

種々の粗度係数逆算法の比較と適用条件

Estimation of Manning's Roughness Coefficient from Data of Flood Flow

建設省土木研究所 正員 福岡 捷二
建設省土木研究所 正員○藤田 光一
建設省土木研究所 正員 野口 均

1. はじめに

合理的な河道計画を立てるにあたっては、河道の状況が正確に反映された粗度係数を見出すことが重要である。現在実河道の粗度係数を求めるのに最も広く使われている方法は、実測洪水データからの逆算である。逆算法には異なる特徴を持つ数種の方法があり、逆算法の違いによる粗度係数の違いが河道計画に無視できない程の値になることもあり得る。従来よりこの問題が指摘され、逆算法により逆算値が異なる原因の基本的な説明と、二、三の実測例に基づく逆算値の差についての検討²⁾がなされている。しかし、実河道の粗度係数を逆算するにあたっての具体的かつ定量的な適用条件についての考察は充分でない。本研究は、各逆算法の持つ水理的意味を統一的に整理し、対象河道や洪水流の特性に応じた最適逆算法を選択するための具体的かつ定量的な適用条件を得ようとするものである。

2. 粗度係数逆算法の分類

粗度係数の逆算とは、原理的には次式に基づき粗度係数を算定することを意味する。

$$n = \frac{A \cdot R^{2/3}}{Q} \cdot \sqrt{I_E} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、n：粗度係数、A：河積、R：径深、Q：流量である。I_Eは次式で表わされるエネルギー勾配である。

$$I_E = -\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q}{gA^2} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2)$$

		痕跡を使うかどうか	
		痕跡を用いる	痕跡を用いず、近接した水位観測所の水位データを用いる
エネルギー勾配I _E の算定方法	式(2)のすべての項(第1～4項)を考慮	痕跡不定流逆算法	局所不定流逆算法
	非定常項(第1～2項)を無視する	痕跡不等流逆算法	局所不等流逆算法
	さらに運動量の場所的変化項(第3項)も無視する	局所等流逆算法	

図1. 粗度係数逆算法の分類

ここで、t：時間、x：流下方向を正とした座標、g：重力加速度、H：水位である。対象地点の同一時刻におけるA、Q、R、I_Eを洪水観測結果から何らかの方法を用いて求め、その結果を(1)式に代入することによりnが逆算される。各逆算法の特徴を容易に把握できるようにするため、従来の名称を踏まえて、図1に示すように2つの観点から粗度係数逆算法の分類を行った。第1は、I_Eの求め方による分類であり、(2)式の右辺のすべての項を考慮したものが「不定流逆算法」、非定常項である第1～2項を無視する逆算法が「不等流逆算法」、水面勾配すなわち第4項だけを考慮した逆算法が「等流逆算法」である。第2は、A、R、I_Eの推定に痕跡水位縦断曲線を用いるか用いないかで分類するものである。痕跡水位縦断曲線を用いる場合には、河道の長い区間にわたっての平均的な粗度係数とその縦断変化を得ることができる。ただし得られる粗度係数は、各地点の最大水位発生時刻での値のみとなる。一方、痕跡水位によらない場合には、対象地点付近にある近接した2つの水位観測所の水位データから求めることになる。この場合、得られる粗度係数は対象地点だけのものとなり、この意味で図1中では「局所」と名付けている。この方法によれば、種々の時刻での水位データを用いることにより異なる時刻の粗度係数を求めることができ、一洪水中の粗度係数変化特性の把握が可能となる。なお、いずれの方法においても、対象区間あるいは対象地点の流量データが必要となる。

3. 不定流逆算法の水理的意味とその適用条件

(1) 局所不定流逆算法

この手法では、適当な間隔にある2つの近接した水位観測所のデータと、どちらかの水位観測地点、あるいはその間にある流量観測所の流量データを用いて、次式により n の逆算を行う。

$$n = \frac{A \cdot R^{2/3}}{Q} \cdot \left(-\frac{1}{gA} \frac{Q_{t+\Delta t} - Q_t}{\Delta t} + \frac{2Q}{gA^2} \frac{A_{t+\Delta t} - A_t}{\Delta t} + \frac{Q^2}{gA^3} \frac{A_{x+\Delta x} - A_x}{\Delta x} - \frac{H_{x+\Delta x} - H_x}{\Delta x} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 Δt :測定時間間隔、 Δx :2つの水位観測所間の距離、添字 $t+\Delta t$ と t の付けられた記号:それぞれ時刻 $t+\Delta t$ と t の水理量、添字 $x+\Delta x$ 、 x の付けられた記号:それぞれ下流及び上流側の水理量を表す。 A 、 R には、上・下流どちらかの水位観測地点での値、あるいはその平均値を用いる。本手法は、開水路流れの基本式中の項のすべてを考慮しているので、観測値に誤差がなければ原理的には適正な n 値を与える。ただし、 Δx の大きさによっては真値と大きく異なる逆算値が得られる場合があるので、適当な大きさの Δx を取る必要がある。適当な大きさの Δx については、5.において述べる。

