

断面急縮部における非定常流の水理特性
Characteristics of Unsteady Flow at Channel Contraction

群馬大学工学部 正員 小葉竹 重機
群馬大学工学部 正員 江 崎 一博
群 馬 県 庁 正員 山 口 順

1. まえがき

河道の狭窄部における洪水流のピーク流量低減はよく知られた事実であり、実際の河川計画にも取り込まれていることが多い。また、狭窄部では河床せん断力が増加し、河床に著しい洗掘の発生していることが多い。ところで、このような断面形急変部における水理特性については古くより研究が行われ、類似の場合として橋脚周辺などの流れの解析まで含めると、その研究の数は極めて多い。しかし多くの研究は定常流を対象としたもので、非定常時の水理特性については、まだ不明な点が多い。この理由の一つには、非定常の実験の困難さがあげられる。本研究は、同一波形の非定常流を繰り返し発生させることによって、非定常実験の困難さがある程度克服し、断面急縮部における非定常流の水理特性を明かにしようとするものである。ここでは、とくに流量の低減特性と急縮部周辺のせん断力分布の変化特性について考察を行う。

2. 実験装置および実験条件

表-1 実験条件

2-1 実験装置および実験条件の概略 実験は長さ14 m、幅25 cm、勾配約1/750の塩ビ製の水路の上端に、貯水槽の役割をする塩ビパイプと波形を平滑化するための貯留槽からなる非定常流発生装置¹⁾を取り付けて行った。非定常流は貯水槽の水栓をいっきに解放することによって得る。この水路の下流部2 mの区間に急縮部を取り付け、図-1に示すように急縮部とその上流30 cmの位置にサーボ式の水位計を、また30 cmの位置には流速計(ピトー管)を設置し、水路下流端では60・三角堰の水位を同じくサーボ式水位計で計測した。これまでにを行った実験の種類とその特性の一部を示したものが表-1である。急縮は急縮後の水路幅B₂

RUN	Contraction ratio B ₂ / B ₁	Base flow cm ³ /sec	Peak inflow Q _{p1} cm ³ /sec	Peak outflow Q _{p2} cm ³ /sec	Peak ratio Q _{p2} /Q _{p1}
A-0	1	505	1141		
1	1/2	492		937	0.833
2	2/3	491		1016	0.903
3	3/4	505		1068	0.936
B-0	1	502	1547		
1	1/2	493		1217	0.793
2	2/3	498		1366	0.866
3	3/4	502		1424	0.920
C-0	1	1026	2282		
1	1/2	1020		1828	0.804
2	2/3	1019		2271	0.884
3	3/4	1013		2091	0.922
D-0	1	1526	2406		
1	1/2	1529		2107	0.874
2	2/3	1559		2271	0.930
3	3/4	1522		2300	0.954
E-0	1	1525	2869		
1	1/2	1526		2412	0.841
2	2/3	1553		2650	0.913
3	3/4	1521		2691	0.939

がもとの水路幅B₁の1/2、2/3、3/4に変化する3形式とし、これに異なる3つの基底流量(Q₀)を与え、さらに2種類の洪水波形を与えた。ただし、基底流量約1000 cm³/secのものについては、1種類の洪水波形のみである。図-2は急縮部を取り付けない場合のRUN A-0、B-0、C-0、D-0、E-0の流量

