

非一様勾配水路における境界層の発達に関する研究
Study of the Development of Boundary Layer over Non-uniform slope Bed

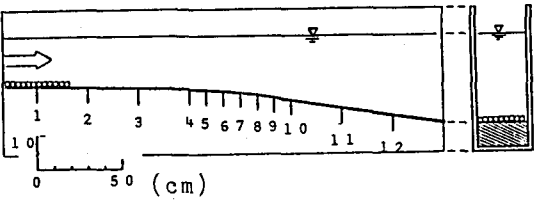
早稲田大学 大学院 学生員 古 川 恵 太
早稲田大学理工学部 学生員 萩 原 義 孝
早稲田大学理工学部 正 員 吉 川 秀 夫
早稲田大学理工学部 正 員 関 根 正 人

1. はじめに

河道改修工事において河道浚渫が行なわれると、その境界の近傍で、河床勾配の不連続が生じる。河川の保全を考える上で、この境界に発生するせん断力を有意に推定することは、河床変形の問題も含め、重要なことである。本研究は、河床勾配が正に変化し、水深が増加する流れについて、実験・解析を行なった。射流が、この境界を通過する場合には、水深の顕著な変化が見られず、勾配の変化に沿う流れとなり、底面せん断力は、Self-preserving 性を考慮することにより、算定できることを報告した[1]。しかし、常流状態で流下すると、流れは勾配の変化に追従せず、段落ち部の流れ同様、著しい水深の増加が生じる。その近傍における流れを、新たに発生する境界層(内部境界層)に着目して底面せん断力を算定する場合、内部境界層外の流れの状況を明らかにすることが必要である。本研究では、この流れの場を、流速分布の測定によりポテンシャル流とせん断流の領域に分割し、底面せん断力を推定する方法を検討した。

2. 実験の概要

実験は、長さ4m、巾15cmの亚克力製長方形断面開水路を用い、底面粗度として、径1.6cmのビー玉を密に配したベニア板を水路内に組み込んで、上流部と下流部で勾配の異なる河床を再現した。水路床は、固定床とし、その勾配は、上流部において $i = 0.01$ 、下流部において $i = 0.08$ とし、Station 4よりStation 10の間でなめらかに漸変させ、ハク離・二次流の影響が生じない様に接合した。実験流量は、表1に示す通り、流れの全体が常流かつ乱流である流れとなる様に定め、RUN 1～3の3ケースについて、実験を行なった。測定に際して、 x 座標を上流端を始点として、水平方向にとり、 y 座標は、 x 座標に垂直上方に取り、 $x-y$ 直交座標上、Station 1～12の測定断面に対し一断面10～15点の測点を設けた。測定は、プロペラ径3mmの小型プロペラ流速計を用いて、サンプリング周波数25Hz、サンプリング数500でA-D変換し、 x 軸方向の平均流速及び、変動のr.m.sを計測した。圧力分布については、静圧管を用いて、代表的な断面で測定した結果、静水圧分布で近似できる事を、確認している。実験水路の概要と、各Stationの配置は、図1に示す通りである。



Station No.	1	2	3	4
X (cm)	100	130	160	190
i	0.010			0.014
Station No.	5	6	7	8
X (cm)	200	210	220	230
i	0.023	0.036	0.055	0.066
Station No.	9	10	11	12
X (cm)	240	250	280	310
i	0.076			

図1：実験装置概要

表1：実験条件

	RUN 1	RUN 2	RUN 3
Q (cm ³ /sec)	1650	2400	2250
Fr (St.4)	0.18	0.13	0.14
Re	11200	16200	14800

3. 実験結果及び解析

RUN1の平均流速分布を図2に示す。これを見ると、Station 4より下流において、不連続な点が現われている。これは、その点を境界として流れの様相が、変化していることを示していると思われるので、内部境界層の上限とし、それより下方に現われる流速分布より、せん断力を以下の方法で算定する。

3・1. せん断の算定

粗面におけるせん断力は、直接測定する試みが数例報告されているが、実際の適用に多くの困難が伴うので、今回は、流速分布より底面せん断力を算定する従来の方法を踏襲する。次に、用いた3つの方法を列挙する。

a) 対数則による方法

式(1)の關係を用い、片対数にプロットした流速分布に直線を適合させ、もっとも適合する直線より、 u_* を決定する。ここで u_* は摩擦速度、 Ks は相当粗度である。

$$\frac{u}{u_*} = 8.5 + 5.75 \log \frac{y}{Ks} \dots\dots\dots (1)$$

b) ベキ乗則による方法

流速分布を、両対数で示すと図3の様に、直線で近似できる。このことにより、式(2)中のベキ乗数 n

$$u = u_\delta \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/n} \dots\dots\dots (2)$$

