

水質情報にもとづく降雨-流出システム解析についての一考察
Discussion on Rainfall-Runoff System Analysis
on the Basis of Water Quality Information

山梨大学工学部 正 員 坂本 康
山梨大学工学部 正 員 竹内邦良

1. はじめに

著者らは、流出解析に水質情報を利用することを検討してきた。前報(坂本・竹内(1986))では、分布定数型モデルにより簡単な斜面での流出機構と水質との関連を示した。しかし、分布定数型モデルにより実流域の水質を説明するのは現実には困難である。実流域については、集中化したモデルで水量・水質の両者を説明し、また逆に水質からモデル・パラメータを推定することを検討する必要がある。本稿では、この立場から降雨-流量関係を集中定数型システムとして扱うときに水質情報がどのように役立つかをシステム解析と水質の基礎にかえて検討する。

本稿では、まず従来の水文学で使われていた流出成分の概念、および流出モデルを水質との関連で再検討する。流出成分の概念の検討では、成分概念を限定して成分水質を想定する。流出モデルの検討では、システム解析の考え方にそってモデルを再分類し、水質を説明できる真の「物理的」モデルの要件を指摘する。次に、簡単な実験斜面での流出について水量・水質を線形タンクで表わせるかどうかを検討する。

2. 流出成分と水質

2.1 水文学での流出成分の内容

水文学では水の物理的動きに関する概念は「流出成分」ということばに集約されている。したがって、水質を流出解析にどのようにとりいれるかは、成分をどのようにとらえるかによる。

流出成分の分類については Ven Te Chow (1964) の Fig.1 がよく使われる。この分類では、prompt or delayed subsurface runoffという概念があいまいである。これは、

(1) 早い流出・遅い流出というシステムの応答特性と関連づける分類。

(2) 表面・中間・地下水流出というシステムの物理的構造と関連づける分類。

とが混合されているからである。(1)は(2)の結果であり、水質を考えると(2)を対象とする。このとき、(2)の分類について水質との関係を明確にする必要がある。

中間流出の定義としては高瀬信忠(1978)のように「表面流出と地下水流出の中間経路をとるもの」とすることもあるが、水質を考える上ではより物理的意味のある定義が必要である。Ven Te Chow 自身は「表層土への浸透水が一時的な浅い宙水(perched groundwater)として上部土層を側方へ流れて川に達するもの」としている。榎根勇(1980)は「地下水流、ホートン地表流および飽和地表流以外の流れを一括したもの」として、腐植土流、不飽和側方浸透流、飽和側方浸透流、復帰流、基盤中間流、パイプ流からなるとしている。高棹ら(1970)は、早い中間流出として、(1)多孔質の表層土壌の流れ、遅い中間流出として(2)断層面や岩の割れ目の流れを考える。藤田ら(1982)は遅い中間流出としてさらに(3)地下の地層境界の流れも考えている。以上が中間流出の定義として広く認められているものといえるが、人によって重点の置き方はさまざまである。例えば、金子良(1973)、中野(1976)は、(3)に重点をおき、市川(1980)は(2)に重点をおいている。ところで、山腹斜面水文学の立場では、「流出発生域変動概念(variable source area concept)」が重要になってきている。その理由は、「表面流ではホートン流ではな

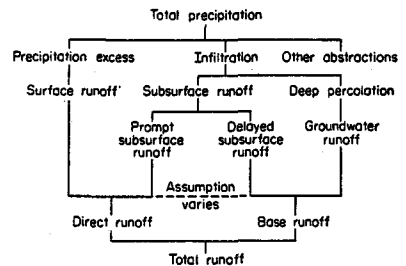


Fig.1 Runoff components.
(by Ven Te Chow)

い飽和地表流が、地中流では浅い地中流、特に飽和の浅い地中流が流出にとって重要である」という認識が一般化し、そのような流出を生ずる飽和域は主に河川流路近傍にできるためである。つまり、この立場では中間流出は飽和の浅い地中流、つまり (1) である。また、(1) では水質の変化を受けやすい表層土層を流れるため、水質的に明瞭な特徴を有する中間流出となる。この点から水質で判断できる中間流出としては (1) を考えるのが妥当であろう。表面流出・地下水流出も水質により限定される。すなわち、表面流出は地中での水質変化をうけないものとなり、河道表面降雨も含むが復帰流は含まない。また、地下水流出とは滞留時間が長く水質的に安定した飽和浸透流出といえる。ただし地中水についてはトリチウム等を用いるときなど、