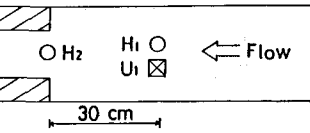


図-1 急縮部付近の計測

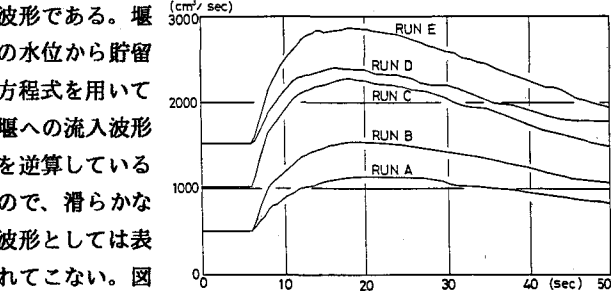


図-2 急縮部がない場合の流量波形

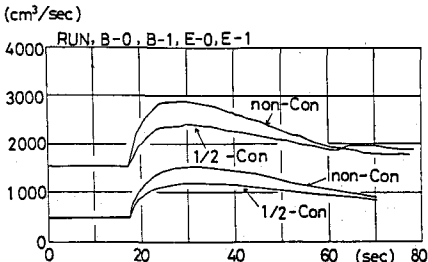


図-3 急縮部通過後の波形の変化

ある場合とない場合の下流端での流量波形を比較したもので、特に以後の検討に用いるRUN BとRUN Eの1/2

急縮について示している。表-1の最後の欄はこのような波形の比較から得られる急縮部通過後のピーク流量と、急縮部を取り付けない場合のピーク流量との比 (Q_{p2}/Q_{p1}) である。なお、せん断力分布の検討のための実験については後述する。

2-2 実験条件の検討 急縮部においては水理条件によって射流遷移と常流遷移が発生する。表-1の各実験ケースについて、志方が示した遷移区分図²⁾におとしてみたものが図-4である。ここに、 Fr_1 は基底流量時の流量と急縮部上流30cmの水深(H_1)から求められるもの、 Fr_4 は急縮後の幅 B_2 に対する等流水深から計算されるものである。 B_2/B_1 が1/2以外のケースについては、該当する幅比のところにプロットされないが、志方の区分では射流遷移(Shooting transition)に属するようである。しかし、射流遷移の定義はあまり明確ではなく、むしろ急縮部の水深 H_2 と遷移の状態との関係をみるために、予備的に行った実験の結果を示したものが図-5である。横軸に定常の流量、縦軸にそのときの H_2 をとったもので、白丸は1/2、半黒丸は2/3、黒丸は3/4急縮である。図からは、流量が1000 cm³/sec前後で H_2 が流量の3/5に比例する領域から2/3に比例する領域に変わることがうかがえる。3/5は H_2 が等流水深に、2/3は限界水深にそれぞれ比例していることを意味するから、流量1000 cm³/sec前後が一つの状態遷移の区分に相当することは確かなようである。

