

乱流モデルによる河川合流部の流れの予測

Prediction of Flow Behavior at River Confluences by the $k-\varepsilon$ Model

東京大学土木工学科 正員 玉井 信行
建設省淀川工事事務所 正員 〇上田 悟

1. はじめに

河川の合流部においては性質の異なる2つの流れが出会うことが多く、流況は複雑となる。そのため、合流点の処理は古くから河川工学上の重要な課題であった。しかしながら、流れの複雑さの故に従来の研究は経験的あるいは実験的な手法に頼らざるを得なかった^{1), 2)}。洪水流の1次元解析における合流部の諸特性については研究がなされている³⁾が、1次元的な取扱いでは流れの構造の詳細を描き出すことは不可能である。近年においては3次元的な流れの計算も乱流モデルを用いて可能となってきたので、これを合流部の流れの解析に適用することとし、合流点下流側での流れの集中、2次流の変化、せん断応力の分布を求めることとした。さらに、導流堤を設置した場合にこれらの水量がどのように変化するかを求め、防災上にも役立つ資料を得ることを目的とした。

合流部の流れでは流向の変化に伴ない第1種の2次流が発生すると予測されるので、乱流モデルの中では最も広い適用例を持ち、係数の内容についても最も良く吟味されている $k-\varepsilon$ モデルを用いることとした。河床の形状は横断方向にも縦断方向にも変化している。壁面付近の条件を3次元乱流モデルの中で正確に考慮するために、写像関数により曲面を平面に投影し、写像空間においては長方形断面水路内の流れを解くことに帰着させる試みが行われた⁴⁾。今回の研究においては河床は平坦な場合を扱っているが、任意の合流幾何形状を有する場合にも一般的に演算が実行できるモデルが有用であると考えられたので、写像関数を用いて多様な合流条件を一定の規格化された長方形、あるいは直方体内の合流に変換して計算を実行した。

2. 基礎方程式と座標変換

基礎方程式は、連続式、3方向のレイノルズ方程式、 k および ε に関する輸送方程式の6つである。定常状態を考え、さらに流れの剝離は生じないと仮定して、主流方向の拡散項は無視する。テンソルにおける和の慣用記法を用いると、基礎式は以下のように表わすことができる。

$$u^i_{,i} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (u^i u^j)_{,j} &= -\rho^{-1} p_{,i} - \rho^{-1} (u^j u^j)_{,j} \\ &= -\rho^{-1} p_{,i} + \nu_t (u^j_{,j} + u^j_{,i}) - (2/3) \delta^{ij} k \end{aligned} \quad (2)$$

$$(k u^j)_{,j} = (\nu_t k_{,j} / \sigma_k)_{,j} + \nu_t (u^j_{,j} + u^j_{,i}) u^i_{,j} - \varepsilon \quad (3)$$

$$(\varepsilon u^j)_{,j} = (\nu_t \varepsilon_{,j} / \sigma)_{,j} + c_1 \varepsilon k^{-1} (u^j_{,j} + u^j_{,i}) u^i_{,j} - c_2 \varepsilon^2 k^{-1} \quad (4)$$

ここに、 u^i は時間的な平均流速の反変成分、 u'^i は変動流速の反変成分、 ρ は密度、 p は圧力、 u_i は時間的な平均流速の共変成分、 k は乱れの運動エネルギー、 ε はエネルギー-逸散率である。ここでは長方形管路内の流れを取り扱い、水面位置は圧力から算出するものとする⁵⁾。

渦動粘性係数 ν_t は $\nu_t = c k^2 / \varepsilon$ から算出され、係数については次のような一般的な値を用いる⁶⁾。すなわち、 $c = 0.09$, $c_1 = 1.44$, $c_2 = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma = 1.3$ である。