(2) 痕跡不定流逆算法

この手法では、対象区間の上流端で実績流量ハイドログラフを与え、下流端で実績水位ハイドログラフを与えて、不定流計算を行う。計算結果から得られる各点の最大水位の縦断分布と痕跡水位の縦断分布が一致するまで粗度係数の縦断分布を変えて不定流計算を行い、最終的に得られた粗度係数の縦断分布を逆算値とする。この方法も、開水路流れの基本式のすべての項を考慮した不定流計算に基づいて逆算を行っていることから、原理的には正しい n 値を与える。ただし本手法は、実測値として上流端の流量と下流端の水位しか用いないので、特に上流端の流量に誤差が含まれていると、それが対象区間すべての逆算 n 値に影響を与える。したがって、上流端に与える流量データの精度の吟味を特に慎重に行う必要がある。また、不定流計算はあくまで1次元解析法に基づく洪水追跡モデルであることから、実洪水が1次元解析で表現できない2次元流的な挙動を示す場合には、不定流計算自体が現象を忠実に再現できない場合が起こりうる。こうした場合に痕跡不定流逆算法によって最大水位と痕跡水位の縦断変化が合うような n 値を求めても、実測流量を与えている計算区間の上流端付近を除いて計算流量と実際の流量とに差が現れるので、逆算 n 値が意味を持たなくなる。したがって本手法の適用にあたっては、不定流計算によって対象河道での洪水流、特に流量が再現できることを確認しておく必要がある。

4. 痕跡不等流逆算法の水理的意味とその適用条件

この手法では、まず粗度係数が一定と考えられるいくつかの区間に解析対象区間を分割する。次に流量観測データから、分割された各区間の最大流量を推定する。得られた最大流量を用いて、各区間ごとに粗度係数を変えて不等流計算を行い、痕跡水位縦断変化と計算による水位縦断変化が一致するような粗度係数を各区間ごとに求める。この時各区間の下流端には痕跡または実測最大水位を与える。ところで、痕跡水位は各地点の最大水位に等しい。また図2からわかるように、痕跡水位の縦断分布は各時刻の水位縦断分布の包絡線である。したがって、痕跡水位の勾配は、その地点で最大水位が発生する時刻の水面勾配に一致する。以上から、本手法は次式に基づき n 値を求めることを意味する。

$$n = \frac{A_{\max} \cdot R_{h\max}^{2/3}}{Q_{q\max}} \cdot \sqrt{\frac{Q_{q\max}^2}{g \cdot A_{\max}^3} \cdot \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h\max} - \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_{h\max}} \dots\dots\dots (4)$$

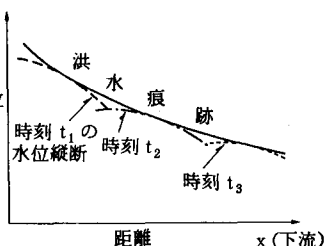


図2 痕跡水位の意味

ここで添字 $q_{\max}$ 、 $h_{\max}$ の付けられた記号は、それぞれ最大流量発生時及び最大水位発生時の水理量を表わす。上式から、本手法により精度良い逆算値を得るためには次の3条件が満たされる必要があることがわかる。

- ① (2)式右辺の第1項、2項が他の項に比較して無視できる程小さい、② 最大流量と最大水位発生時の流量に大きな差がない、③ 最大流量の推定が精度良く行われる。

最初の条件は、逆算式(4)式において非定常項が省略されていることから、2番目の条件は、やはり(4)式において最大水位発生時の流量 Q_{hmax} を使うべきところに最大流量 Q_{qmax} を使っていることから必要となる。以下で、この3条件を満たすための条件について考察する。