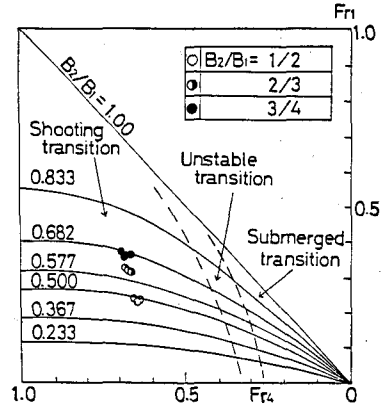


図-4 実験条件の領域

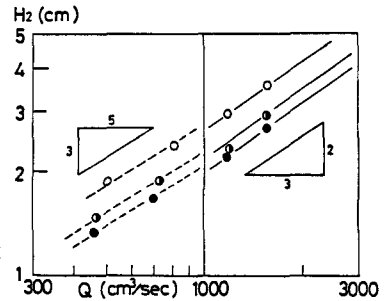


図-5 流量と急縮部水深の関係

3. 流量低減特性の検討

3-1 基礎式の検討 いま図-6に示すように検査断面を設け、この間の流体塊の持つ運動量の変化を考える。式(1)は不定流式を微分表現と階差表現とを混えて表現したものに相当し、 δx を陽の形で含むため厳密さに欠けるが δt のとりかたに注意して、この式を一応基礎式と考える。ここに、 h_3 は急縮部前面の壁での水深、Suffix 1は上流側の、Suffix 2は急縮部開口部の値を、 m はこの間の平均値を表し、 S は潤辺である。ここで、せん断応力 τ_0 をmanningの粗度係数を用いて $\tau_0 = g \cdot n^2 / R^{1/3}$ で表現し右辺の第3項と第4項をまとめて $g \cdot B_1 \cdot h_m \cdot \delta x (\sin \theta - n^2 u^2 / R^{4/3})$ と表現した上で、各項のorderを調べてみたものが各項の下に記した数値である。この値は後述の図-7に示す RUN E-1について、非定常流の立ち上がりから0.6 sec後と4.6 sec後について、断面1、2での計測結果を用いて、 $n=0.011$ として計算したものである。 δx は

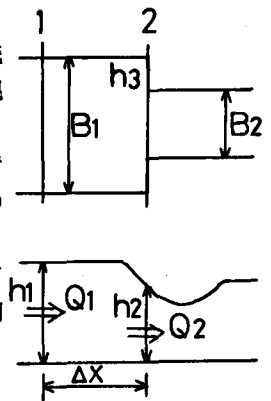


図-6 検査断面の定義

$$\frac{\partial}{\partial t} (u_m h_m B_1 \delta x) = \left(\frac{Q_1^2}{h_1 B_1} - \frac{Q_2^2}{h_2 B_2} \right) + \frac{g}{2} \{ B_1 h_1^2 - (B_1 - B_2) h_3^2 - B_2 h_2^2 \} + B_1 h_m \delta x \cdot g \cdot \sin \theta - \tau_0 \delta x \cdot S \quad (1)$$

0.6 sec 9844	-27701	33041	3570
4.6 sec 4321	-28959	42958	3958

30cmであり、 δt はこの間の伝播時間である0.4 secにとっている。ここで、 Q_1 は急縮部なしの場合の下流端での流量波形を、 Q_2 には急縮部を取り付けた場合の下流端での流量波形を用い、両者の立ち上がり時刻を揃えた上で Q_1 の波形を δt だけまえにずらしている。また、圧力項の h_3 は $h_3 = (h_1 + h_2) / 2$ としている。図-7からもわかるように、立ち上がりから10 sec後には水位はほぼピークに近づくが、5 sec付近ではすでにこの変化の80%が終っており非定常性はあまり強くなく、従って運動量の時間的変化の

項は場所的変化および圧力項に比べてかなり小さい。これに対して立ち上がり直後の 0.6 sec 後においては、時間的変化の項は他の項と比べても有意な値となっている。また、収支が厳密には合わないのは、流量波形の用いかと、圧力項の h_3 の算定方法に原因があると考えている。

ところで、式(1)はこのままでは取扱いが困難なため、以下のような簡略化を行ってみる。まず、重力と摩擦の項は無視する。つぎに、式中に δx を含むことを避けるために、左辺の

$$B_1 \cdot \delta x \cdot (h_m \partial u_m / \partial t + u_m \partial h_m / \partial t)$$

のうち $h_m \partial u_m / \partial t$ の項を $u_m \partial h_m / \partial t$ の項に含めて $T \cdot u_m \partial h_m / \partial t$ とした上で、連続式を用いると、結局、左辺は $T \cdot u_m (Q_1 - Q_2)$ と表されることになる。T の値については現在のところ詳細な検討を行っていないが、前記の 0.6 sec と 4.6 sec でそれぞれ 1.5, 2.7 程度の値となる。

以上の簡略化の結果、式(1)は式(2)となるが、ここでさらに、 $u_m = u_1$, $h_3 = h_1$ とし、若干の変形を行うと式(3)となる。 β は断面1と断面2の水深の比 h_2/h_1 である。以下、この簡略化された式による検討を行う。

$$T \cdot u_m (Q_1 - Q_2) = \left(\frac{Q_1^2}{b_1 B_1} - \frac{Q_2^2}{b_2 B_2} \right) + \frac{g}{2} \{ B_1 h_1^2 - (B_1 - B_2) h_3^2 - B_2 h_2^2 \} \quad (2)$$

$$\left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)^2 \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{B_2}{B_1} \right) \frac{1}{F_{r1}^2} (1 - \beta^2) - (T - 1) \right\} + T \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right) - \frac{1}{\beta} \left(\frac{B_1}{B_2} \right) = 0 \quad (3)$$