解析領域を次の座標変換により直方体へ変換する。 y^i はデカルト座標、 x^r は一般曲線座標であり、平面形状の変化は図1に示される。

$$y^1 = L_1 x^1$$

$$y^2 = [g_j(x^1) - f_j(x^1)] \cdot F_j + f_j(x^1)$$

(5)

$$y^3 = H x^3$$

なお、図1の領域Ⅰで $i=1, j=1$ 、領域Ⅱで $i=1, j=2$ 、領域Ⅲで $i=2, j=3$ である。また、 $F_1 = (x^2 - \alpha) / (1 - \alpha)$ 、 $F_2 = x^2 / \alpha$ 、 $F_3 = x^2$ 、 $\alpha = B_2 / (B_1 + B_2)$ 、 $\beta = L_1 / (L_1 + L_2)$ である。Hは本川一様部での水深である。

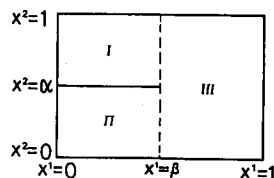
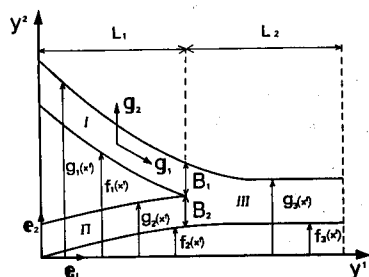


図1 計算領域の変換

3. 数値解と実験結果との比較

ここでは富所ら⁷⁾の実験結果を用いて、計算結果の検証を行なった。実験の水利条件を表1に示す。支川が30度の角度で本川水路に合流し、合流後の水路幅は上流側と同一の50 cmである。

表1 実験条件⁷⁾

	主水路	支川水路
水路幅	50 cm	30 cm
流量	10.3 l/s	5.7 l/s
平均勾配	1/272	1/230
粗度係数	0.0125	
下流端水深	10.3 cm	

この実験では平均流速と水深が計測されており、流速は3mmの超小型プロベラ流速計で計測された。水深方向には4点、平面内で110測点が配置された。合流部においては水深が各点で異なるため、解析領域の横断面形状は厳密には長方形でなくなる。水面位置は未知量であるので、これを取り扱うことのできる座標変換は複雑なものとなる。ここでは水面を対称面と考え、開水路流れを平均水深の2倍の高さを持つ管路流れとして解析を行った⁵⁾。管路は水平とし、開水路の平均勾配と同じ動水勾配を与える。計算領域は合流点から

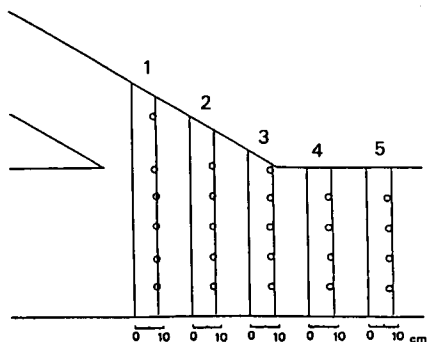


図2 水深の実験値と計算値の比較

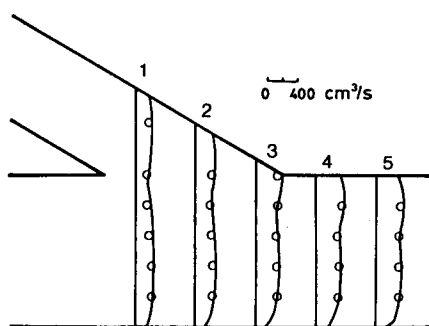


図3 単位幅流量の実験値と計算値の比較

上流 500 cm、下流に 300 cmとした。計算格子数は縦断方向に44、横断方向に41、水深方向に5とした。合流点付近では他の場所に比べて流れ場の変化が急になるため、縦断方向の格子点間隔が約3 cmとなるよう細分化した。計算には東京大学大型計算機センタのM 280Hを用い、計算時間は約50分であった。