を求め、 u_* を式(3)により決定する[Ⅱ]。 δ は、直線の適合する範囲の高さ、 u_δ は、その点における流速を表わし、 κ は、カルマン定数(0.435)である。

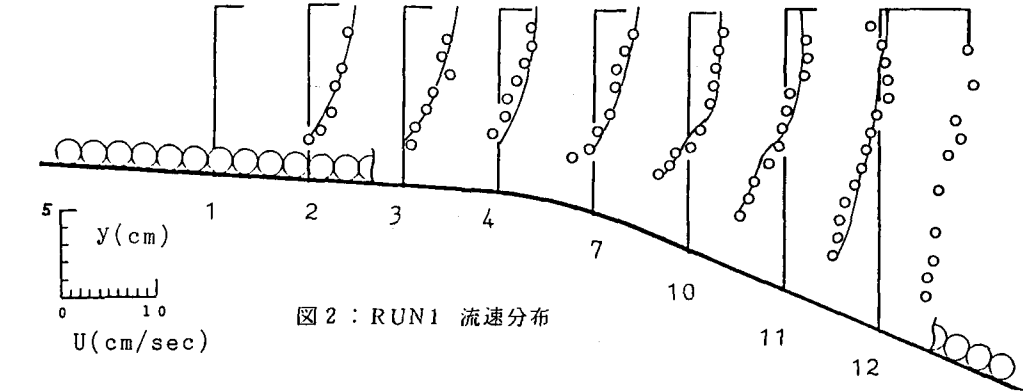


図2：RUN1 流速分布

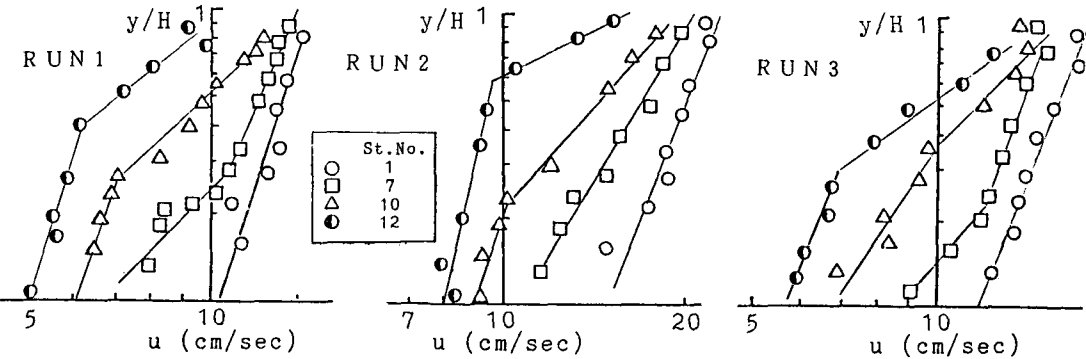


図3：ベキ乗則の適用

$$\frac{u_*}{u_\delta} = \kappa \left(\frac{1}{n+1} \right) \dots\dots\dots (3)$$

c) 形状係数による方法

流速分布を分類する方法の一つとして、排除厚、運動量厚、エネルギー厚から求める形状係数Hを用いる方法がある〔Ⅲ〕。形状係数Hより、せん断力を求めるには、実験より定められた $\alpha(H)$ と、代表長さに運動量厚を用いた局所Re数より、式(4)の関係が用いられる。

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = \frac{\alpha(H)}{R_*^a} \dots\dots\dots (4)$$

a は 0.268 の値を持つ定数である。

以上、3つの方法で算定した底面せん断力を、図4に示す。図中の実線は、水面勾配より求めた等流における底面せん断力を表わしている。いずれのプロットも、同様の傾向にあるが上流側で等流における底面せん断力と、適合することより、前記の2つの方法が、底面せん断力の算定に対し、信頼に価いと思われる。