3-2 実験結果による検討

式(3)の検討に際して

は (Q_1/Q_2) を、実測の β と推定 F_{r1} を用いて計算してみた。図-7はRUN E-1の2回の計測結果を重ねて描いたものである。流速は水深の約1/3の位置での計測である。各測定結果は、流速の変動の様子にいたるまで極めて再現性の高い実験であることをしめしている。 β の計算はこの実測 h_1 , h_2 をそのまま用いる。つぎに、断面1のフルード数 F_{r1} の計算のために、断面平均流速と実測の u_1 との関係を調べてみたものが、図-8である。これは、実測の u_1 と h_1 から計算される流量に、定常時が一致するように一定の補正係数をかけたものと、急縮部通過後の堰への流入流量とを重ねて描いたものである。この図から次の二点が明かである。一点は特に上昇期には平均流速と u_1 との比はほぼ一定であること、もう一点はこの位置(急縮部上流 30 cm)ですでに急縮部通過後の流量波形に近いことである。第一点の結果から、実測の u_1 とこの補正係数を使って F_{r1} を計算した結果を示したものが図-9である。図には実測の β も示している。 β は増加後ゆっくりと減少すること、 F_{r1} は変化が小さいことがわかる。

図-10はRUN B-1について同様にして求めた β と F_{r1} である。図-9と10を比較すると、 β , F_{r1} ともにその変化の性

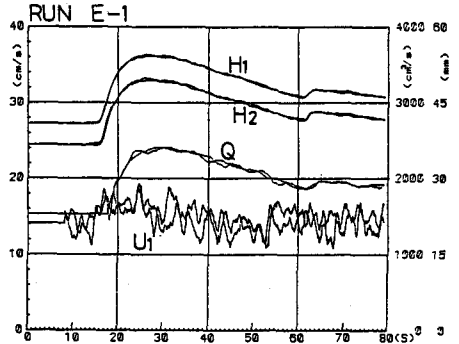


図-7 RUN E-1 の2回の計測結果

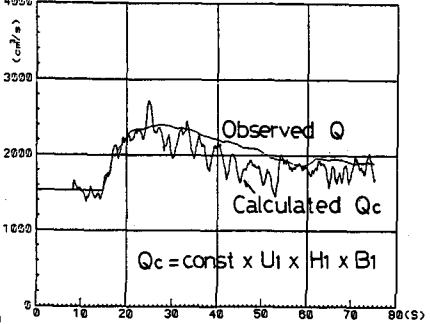


図-8 計測流速の平均流速に対する

代表性の検討

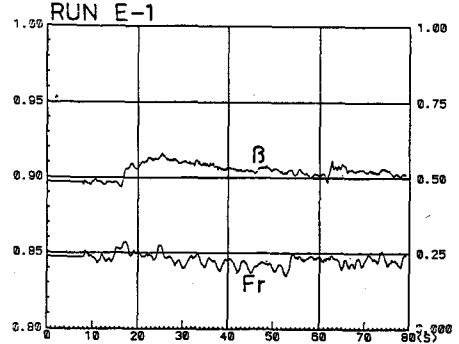


図-9 RUN E-1の β と F_{r1} の経時変化

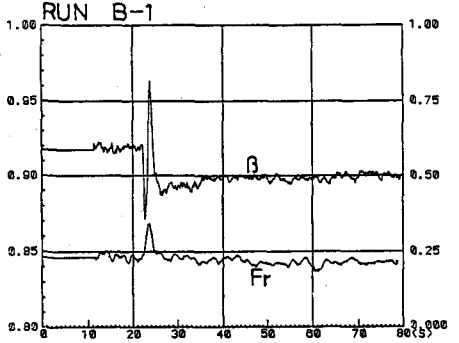


図-10 RUN B-1 の β と F_{r1} の経時変化

状が大きく異なっている。これは、2-2 で述べた流れの遷移に関係があると考えられるが、まだ検討を行っていない。

以上の β と F_{r1} を用いて、式(3) から Q_2/Q_1 を計算した結果を示したものが、図-11、図-12 である。ただし、ここで補正係数 T の値はとりあえず 1.0 としている。この図には実測の Q ratio として、急縮部がない場合の下流端での流量と、急縮部を取り付けた場合の下流端での流量の比を、前項で述べたように 0.4sec だけずらせて計算したものをのせている。