図2に水深の実験値と計算値との比較を示す。比較は合流後の代表的な5断面で行われ、実験値(○印)と計算値(実線)とを示す。水深 h は圧力 p から次のように換算した。

$$h = h_0 + (p + 2/3 \cdot \rho k) / \rho g - 1/272 \cdot x \quad (6)$$

ここに、 h_0 は下流端水深(=10.3cm)、 x は下流端から計算断面までの距離である。結果は概ね良好に一致しており、特に合流完了点付近の断面3の左岸付近での水面低下も再現できている。しかし、断面4、5においては計算値は全般的に実験値を上廻っている。

次に、図3に単位幅流量の実験値(○印)と計算値(実線)を示す。計算値と実験値とは非常によく一致しているといえよう。断面1から2にかけて本川と支川とが擦り合った付近で流速が低下し、これが流下にともない次第に回復して行く様子が再現されている。また、断面2から3にかけて左岸側の流速が急激に増し、断面4、5においてもこの傾向が続く様子もよく再現されている。

4. 数値解による合流部の流れの特性の考察

前節での検討により数値モデルは実験で計測された結果をよく再現できることが検証されたので、ここでは数値解により得られた結果をさらに詳細な形で示す。図4に平均水面を基準としたピエゾ水頭のコンターラインを示す。合流終了点付近の左岸では遠心力と釣り合うように、左岸と右岸で大きな水面差がついている。また、支水路の右岸壁が本川と出会う点でも水位の上昇がみられる。したがって、本川内の流体は合流前には右岸向きの(支川側から押される方向)、合流後は左岸向き(支川を抑える方向)の圧力勾配を示す。縦断方向の圧力勾配は、支水路と本川とが擦り合わされてゆく領域では逆勾配を示し、合流完了後は概ね正となる。一方、支水路側の流れは合流点の影響域内では左岸向きの圧力勾配を示している。

図5に等流速ベクトルの分布が合流部でどのように変化するかを示す。この図は下流側から上流を見たものであり、左側が本川である。流下方向の範囲は図2、3に示される断面1～5とほぼ同じである。支水路との擦り合わせが始まる付近では本川の高速域は右岸側に寄っているが、No. 23からNo. 28にかけては流れは中央部に向かう。一方、支川側ではNo. 25からNo. 28にかけては左岸側に高速域が見られるが、本川側の高速域が底面付近で支川側へ張り出し、合流後の流れが一様化してゆく様子が分かる。