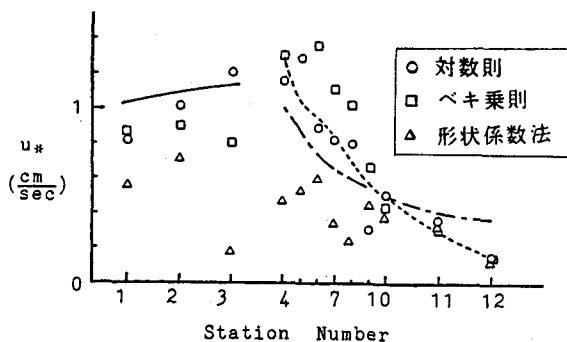


図4：せん断力分布

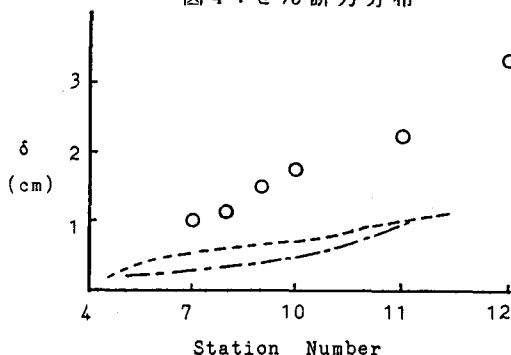


図5：内部境界層厚

3・2. 内部境界層厚

図2、3より、流速分布を検討すると、図2においては、変曲点が存在し、図3からは、水面及び底面からべき乗則を適用した直線の交点が定められる。両者は、ほぼ同じ高さで現われているので、これを内部境界層厚としてプロットしたのが図5である。

4. 運動量式による考察

プラントルの境界層方程式を、底面より内部境界層厚 δ まで積分し、流速分布式としてべき乗則を適用すると、運動量のつり合いを表わす式(5)の様に整理できる。

$$\begin{aligned} & \frac{n^2}{(n+2)(n+1)} \delta u_\delta \frac{\partial u_\delta}{\partial x} - \frac{n}{(n+2)(n+1)} u_\delta^2 \frac{\partial \delta}{\partial x} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho} (\tau_0 - \tau_\delta) \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここで、 τ_0 は底面せん断力、 τ_δ は内部境界層上面に働くせん断力である。式(5)において、 $n \cdot u_\delta \cdot p \cdot \tau_0 \cdot \tau_\delta$ が決定できれば、 δ の微分方程式として解くことが可能となる。これらのパラメータの決定方法を、次に検討していく。

a) Pについて

片山・福井・吉川らによる段落ち部に関する研究〔Ⅳ〕にならい、Pをピエゾ水頭で評価する。したがって $\partial p / \partial x$ は、水面勾配で表現できることになる。

b) $\tau_0 \cdot \tau_\delta$ について

τ_0 は、式(3)より、 $u_\delta \cdot n$ より算定する。 τ_δ は、断面におけるせん断力分布が明らかになっているSelf-preservingの成立している状態では、 δ の関数として決定し、よい結果を得ているが〔Ⅰ〕、ここでは、 $\tau_\delta = 0$ とした。このことに対する妥当性は、のちに検討する。

c) u_δ について

実測値より $u_\delta = Ax^B$ (A, B : 定数, x : station 4 より距離) の形で近似的に整理することができたので、この値を用いた。

d) n について

ベキ乗則の n の値は、平板上で R_δ 数により 4~10 程度に変化することが知られており [Ⅲ]、水路床の形状によっても広範囲に変化することが確認されている [Ⅱ]。今回の実験における n の値を、図 6 に示す。計算に際しては、実測値の様に変化させる場合と、勾配変化近傍における n の値を定数として与える場合の 2 通りを試みた。後者の n の値は、図 7 に示す通り、 R_δ 数の関数で表現できる。

計算結果は、図 4・5 に示す。点線は、 n を変化させた場合、一点鎖線は、 n を定数とした場合にそれぞれ対応している。二者は、よく一致し、 n の水路床形状による変化は、底面せん断力の算定の上で、深刻な影響を及ぼしていないことが判かる。計算上の内部境界層厚が実測より小さな値となっているのは、実測値が流速分布の不連続点で定義されていることによる。内部境界層厚は、水路床からの影響が及ぶ上限として、定義されるべきであり、このことについては、次の流れ場の分類において考察する。