(1) 非定常項を無視できるための条件

洪水時の運動方程式中の各項の大きさについては、実測値などから見積もりが行われている。ここでは、全国の代表的な河川に適用した不定流計算結果（検証済み）を用いて、主要流観地点における(2)式右辺の各項の値を比較し、非定常項の重要性についてより一般的な検討を行った⁵⁾(図3)。なお、図3にプロットされた点は流量増加期のものである。この図から、1/10000 程度の小さな河床勾配の場合でも非定常項である第1、2項は支配的な項である第4項の5%に満たないことがわかる。したがって、水門操作や氾濫、河道への津波の遡上などによる変化の速い特殊な非定常流を除く通常の洪水における非定常項は無視できると考えられる。

(2) 最大水位発生時の流量 Q_{hmax} と最大流量 Q_{qmax} との差が小さくなる条件

通常、水位 H ～流量 Q 曲線は図4に示されるように一洪水中にループを描くので、 $Q_{hmax} < Q_{qmax}$ となる。したがって、 Q_{hmax} を使うべきところに Q_{qmax} を用いている痕跡不等流逆算法では、 Q_{hmax} と Q_{qmax} とのズレによって次のような誤差が生じる。

$$r = \frac{n'}{n} = \frac{Q_{hmax}}{Q_{qmax}} < 1 \quad \dots\dots\dots (5)$$

n : 正しく逆算された粗度係数
 n' : 痕跡不等流逆算法による逆算値

r を支配するパラメータを調べるため、開水路非定常流れの近似式として速水の提案した拡散型方程式を用い解析的な考察を行うと、広長方形一様断面の分合流のない単一河道で下流端水位が一定の場合、 r が次に示すような2つのパラメータ p 、 L_* により決定されるという結果が得られる。

$$r = f(p, L_*) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$p = \frac{-n^2 \cdot \ddot{H}}{2 I_b^{1/3} \cdot h_{hmax}^{1/3}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$L_* = \beta \cdot L \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{I_b}{h_{hmax}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 16p}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 I_b : 河床勾配、 h_{hmax} : ピーク水位発生時の水深、 $\ddot{H}$: 対象地点における水位ハイドログラフの時間に関する2階微分（最大水位発生時）、 L : 下流端からの距離、 β : L を無次元化するパラメータ、である。(6)式の具体的な関数形を調べるため、一様勾配、一様断面の広長方形水路について不定流計算を行った。図5は、その結果得られた種々の p についての

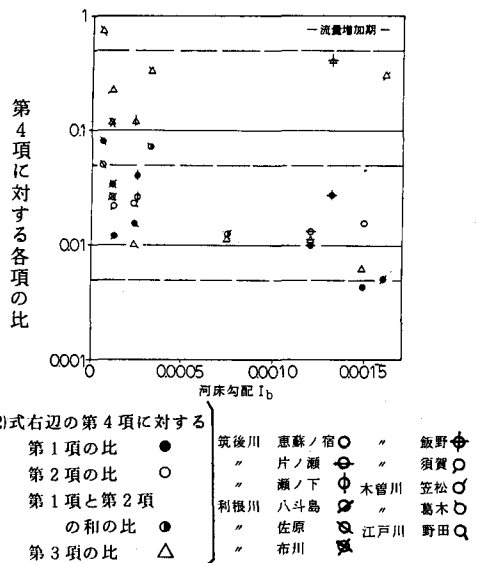


図3. 洪水時の(2)式右辺における各項の重要度（全国代表河川の主要流観地点における値より求めたもの）

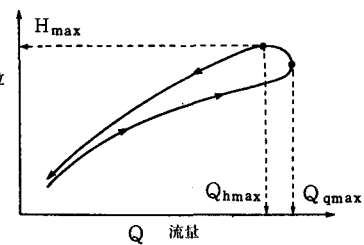
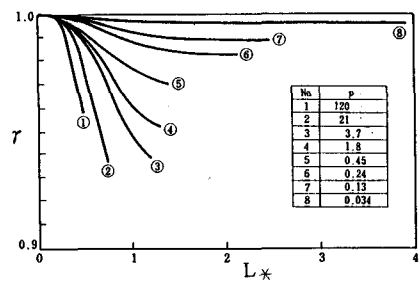
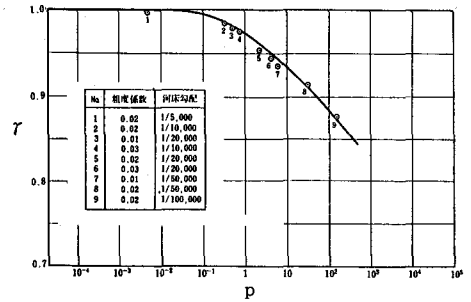