次に、図6に2次流の分布が流下にともない、ど

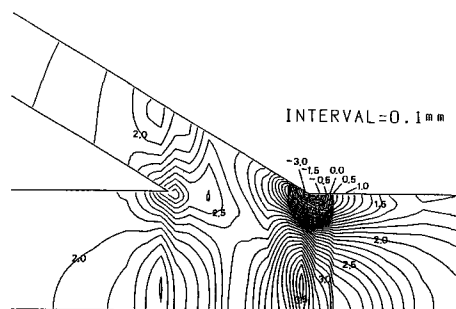


図4 ピエゾ水頭のコンターライン

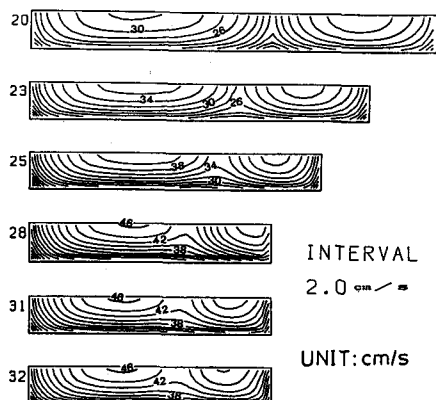


図5 等流速ベクトルの分布の変化

のように変化するかを示す。支川流入直後の断面20付近では、速度の大きな水面付近の流れが互いに衝突し、底面に向かう。そして、本川では右岸へ、支川側では左岸へと環流している。支水路と本川との接触部の midpoint までは本川側の2次流が支川側よりやや大きい。しかし、支水路が完全に合流したる断面28付近を過ぎると、大きな流入曲率を持つ支川側の流水により、支川側の2次流が急激に発達する。この新たに発達する2次流は、本川側の2次流を弱める働きをし、合流完了後の2次流のセルは左岸側で顕著である。この結果本川側の速い流体塊が左岸へ輸送され、図3に示す実験結果が得られたものと考えられる。断面32では2次流の最大値は主流の約25%であり、これが5%程度に低下するのは、さらに本川幅の6倍近く流下した後である。

図7、8に水面付近および底面付近での平面内の流速ベクトルの分布を示す。前述した2次流の特性に応じて

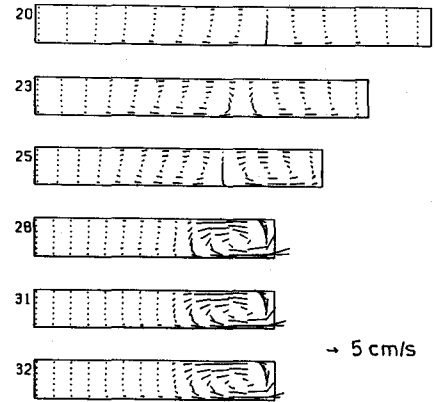


図6 2次流ベクトルの変化

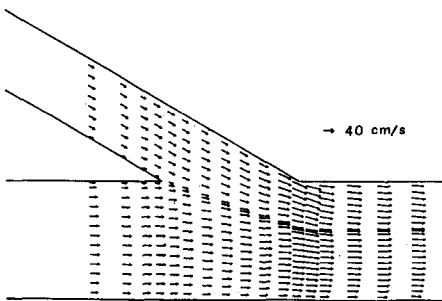


図7 水面付近の流速ベクトル（水面下1.35cm）

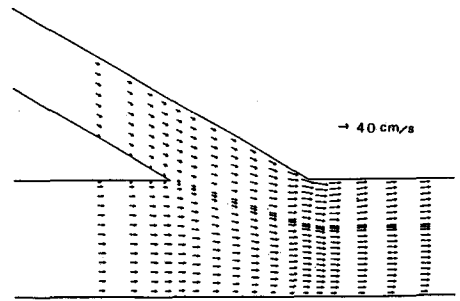


図8 底面付近の流速ベクトル（底面上0.60cm）

流速ベクトルの方向が変化している。

底面における剪断応力のコンターラインを図9に示す。上流部から合流域にかけて剪断応力は急激に増加しているが、特に支水路の合流完了点の付近の左岸で著しく増加している。したがって、この角の付近での洗掘はかなり大きいと予想される。この剪断応力が極大値を示す付近から下流にかけては、左岸壁面沿いに剪断応力は急減する。図8から、底面付近では角を回り込む流れが存在するので、この急減域では土砂の堆積が生じるものと考えられる。また、合流域の中央部では左右の壁面、あるいは支川と本川との接触面方向に沿って剪断応力が相対的に小さな領域が下流に向かって伸びており、こうした領域も堆積傾向になるものと考えられる。

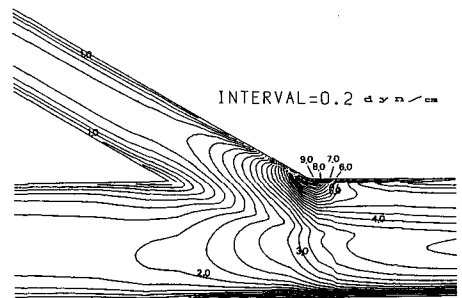


図9 底面剪断応力のコンターライン

5. 導流堤の効果についての検討

ここでは数値解を用いて導流堤の有無が流れに与える影響について論ずる。導流堤はモデル的に、図10に示すように配置された。他の計算条件は第4節と同様である。また、導流堤の厚さは計算の上では無視されている。