(3) pre-event and event water (旧・新水と呼ぶ) という、水そのものの起源による分類。も考えられる。以上のように流出成分を整理し、各成分の水質の特徴を次に考える。

2.2 各流出成分の水質の原因

自然水の主要な無機水質成分を供給源で分類すると、

- | | | | |
|----------------|-----------|----------|----------------------|
| a. 風送塩 - 汚染型 | Na, K, Cl | c. 風送塩型 | SO_4 |
| b. 風送塩 - 岩石土壌型 | Mg, Ca | d. 岩石土壌型 | Si, HCO_3^- |

となる (菅原・半谷 (1975))。表面流と浸透流で違いが大きいのは d. である。このうち HCO_3^- より Si の方が安定している。また、これら無機水質成分の他に、生物活動の活発な場では C, N についても考慮しなければならない。

次に、中間・地下水流出の水質の違いを森林土壌形態に基づき検討する。わが国で代表的な森林土は、適潤性褐色森林土、乾性褐色森林土である (土壌分類は林業試験場土壌部の「林野土壌の分類」(1976) による)。同じ山腹斜面で乾性土は上部の比較的乾燥したところ、適潤性土は下部の湿潤なところに存在する。日本では多雨のため斜面上部の乾性土では塩基性カチオンが著しく溶脱される。一方斜面中腹から下部にみられる適潤性土では上部より Mg, Ca が集積されて置換性塩基量が高い。また、適潤性土は有機物の供給が豊富で、極端に乾いたり湿りすぎないため生物活動が盛んであり、C, N についても濃度が高い。吉田ら (1980) は同一斜面に属する乾性土壌、適潤性土壌で N の変化を調べ、前者は無機化活性が小さく、硝化活性が微弱であるのに対し後者では生成した無機態 N のほとんどすべてが NO_3^- であることを示した。中根 (1975) は土壌有機物の動態モデルによって、斜面下部ほど有機物の分解、および下層への供給が大きいことを示した。これらのことから、前述のように流出成分を主に河川近傍の source area の部分で考えると、この部分は溶質、特に生物反応による水質成分の source area と重なり合っているといえる。特に N については河川近傍の表層が移動性の高い NO_3^- の供給源となっており、中間流出に特徴的に高いと想定できる。

以上で成分の水質は整理できたので次に流出成分が流出モデルでどう表現できるか考察する。

3. 流出システムのモデル化について

3.1 流出現象の動的システムとしての取り扱い方

流域は降雨を入力、流量を出力とし、内部に積分器をもつ動的システムとして認識できる。

「一般に動的システムの挙動を数量的にとらえる方法は、つぎの 2 つに分けられる：

- (1) 入力に対する出力の關係に注目。 (2) 内部状態を代表する状態ベクトルに注目。

内部状態は入力に支配され、出力は内部状態を反映するから、入力 → 内部状態、内部状態 → 出力の両關係から状態ベクトルを消去すれば (1) の見地が得られる。したがって (2) の方が (1) よりも情報量が多く、(1) でとらえ難いようなシステム特性を明らかにする途が拓かれる。」(高橋安人 (1980))。 (1) に対する方法は伝達関数法、(2) に対する方法は状態空間法といわれる。計算上の技法としては、(1) では高階の微分方程式のラプラス変換により伝達関数、あるいはそれに対応した周波数応答関数を求める。(2) ではベクトル微分方程式の形で書かれるシステム状態方程式の解を求める。「伝達関数は二つの大きな限界を持っている。一つはそれが線形定常シ

システムにしか適用できないことであり、もう一つはそれが主として定常状態における応答しか表現していないことである。」（木村英紀(1976)）。また、システム方程式が与えられれば伝達関数は一意的に定まるが、伝達関数が与えられても対応するシステムは無数（それぞれを相似なシステムという）考えられる。このとき、状態変数は数学的実態ではあるが必ずしも物理的実態ではない。このような点から、水質と結びつけられる流出システム解析法は「物理的意味のある状態変数を用いた状態空間法」となる。これらの点から次に従来の流出モデルを検討する。