図4. $H \sim Q$ 曲線の例



— 広長方形断面の一様水路での不定流計算による —
 図5. 種々の p についての $r \sim L_*$ 関係

$r \sim L_*$ 関係を示したものであり、図6は、 $L_* \gg 1$ すなわち河道長が無限度の場合の $r \sim p$ 関係である。これらの図から以下のことがわかる。河道長が無限度、すなわち下流端の影響を受けない所では r が p だけの関数となり、 p が大きい程 r の1からの低下量が大きくなる。精度低下につながる p の増加の主な要因は、(7)式からわかるように I_b の減少と $\bar{H}$ の増大である。一方下流端に近づく、下流端では水位が一定となるため r が1に近づく。以上から、 r が1から低下し逆算値の精度が落ちるのは、 p が大きく、しかも下流端（例えば河口）からある程度離れている場合である。



— 広長方形断面の一樣水路での不定流計算による —

図6 r と p との関係（河道長が無限度の場合）

下流端水位が変動する場合には、上記の場所の他下流端近傍においても誤差が増大する可能性が高くなる。これは、下流端水位が最大になる時刻と下流端における最大流量発生時刻との間に相関がないので、下流端水位の影響を受ける下流端近傍での最大水位発生時の流量と最大流量とが大きく異なる可能性が高いからである。また、下流端水位の変動によって下流端付近では局所的に流量が変化するため、最大流量をそれより上流の流観データから推定することも困難である。以上の理由から、下流端水位の変動が無視できない範囲においては、痕跡不等流逆算法に確実な精度を期待できないと考えられる。

以上の考察から、 r が1から小さくなることにより痕跡不等流逆算法の適用が不適当となるのは、i) 河口からある程度離れ、かつ p 値が大きい（1以上）区間、ii) 下流端水位変動の影響が無視できない区間、の2つである。なお、下流端水位変動の原因としては、河口における潮汐や支川を解析対象とする場合の本川水位変化を考えれば良い。

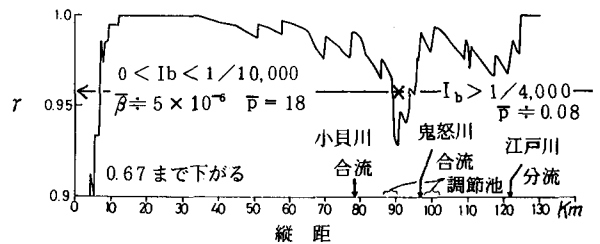


図7 実河道における r の縦断分布（昭和56年8月洪水波形を与えた利根川での不定流計算による）

しかし一般に日本の河川では、実際上 i) の条件は問題にならない。これは1からの低下量が大きくなるのに要する河口からの距離がかなり大きく、通常その距離の間で河床勾配が大きくなり p 値自体が0.1以下になるからである。図7は、その代表例として利根川下流部における r の縦断分布を不定流計算結果から求めたものである。図より、潮汐の影響を受ける0～10kmを超えて上流に行くと r 値が1から漸減するものの、勾配が増大する90kmを過ぎると再び r 値が1近くに戻り、結果として r の1からの低下量が実際上問題にならない程小さいことがわかる。

(3) 最大流量の推定誤差についての考察

流量観測地点が少ないために観測所間の最大流量を推定する際の誤差は、観測値自体の誤差と異なり軽減することができる。そこで、流量観測所間の最大流量推定法について考察する。図8に示すように、観測所間の最大流量推定には、A～Cの3つの方法が考えられる。なお、ここでは議論を単純に進めるため、分合流のない1本の河道を考え、流量は下流に行くにつれ通減すると考える。Aは、ある区