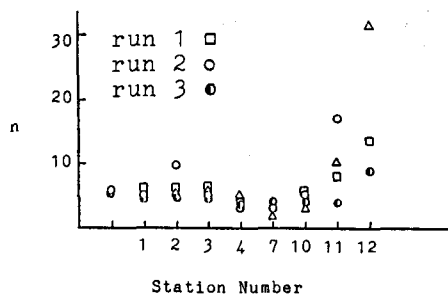


図 6: ベキ乗数の変化

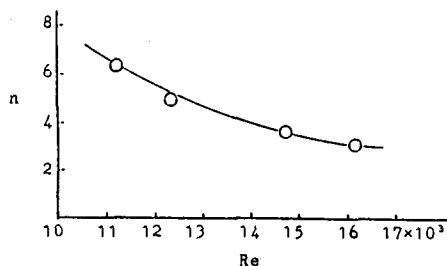


図 7: Station 4 のベキ乗数

5. 内部境界層より外側における流れ場

勾配が変化し、流れが拡大する領域において、内部境界層より上方の流れを、明確に決定することが出来れば、 τ_δ の決定等に有力な手掛かりとなる。まず、一般的な境界層に対する方法を踏襲して、水路床を排除厚だけ持ち上げ、水面までの範囲でポテンシャル解析を行なった。図 8 に実測値との比較を示すが、内部境界層上限より上方で、流速が一致しなくなっている。流速の一致しない領域は、ポテンシャル流と、境界層内の流れを、接続させる働きを持つ流れが存在すると考えられるので、それを明確にするため、流れの中の混合距離に注目して、以下の様な解析を行なった。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\rho p - \rho \overline{uu'}) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy} - \rho \overline{uv'}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

$$-\overline{\rho uu'} = \rho \ell^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (8)$$

式 (6) ~ (8) を、実測の u について解き、混合距離 ℓ を示したものが図 10 である。ただし、式 (6) の中で、 $\overline{\rho uu'}$ については、実測値を検討し、 τ_{xy} は、流れが乱流であることより、評価していない。水路床勾配が変化する点より下流においては、混合距離が、底面より線型に増加し、次に一様な混合距離を示す領域が現われる。この領域に注目すると、その上限は、ポテンシャル解析の結果が適合する下限に、その下限は、内部境界層の上限にそれぞれ一致する。又、この領域における混合距離と、その巾は、水路床勾配の変化の始まる Station 4 からの水平距離に比例している。図 10 は、RUN 1 についてのみの結果を示しているが、各 RUN について同様の傾向が見られた。以上のことより、ポテンシャル流と、内部境界層内の流れを接続するのは、Prandtl の言うところの The smoothing out of a velocity discontinuity の様な特性を持つ流れであることが推定できる (以下この流れをせん断流と呼ぶ)。せん断流を特徴付けるのは、そのせん断

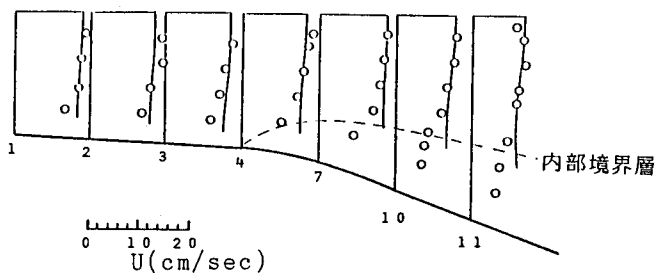


図8：ポテンシャル解析

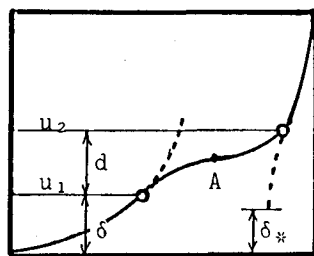


図9：概念図

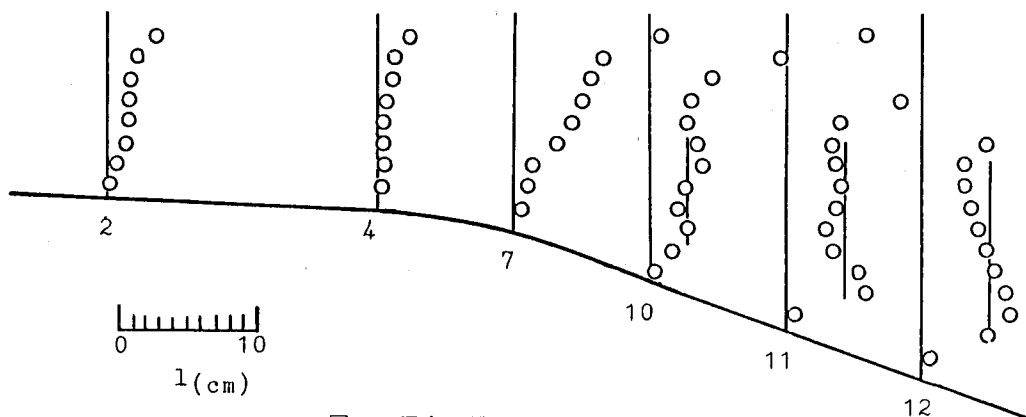


図10：混合距離の分布

点・せん断巾・せん断方向等であり、これらは、Fr 数・水路床勾配の変化の程度等により変化すると予想されるが、今回の実験は、すべて同一の水路床であるのと、各RUNごとの流量の変化が大きくないので、ほぼ一様の傾向を示した。今後、各種の水路床形態に対して実験を行ない、せん断域に対するより詳細な検討をしていくつもりである。