3.2 流出モデル

水文流出モデルでは、上記のシステムの扱いの違いには一般に意識的でない。そこでシステム解析的視点で一般的流出モデルを分類すると以下ようになる。

	集中定数系	分布定数系
数学的	伝達関数法－線形応答モデル 状態空間法－貯留関数法、 タンク・モデル	
力学的	?	斜面についての kinematic wave 法

集中定数システムのうち伝達関数法である線形応答モデルは、早いor遅い成分を考えるもので前述のように水質となじみにくい。貯留関数法、タンク・モデルは貯留量を内部状態変数にとった状態空間法と考えられる。これらは、「物理的」とされているが、水質と関連づけられるほど物理的である保証はない。この点を「非線形性」の検討によってみる。

システムの線形性は、一般には「十分時間がたって定常状態に達したときの入力－出力関係」について定義される。これに対し上記流出モデルでは、「定常状態の入力－出力関係の非線形性」を「過渡応答も含めた状態変量－出力関係の非線形性」に置き換えて表現する。貯留関数法では、遅滞時間を考え貯留量と流量の関係の二価性を取り除き、流量を貯留量の p 次関数として非線形性を表現する。タンク・モデルでは複数のタンクを用いて遅滞効果を出し、貯留量と流出量の非線形関係は折れ線で近似する。このような置き換えは「非線形性」の検討では一般的ではあるが、(1) 状態変量－出力関係の非線形性というシステムの本質的非線形性と、(2) 過渡応答をみているための見掛けの非線形性が混同されるおそれがある。(2) については4.で検討するとして、まず(1)を考える。

流出システムで線形性を仮定する根底には、水理水頭勾配と流量の線形性を保証するダルシー則があると考えられる。ところが実際には従来の流出モデルでは水頭という力学的概念が含まれていない。この点で水質を説明できるほど物理的モデルかどうかは疑問である。なぜならそのようなモデルでは、(1)貯留がどのような空間的配置でなされているか？(2)貯留量と水理水頭、透水性の関係はどうなるか？で生じる非線形性を定量的に取り込んでいないからである。したがって、水質も説明できるモデルを考えるなら、状態変数として水理水頭をとらないにしても貯留量－水頭関係を念頭におき、現場の地形・地質条件を取り入れる工夫をしなければならない。

4. 実験データによる検討例

ここでは室内斜面流出実験の結果を貯留量－流量関係を線形としたモデルで近似し、また水質をシステム・パラメータの推定に利用することを試みる。実験は十分湿らせた状態（遅くもなくすべて有効降雨となる）で飽和貯留水のある斜面で一定降雨強度で行なった。実験結果を、E.C.により分離した新・旧水成分流出量 (Fig.2)、貯留量－流出量関係 (Fig.3)について示す。貯留

量-流出量関係は非線形な二価関数を示す。この条件では、貯留関数法ではこの関係を説明できない。タンク・モデルでは一つのタンクが一つの地層に対応すると考えることがあるので、実験斜面を一つのタンクで表わすモデル (1) (Fig.4) をまず考える。このときはどの時点でも貯留量-流出量関係は線形であり、実験結果を説明できない。非線形なタンクを考えても同様である。(2)は二価性を表現するためにおくれ系を付け加えたものである。不飽和部がおくれ系として働くことを想定している。二次以上の線形システムのバクトル微分方程式

$$dX(t)/dt = A \cdot X(t) + U(t)$$

の解は自由応答と入力に関する畳み込み積分 (convolution) の和となる。(A, Uは行列)

$$X(t) = \Phi(t) \cdot X_0 + \int_0^t \Phi(t-\eta) \cdot U(\eta) d\eta$$

$$\Phi(t) = I + A \cdot t + 1/2! A^2 \cdot t^2 + \dots$$

これは、一般には解析的には求められないが、ここでは上段の 50% 流出は下段の状態は反映しないとしているので、上段からの流出を解いて、その結果を下段への入力とすることができ、

$$x(t) = \exp(-at) \cdot x_0$$

$$+ \exp(-at) \cdot \int_0^t \exp(a\eta) \cdot u(\eta) d\eta$$

となる。(2)についての解析解も Fig.4に示す。この式を変形すると、Sはqの項、dq/dtの項、入力に関する項の和として表現できる。つまり、S-q関係を考えるとシステムが簡単な線形系であっても過渡応答時には見掛けの非線形性を示す。星ら(1982)は斜面流出についての kinematic wave 法の理論解を使って貯留関数型モデルの非線形項を示しているが、この例では線形システムでも過渡応答ではみかけの非線形性を示すことがわかる。しかし、このモデルでは流出が一つの積分器だけから起こるので水質は説明できない。