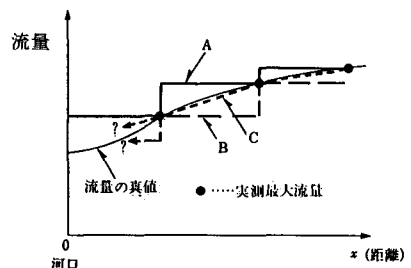


図8 流量観測間の流量推定法

間の最大流量を上流側の流量データに等しいとする方法、Bは下流側の流量データに等しいとする方法、Cは上下流の流量データを直線で結ぶ方法である。方法Aによれば最大流量が大き目に、Bによれば小さ目に推定される。したがって(4)式からわかるように、方法Aでは粗度係数の逆算値が小さ目に、方法Bでは大き目に算定され、方法CはA、Bの中間となる。最大流量を大き目に推定することは逆算値を小さくすることにつながり、これは、河道計画上ある面では危険側の粗度係数推定となり得る。こうしたn値の過小評価は特に河口付近に起こりやすい。すなわち河口付近では、上流側にしか流量データがないので最大流量を上流側のデータのデータから推定することが多く、流量が逆減している場合には最大流量の過大評価につながるからである。したがって各地点での最大流量を推定するに当たっては、単に最大流量を大き目に取るのではなく、不定流計算結果などを参考にして、極力実態に近い値を与える必要がある。

5. 局所不等流逆算法と局所等流逆算法の水理的意味とその適用条件

(3)式において()内の第1、2項を省略した式に基づく逆算法が局所不等流逆算法、さらに第3項まで省略した式に基づく逆算法が局所等流逆算法である。これら2つの手法が有効となるためには、

①省略した項が無視できる程小さい、②水位観測所間の距離 Δx の大きさが適切である。
 という2つの条件が満たされる必要がある。以下で、これらについて考察する。

(1) 省略した項が無視できる条件

局所不等流逆算法では(2)式右辺の第1、2項が他の項に比較して充分小さいこと、局所等流逆算法では第1～3項が他の項に比較して充分小さいことが必要となる。4.(1)で述べたように、通常の洪水では(2)式右辺の第1、2項は充分小さいと考えてよい。一方、第3項については、図3からわかるように、第4項に対して無視できない大きさであることがわかる。したがって、基本的には、局所等流逆算法の適用は好ましくないと考えられる。

(2) 水位観測所間の距離 Δx の適切な取り方について

Δx は次のような条件を満たす必要がある。第1に、川幅程度以上2つの水位観測所が離れていることである。 Δx が短かすぎると、流下方向の平均的な水面勾配だけでなく、河床地形や湾曲などの影響による局所的な水面勾配が測定される可能性が高く好ましくないと考えられる。第2は、水面勾配が精度良く測定できる距離だけ水位観測所が離れているという条件である。實際上充分な精度で推定できる水位差はせいぜい50cm程度であることから、 Δx について次式が満足される必要があることになる。

$$\Delta x > 0.5 / I_b \quad [m] \dots\dots\dots (10)$$

ところで、河床勾配 I_b が小さくなると、ここで取り上げた Δx に関する条件と、(1)で示した第3項を考慮するという条件を両立させることが困難になる。これは、 I_b が小さいため Δx を大きく取らざるを得ない状況では、 Δx 離れた2つの水位観測所の河積変化を無視することになるため、局所等流逆算法と同じように第3項を過小評価することにつながるからである。こうした影響が実河川でどの程度現われるかを調べるため、図7に示したものと同一モデ

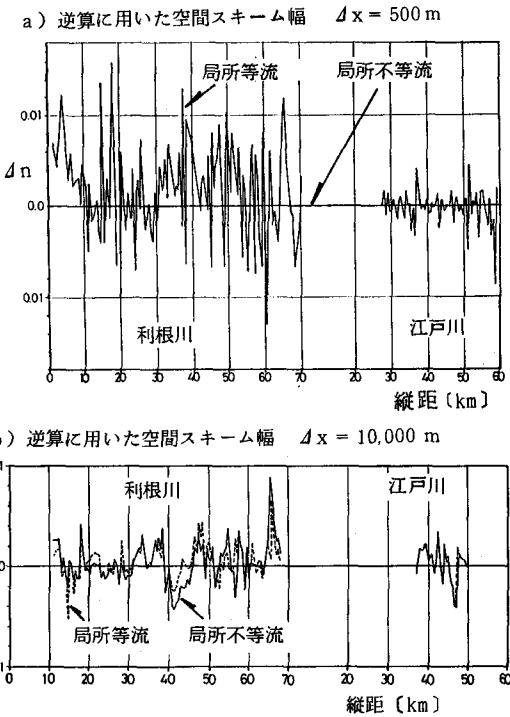


図10 局所等流逆算法と局所不等流逆算法による逆算値と局所不定流逆算法による逆算値との差 Δn

ル計算により、利根川下流部と江戸川について、種々の Δx を用いた場合の局所不等流及び局所等流逆算法による逆算値と局所不定流逆算法による逆算値との差 Δn を求め、図10に示した。なお、局所不定流逆算法においては Δx をすべての場合に 500m とし、500 m よりも Δx を大きくとった他の手法と比較する際には、その区間で平均した値を比較対象のための逆算値とした。図より、