内部境界層の発達する領域における流れ場の概要は、図9のようになる。底面より δ まで内部境界層が発達し、水面から排除厚 δ_* までのポテンシャル流が、巾 b においてせん断流で接続されている。せん断流内の流速分布は、 u_1 、 u_2 をパラメータとして、式(9)の形で与えられ、その下限において、速度勾配が0となることより、せん断力が働かず、4. において $\tau_\theta = 0$ としたことが、支持される。

$$u = \frac{1}{2} (u_1 + u_2) + \frac{1}{2} (u_1 - u_2) \left[\frac{3}{2} \left(\frac{y}{b} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{b} \right)^3 \right] \dots\dots\dots (9)$$

又、内部境界層厚の実測に流速分布を用いた際、図中A点を読み取ったことが、実測の値が計算値より大きくなる原因であったと思われる。

以上の点を考慮し、計算によって求めた流速分布を、図2に実線で示すと、実測値とよい精度で一致している。ただし、 u_θ の値は、第一次近似として実験から求めた関係式を用いている。本来は、計算により求めた流速分布から u_θ を δ の関数として定義し直し、くり返し計算された後、定まるべき値なので、このことに対する検討は、今後の課題として残されている。

6. おわりに

本研究では、水路床勾配が変化する近傍を、流れが常流で通過する時のせん断力分布を、新たに発生する内部境界層に着目して推定する方法を明らかにした。その際、境界面での流速・せん断力を決定するため、流れ場の分類を行ない、これらの境界条件の決定に対する一考察を加えた。図11に、全体のフローを示し、以下に主要な結論を列挙する。

(1) 内部境界層の発達に着目して、勾配が変化する水路における、底面せん断力を算定することが、できた。

(2) 流速分布にベキ乗則を用いることは、有効であり、その値は、定数として近似してよい。

(3) 内部境界層外は、せん断流及びポテンシャル流の領域が存在し、それらを考慮することにより、流速分布を決定することができる。

なお、本研究においては、水面形を、実測で得られた値を用いているので、精度の良い水面形の算定方法が得られれば、実河川の底面せん断力の推定に強力な手掛りとなる。今後、さらに詳細な検討をし、流れの場を知ることにより、浮遊砂等による河床変形も含め研究を進めていく予定である。参考のため、5.で用いた解析法で渦動粘性係数を求めた結果を、図12に示す。

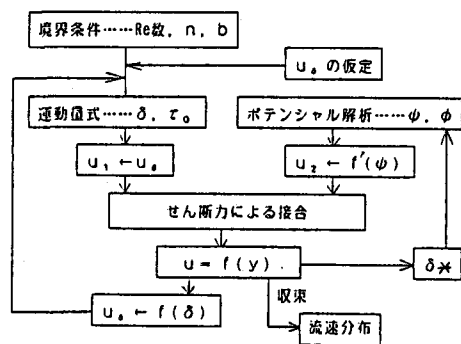


図11：フローチャート

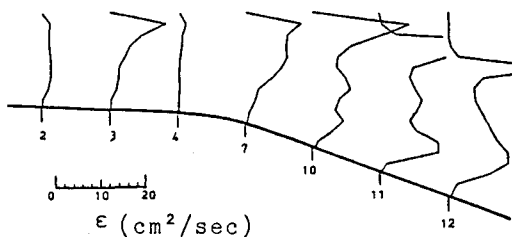


図12：渦動粘性係数

参考文献

I) 佐藤・世古・関根・吉川：勾配変化に伴う内部境界層の発達に関する研究

土木学会第41回年次講演会概要集

II) SHENG-TIEN・J. F. KENEDY：Turbulent flow in wavy pipes

J. F.M. 1971, vol 47, part 3

III) SCHLICHTING：Boundary-Layer Theory

IV) 片山・福井・吉川：段落ち部近傍の底面せん断力

土木学会論文報告集 348号 (1984・2)