前述のように、 Q_1 として急縮部がない場合の流量波形を用いることに問題があるために、両者の ratio を直接比較することはできないが、その変化の定性的な比較はできるであろう。立ち上がりの付近で、値そのものも比較的よく合っているように見えるのは、流量の時間変化率が大きく、従って δx の距離間での同一時刻の流量比はほぼこれによって決まり、しかもこれは Q_1 としてどの波形を用いてもあまり変わらないためと考えられる。

ここで、定常時の ratio が 1.0 とならないのは、圧力項の h_3 の算定が正確でないことによると考えられる。order の比較のところでも少し述べたように、圧力項は大きな値となるために、わずかな h_3 の差が大きく効いてくるためである。

ところで、図-11, 12 からわかるように Q の比は立ち上がり直後を除けば、その変化はゆるやかである。そこで、ピーク付近の平均的な比を求め、これと非定常性を表す簡単な指標（この実験での）である $\Delta Q/Q_0$ との関係を見たものが、図-13 である。 ΔQ は急縮部がない場合のピーク流量 (Q_{p1}) と初期定常流量 (Q_0) との差である。当然、非定常性が強くなると比は小さくなる。しかし、図からはこの比に下限値があるようにも見受けられるが、さらに実験条件を変えて検討を行う必要がある。

このように、立ち上がり直後を除けば Q の比の変化が小さいという現象は実河川においても見られることがある。図-14 は実河川における急縮部通過後の流量波形の実測値と、通過前の流量に一定の比を乗じて求めた流量波形とを比較したものである。通過後の流量波形が、立ち上がり後しばらくの間はこのような一定の比で説明できることがあることの一例である。

以上、式(3)に基づいて流量の低減特性について検討を加えてきた。 δx のとりかたをはじめ、多くの検討すべき事項はあるが、式(3)によってある程度流量の低減特性を説明することができることが明かとなった。

4. せん断力分布の変化特性の検討

4-1 実験方法とせん断力の算定方法 実験は、まず定常時の流速分布をピトー管によって求め、つぎにピーク流量がほぼこの定常時の流量に等しくなるような非定常流を繰り返し発生させ、その都度ピトー管の位置を変えて流速の経時変化を測定した。以上の結果を用いてせん断力を求めるには、つぎの3方法による。1) プレストンによる方法、2) 対数則流速分布を用いる方法、3) カルマンの運動量方程式を用いる方法。ここで、3) の方法は吉川ら³⁾ が示した方法で、次式のカルマンの運動量方程式とブラジウスの