Δx を充分短くとった場合（500m）には、不定流と不

等流の結果はほぼ等しく、また等流の Δn は第3項を考慮していないため実用上無視できない程変動していることがわかる。 Δx を大きくとると（10,000 m）、前述の理由により不等流の Δn が大きくなり、等流の Δn とはほぼ同じ値を示すようになる。図11は、 Δn の変動の標準偏差と Δx との関係を示したものであり、 Δx が大きくなると、等流の Δn が漸減し、不等流の Δn は急激に増加した後、等流の Δn に近づいている。以上から、緩流河川において Δx を大きく取る必要がある場合には、得られた局所不等流逆算法による逆算値と、 Δx 間の平均的な粗度係数との間に平均して 0.0025 程度の差（図11）が生じることがわかる。こうした原因による誤差を防ぐには、i) 痕跡不等流逆算法に準じた方法、すなわち下流側の水位観測所の水位を出発水位として不等流計算を行い、上流観測所の水位と計算水位とが合うような平均的な粗度係数を見つけてという手法をとる、あるいは ii) 図10b)図で $\Delta n = 0$ となるような場所を選定して水位観測を行う、ことが必要となる。

6. 粗度係数逆算法選定にあたっての基本的な考え方

ある区間の平均的な粗度係数とその縦断分布を求める際には、痕跡不定流か痕跡不等流逆算法を用いることになる。このうち前者は、3.で述べたような欠点を持っているので、労力が大きい分だけ精度良い結果が得られるとは限らない。したがって下流端水位変動の影響が及ぶ区間以外では、痕跡不等流逆算法の適用が望ましいと考えられる。一方下流端水位変動の影響が及ぶ河口近傍や合流点近傍の支川では、痕跡不定流逆算法の適用が必要となる。痕跡水位が取られていない場合、あるいは粗度係数の時間変化特性を知る必要がある場合には、局所不定流・不等流・等流逆算法を用いる。このうち局所等流逆算法には十分な精度を期待できないので、用いることは好ましくない。通常の洪水を対象とする場合には、局所不等流逆算法を用いれば充分である。ただし河床勾配が小さい場合には、5.(2)で述べたように不等流計算を用いた方法と逆算に適した水位観測点の選定が必要となる。局所不定流逆算法は、水門操作や津波などによる時間変化の大きい流れに対して用いる。なお、次のような場合には、すべての逆算法が適用条件からはずれると考える必要がある。1つは、堰上げの影響を強く受けている区間を対象とする場合である。こうした区間では、粗度係数の変化による水位変化が小さいので、水位測定の実誤差が逆算値に大きな影響を与え、精度良い逆算が期待できない。もう1つは、抵抗項の占める割合が小さい急変流や非定常性の強い流れを対象とする場合である。

<参考文献>

- 1) 建設省河川砂防技術基準（案）一調査編一、第6章第2節、「粗度係数」、山海堂。
- 2) 建設省河川局・土木研究所；河川の粗度に関する研究、第25回建設省技術研究会報告、1971。
- 3) 木村俊晃：矩形状一様水路における洪水流の頂点・鞍点の伝播速度と水深・流量変化に関する理論的考察、土木研究所報告、第10号、1958。
- 4) 木下武雄：不定流計算への道、伊藤剛編、数値計算の応用と基礎、第8章、アテネ出版、1971。
- 5) 建設省河川局・土木研究所：流出・流下形態の変化に伴う洪水被害軽減対策に関する研究、第38回建設省技術研究会報告、1984。
- 6) 速水頌一郎：洪水流の理論について、土木学会水工学論文集、水工学の最近の進歩、土木学会、1953。

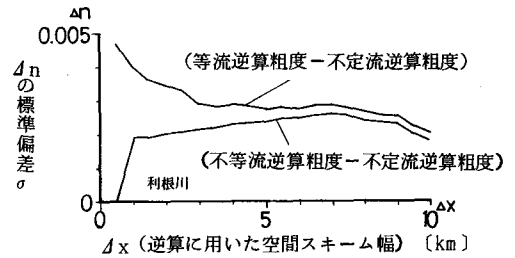


図11 Δn の標準偏差と Δx との関係