(3)は上段からの流出も考慮したものである。解からわかるように、ある時定数がある積分器からの流出を表わしているわけではない。このモデルを使って流量変化を近似したものも Fig.4に示す。パラメータの決定には水質で分離した新・旧水流出量変化を使った。実際水質を使うことでパラメータの決定は容易であった。この式についても、Sとq、dq/dt、入力との関係に変形でき、理論上はこの関係を使って流量データだけからパラメータを推定できるはずであるが実際は dq/dtを求めるときの誤差が大きく、水質を用いないとパラメータの推定は難しい。ここで、各タンクからの流出応答、パラメータの大きさを比べると、早い応答を示す上段は空間的に上部にある不飽和部からの新水流出を表現しているのではなく、飽和部からの旧水流出を表現している。こうなるのは実験斜面が十分湿っていて capillary fringe の効果が大きいためである。

飽和部、不飽和部がともに降雨の影響を直接うけるとして (3)を修正したものが (4)である。このモデルでは p_1 と $C_1/(C_1+C_2)$ の大小が相補的に働き、複数のモデルでよく似た応答を示す。

ここでは不飽和部についても貯留量-流出量に線形関係を仮定した。それでもある程度近似できたのは、十分湿った初期条件であったためである。不飽和部の貯留量-水理水頭関係が非線形性の原因とするなら、この不飽和鉛直浸透をうまく集中化できるかどうかシステム全体の成否を左右する。

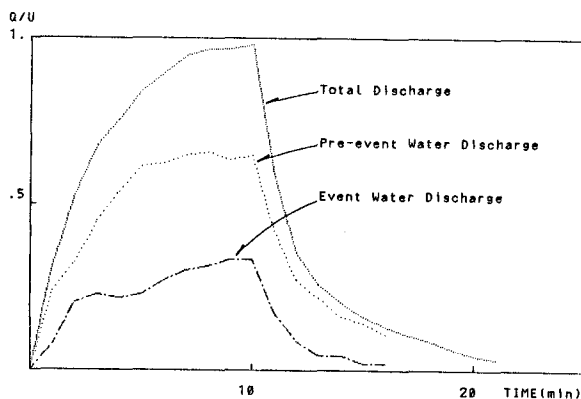


Fig.2 Pre-event and event water discharges identified by E.C.

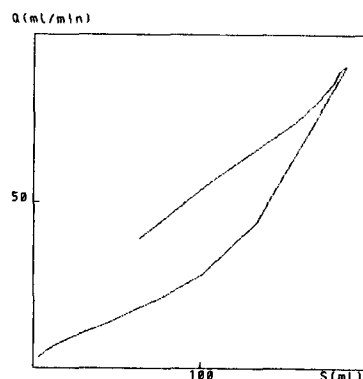
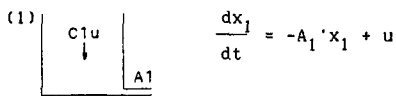


Fig.3 Relationship between storage and discharge from experimental slope.

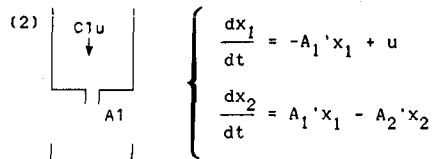


$$\frac{dx_1}{dt} = -A_1' x_1 + u$$

$$q_1 = A_1 x_1$$

$$q_1 = A_1 x_{10} \exp(-A_1' t) + C_1 u (1 - \exp(-A_1' t))$$

$$S_1 = \frac{C_1}{A_1} q_1$$



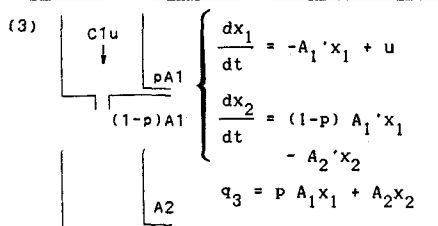
$$\frac{dx_1}{dt} = -A_1' x_1 + u$$

$$\frac{dx_2}{dt} = A_1' x_1 - A_2' x_2$$

$$q_2 = A_2 x_2$$

$$q_2 = A_2 x_{20} \exp(-A_2' t) + B$$

$$S_2 = \frac{A_1' + A_2'}{A_1' A_2'} q_2 + \frac{1}{A_1' A_2'} \frac{dq_2}{dt}$$