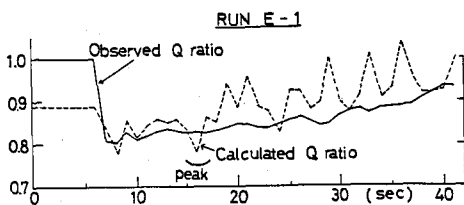


図-11 実測 Q ratio と計算 Q ratio の比較

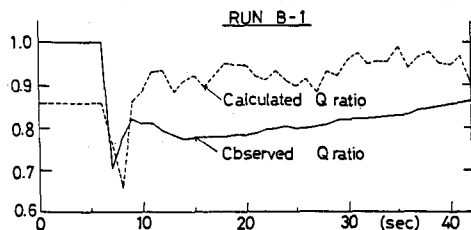


図-12 RUN B-1 における Q ratio の比較

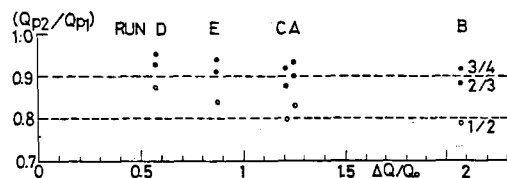


図-13 流量低減率と $\Delta Q/Q_0$ との関係

(m^3/sec)

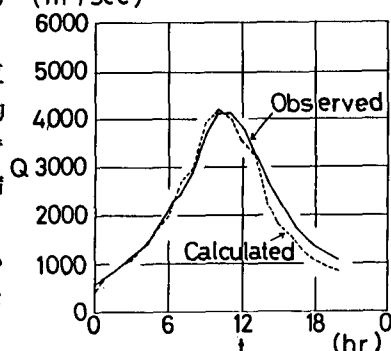


図-14 実河川における低減の例

抵抗則において、外部流速 U をポテンシャル解析により与えて、境界層厚 δ を逐次計算し、せん断力 τ_0 を求める方法である。

$$\frac{7}{72} U^2 \frac{\partial \delta}{\partial x} + \frac{23}{72} \delta \cdot U \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\tau_0}{\rho}, \quad \frac{\tau_0}{\rho} = 0.0225 \cdot U^2 \left(\frac{U \cdot \delta}{\nu} \right)^{-1/4} \quad (4)$$

4-2 定常時のせん断力分布 図-15 は定常流量 4361 cm^3/sec 、1/2急縮時における、プレストンの方法による底面せん断力分布の結果である。つぎに、図-16 は3)の方法による結果とプレストンによる結果とを比較したものである。

3)の方法では、死水域の平面形状と水面形の縦断形状をあえてポテンシャル解析を行うため、急縮直後の壁側で流速が過大となり、プレストンによる結果と異なってくるが、他の領域では両者はよく一致している。図-17, 18は急縮部上流10cm断面と急縮部断面における横断方向の分布を比較したものである。図中、丸印はプレストンによる結果、実線は3)による結果であるが、破線は計算が発散するために境界層厚 δ を一定として求めた区間である。この図からも急縮部の壁側を除けば両者はよく一致することがわかる。つぎに、図-19 は急縮部上流20cm断面と急縮部の各々水路中央における流速分布を示したものである。20cm断面では底面近傍ではほぼ対数則が成立するが、急縮部では流速は水深中央付近に最大値が現れ対数則は全く成立しないことがわかる。このように対数則が成立しない区間でも、底面近傍の1.5mmと5mmの点の二点から U^* を定め、この値からせん断力を求めた。以上の三方法による結果を水路中央測線に沿っての分布で比較したものが図-20である。三方法ともほとんど同じ値となり、いずれの方法でもほぼ正しいせん断力が求まっていることがわかる。

4-2 非定常時のせん断力分布 非定常時のせん断力分布を求める前に、流量変化に伴う流速分布形状の変化を見ておく。図-21 は急縮部断面の側壁から2.25cmと水路中央における、定常時と非定常時の流速分布の比較である。図中、実線は定常時、破線は増加時、二点鎖線はピーク時、一点鎖線は減少時を表す。ただし、ピーク時とは水面に一番近い測点の流速が最大になった時