図11、12に基準面からのピエゾ水頭を示す。まず、case Aの結果である図11と導流堤なしの結果である図4を比較してみると、支川側の水面がかなり低下しており、本川側の圧迫を導流堤が和らげていることが分かる。一方、本川側では逆に水面が上昇している。このように支川が本川に圧迫されて内水問題が生じているような場合には、A型のような導流堤で背水の低下をもたらすことができよう。次に、図12のB型の場合には、A型の場合ほどには支川側の水面低下は見られない。しかしながら、本川側の水面上昇はA型より小さく、また導流堤先端より下流部での本川の横断方向の水位差は他の場合に比してかなり小さくなっている。したがって、本川

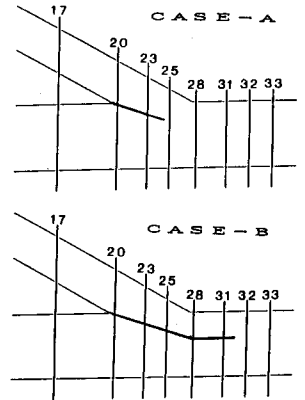


図10 導流堤の配置

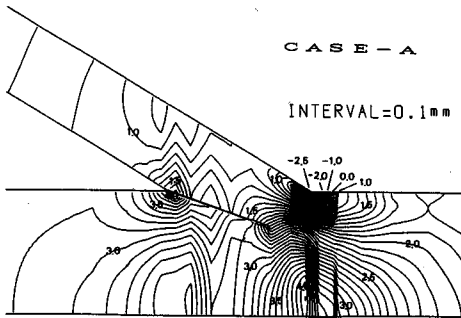


図11 ピエゾ水頭分布 (case A)

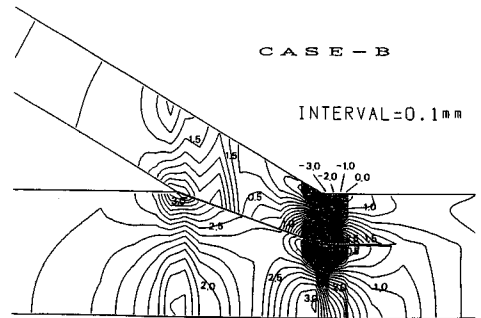


図12 ピエゾ水頭分布 (case B)

の流下方向に一致するまで導流堤を延伸した場合のB型の方が、合流部全域での水面変化を滑らかにするものと考えられる。

図13にB型の配置に対して得られた、水深方向に平均した流速ベクトルの分布を示す。導流堤がない場合には合流後の流速が、図3に示されるように左岸側で大きい。導流堤がある場合には、case A、B共に右岸側の流速が左岸側に比べて大きい。合流前には本川の流速が支川の流速より大きいことを考えると、導流堤を設置した場合には合流域ではその特徴を保ったまま流下し、直線部に入ってから本川部と支川部との流速差の平滑化が進むことが分かる。水面付近、水深中央部、底面付近の3つの平面内の流速ベクトル分布を見ると、すべての高さで支川水路が接続を完了した断面28付近での左岸沿いの速い流れが消失しており、合流域での横断方向の運動を導流堤で規制した結果が現われている。

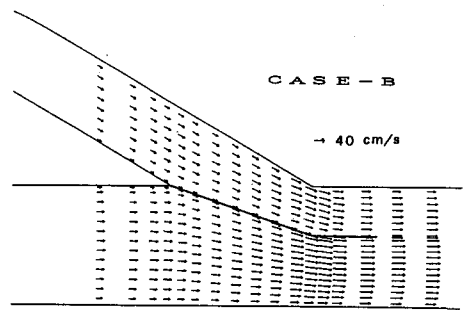


図13 水深平均流速ベクトル (case B)

