動拡散係数は更に流れ方向の圧力勾配の影響を受けるのに対し、渦動粘性係数はほとんど受けない。したがって両者の比は従来いわれているような局所的な勾配型 Ri 数のみの関数とはならない。

参考文献

- 1) 浦勝・椿東一郎・松永信博・並川正：密度界面における連行に及ぼす乱れの寄与，第29回水理講演会論文集，1985。
- 2) Ellisson, T.H. and J.S.Turner : Turbulent Entrainment in Stratified Flow, J.Fluid Mech., vol.6, 1959.
- 3) Chu, V.H. and M.R.Vanvari : Experimental Study of Turbulent Stratified Shearing Flow, Proc. A.S.C.E., HY.6, 1976.
- 4) 椿東一郎・小松利光：2次元表面密度噴流における流れの特性と連行現象，土木学会論文報告集，No273, 1978.
- 5) 室田明・中辻啓二：二次元表層密度噴流における連行特性に関する研究，土木学会論文集，No351/II-2, 1984.
- 6) 中辻啓二：低 Ri 数成層せん断流の連行則，科学研究費総合(A)成果報告書「密度流現象における連行概念の統一化とその応用」（研究代表者，玉井信行）。1986.
- 7) 椿東一郎・小松利光・下田五郎：二層流境界面における内部波と乱れに関する実験的研究，第25回水理講演会論文集，1981.
- 8) 加藤始・中野晋・池田高則：下層二層流についての実験的研究，港湾技術研究所報告，第21巻，第1号，1982.
- 9) 浦勝：風の剪断力による密度界面の変動と連行速度，第30回海岸工学講演会論文集，1983.
- 10) 浦勝・小松利光・松永信博：振動格子の乱れによる密度界面の変動特性と連行現象，土木学会論文集，No345/II-1, 1984.
- 11) 小松利光・梅永哲：混合せん断流における大規模渦の特性とその水理学的役割，第30回水理講演会論文集，1986.