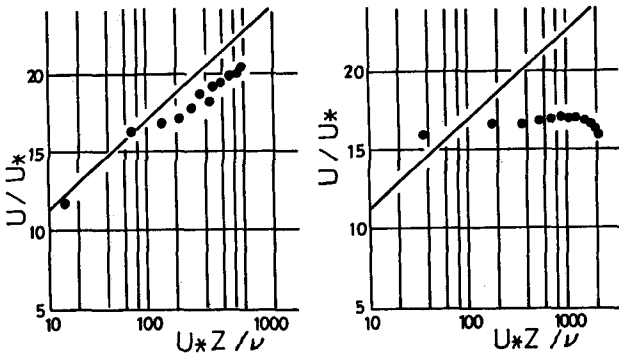


図-19 20cm断面と急縮部における流速分布

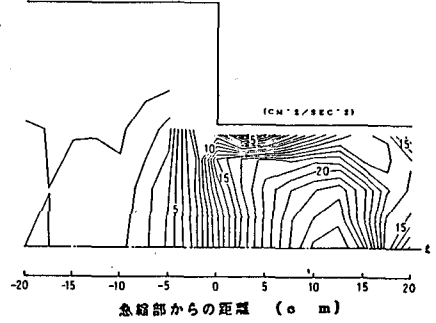


図-15 1)の方法による定常時のせん断力

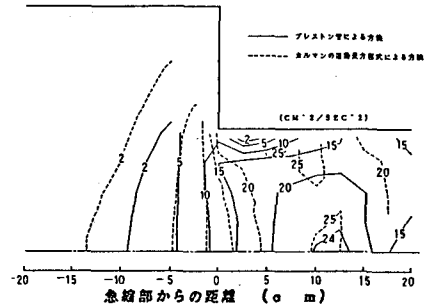


図-16 1)と3)による計算結果の比較

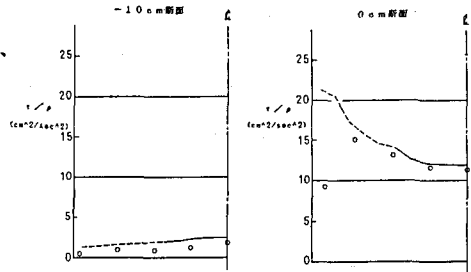


図-17 10cm断面 図-18 急縮部断面

はピーク時、一点鎖線は減少時を表す。ただし、ピーク時とは水面に一番近い測点の流速が最大になった時 (cm^2/sec^2)

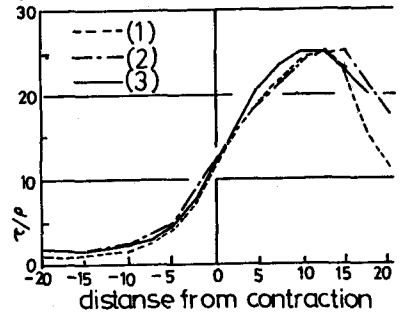


図-20 三方法によって求められたせん断力分布の比較 (センター)

刻とする。急縮部では流量の増減に伴う流速分布形状の変化は小さいことがわかる。これに対して図-22は急縮部下流15cmの断面における同様の比較であるが、側壁近くと水路中央付近とでは分布形状の変化の様子が異なることがわかる。すなわち、側壁付近では増加時には定常時とほぼ同じ流速分布形状を示すのに対し、増加から減少に移る期間からは底面での流速の減衰が早いことがわかる。これに対して中央では、定常時と増加時で分布形状が異なるが、これは跳水の位置が流量増加にともなって変化することによる。減少時には側壁付近と同様に底面での流速の減衰が早い。いずれにしても急縮後の断面では、表面流速の増加特性と底面付近での増加特性とは顕著に異なることがわかる。図-23は急縮部と下流15cm断面の水路中央における非定常のピーク時（白丸）の流速分布への対数則のあてはめである。図には比較のために定常時の値（黒丸）も書き込んである。