図14にcase Bに対して得られた2次流ベクトルの流下に伴う変化を示す。支水路が合流を完了する断面28付近では支水路側に2次流が急激に発達し、本川側の2次流は減衰する。導流堤を過ぎる近辺から本川側

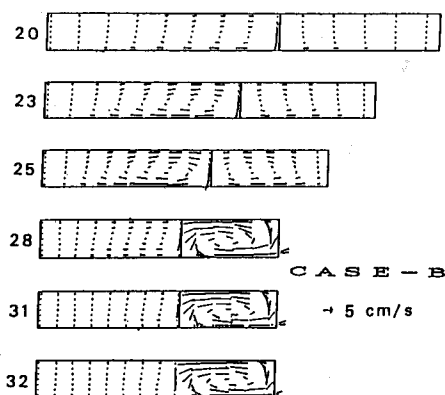


図14 2次流ベクトルの変化 (case B)

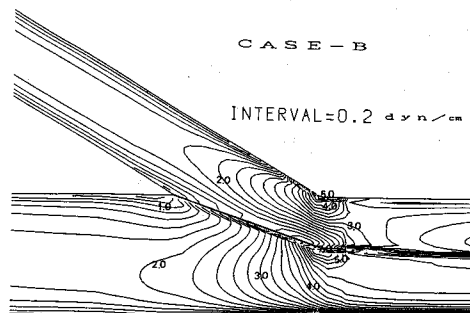


図15 底面剪断応力のコンターライン
(case B)

の2次流は微弱となるが、支川が合流した左岸側の2次流はなかなか減衰せず、導流堤の無い場合と大差はないようにみえる。

底面剪断応力のコンターラインをcase Bの場合について図15に示す。導流堤が無い場合に比べて、支水路の合流完了点の付近の左岸で剪断応力の低下が見られる。一方、本川側においては導流堤を設置した場合の方が剪断応力は増加しており、これはcase Aの場合も同様であった。特に、図15では導流堤の方向が変化する付近で底面剪断応力が非常に大きくなっているが、これは平面形が折れ角をなしている故であり、滑らかな形状とすればこの付近の応力集中は避けられると思われる。

6. まとめ

本研究では河川処理計画上の重要な箇所である合流部の流れにつき、 $k-\varepsilon$ モデルを用いて3次元構造を求め、導流堤の効果についても検討した。得られた主な知見は以下の通りである。

- 1) 合流部の3次元な流れを $k-\varepsilon$ モデルを用いて再現することができた。しかしながら、水路幅・水深比の小さな流れでは、水深変化の近似度がやや低下する領域がある。
- 2) 合流部においては本川と支川とでは逆方向に流線が曲げられるため、逆向きの2次流セルが発生する。合流が完了した段階で支川側の2次流が成長し、本川側の2次流が減衰する。2次流はかなり下流まで残存し、この特性は導流堤の有無に拘らず存在する。
- 3) 導流堤を設けると、支川の背水低下、横断方向の水面勾配の減少、合流が完了した断面での支川側への流速および底面剪断応力の集中を防ぐ、などの効果が得られた。

本研究を進めるに当たっては、文部省科学研究費補助金 災害特別研究(1)(代表者 北大 岸 力教授)の援助を得た。信州大学富所博士には実験の細部の資料を提供頂いた。記して謝意を表わす。

参考文献

- 1) 板倉：第16回水講，1972。 2) 神田・山崎：第32回年講，1977。 3) 例えば、高橋 保：京都大学学位論文，1971。 4) Tamai・Ikeya; J. Hydrosoci. Hydraulic Eng. Vol.3, No.1, 1985。 5) Lesch-ziner・Rodi: Proc. ASCE, Vol.105, HY10, 1979。 6) Launder・Spalding: Comp.Mech. in Appl. Mech. & Eng., Vol.3, 1974。 7) 富所・荒木・阿尾：第40回年講，1985。