図-24はプレストンの方法によって求めた非定常ピーク時の底面せん断力の分布である。ただしこれは、各測定点で求められた最大の値をもとに描いたもので、従って必ずしも同一時刻の値ではない。図-25はこれをピーク流量（4094 cm³/sec）にほぼ等しい定常流量での計測結果である図-15と比較したものである。急縮後の底面では値も分布の形状もほとんど変わらないことがわかる。図-26はこの両者を水路中央の測線に沿って比較したものである。急縮部前面では若干大きくなるとも見えるが、さらに実験例を増して検討する必要がある。

5. あとがき 同一波形の非定常流を繰り返し発生させることによって、急縮部を通過する洪水流の水利特性について実験的な検討を加えてきた。今後、実験例を増して検討を行うべきことは当然であるが、さらに新たな検討を加えるべき課題も多くあることも明らかとなった。最後に、実験とデータ整理をして頂いた真庭村上の両氏と図面作成に協力頂いた近藤技官に、記して謝意を表す。

＜参考文献＞1) 小葉竹他：61年度年度講演会概要集；2) 志方：開水路急変部の水利学的性状に関する研究、学位論文、昭43年；3) 吉川、福井、橋本、三隅：狭窄部を有する水路の流れについて、第28回水利講演会論文集、1984年2月

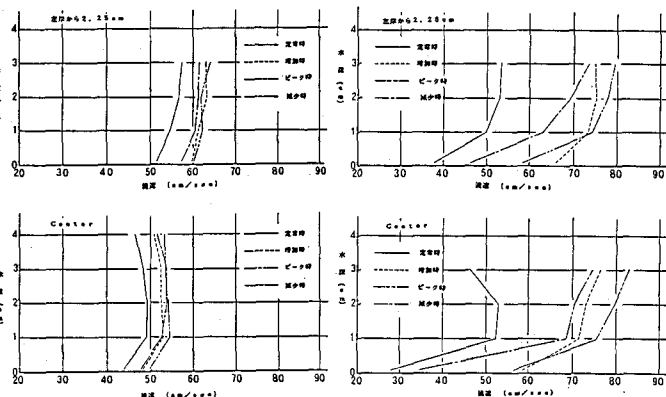


図-21 急縮部における経時変化 図-22 下流15cmの経時変化

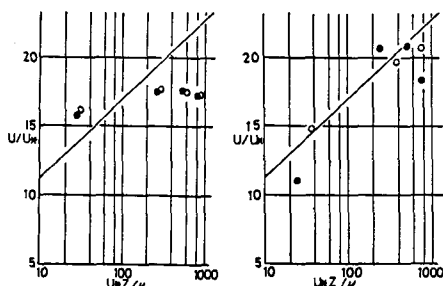


図-23 非定常時の対数則のあてはめ

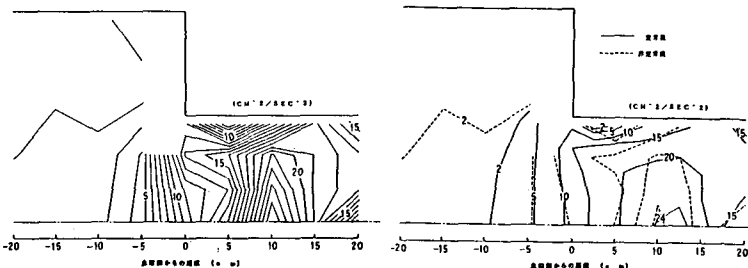


図-24 ピーク時のせん断力分布 図-25 ピーク時と定常時の比較

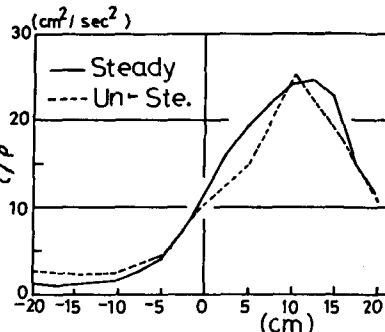


図-26 定常時と非定常時の比較