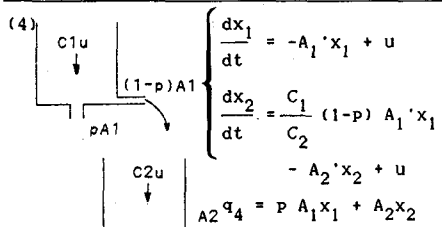
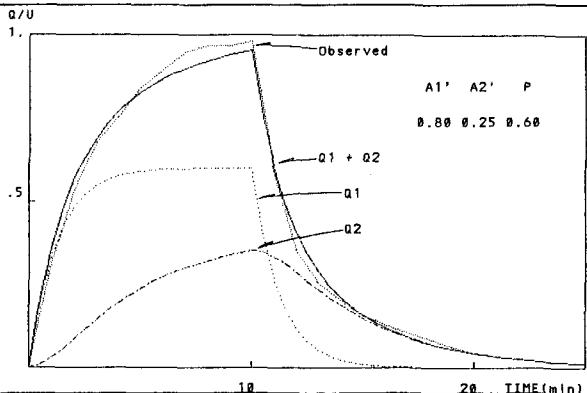
$$\frac{dx_1}{dt} = -A_1' x_1 + u$$

$$\frac{dx_2}{dt} = (1-p) A_1' x_1 - A_2' x_2$$

$$q_3 = p A_1 x_1 + A_2 x_2$$

$$q_3 = p q_1 + A_2 x_{20} \exp(-A_2' t) + (1-p) B$$

$$S_3 = \frac{A_1' + A_2'}{A_1' A_2'} q_3 + \frac{1}{A_1' A_2'} \frac{dq_3}{dt} - \frac{p}{A_2'} C_2 u$$



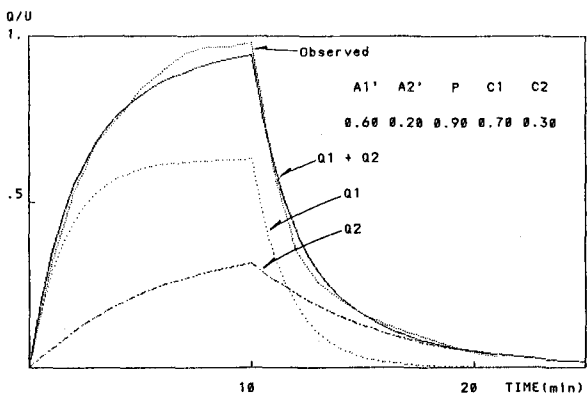
$$\frac{dx_1}{dt} = -A_1' x_1 + u$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{C_1}{C_2} (1-p) A_1' x_1 - A_2' x_2 + u$$

$$q_4 = p A_1 x_1 + A_2 x_2$$

$$q_4 = p q_1 + A_2 x_{20} \exp(-A_2' t) + \frac{C_1}{C_2} (1-p) B + C_2 u (1 - \exp(-A_2' t))$$

$$S_4 = \frac{A_1' + A_2'}{A_1' A_2'} q_4 + \frac{1}{A_1' A_2'} \frac{dq_4}{dt} - \frac{1}{A_1' A_2'} (p A_1 + A_2) u$$



where

$$A_1' = \frac{A_1}{C_1}$$

$$A_2' = \frac{A_2}{C_2}$$

$$B = \frac{A_1' A_2'}{A_2' - A_1'} x_{10} (\exp(-A_1' t) - \exp(-A_2' t))$$

$$+ C_2 u \left(1 - \frac{A_2'}{A_2' - A_1'} \exp(-A_1' t) + \frac{A_1'}{A_2' - A_1'} \exp(-A_2' t) \right)$$

Fig.4 State equations, observing equations, solutions for output and results of simulation.

5. まとめ

本稿での考察をまとめると以下ようになる。

1. 水質情報を流出システム解析に利用するためには、流出成分の概念を物理的意味の明確なものに限定する必要がある。本稿では中間流出を河川近傍斜面の表層土からの飽和-不飽和流に限定するのが適当と考える。そのとき中間流出に特徴的水質として NO_3^- が考えられる。
2. 流出現象を水質変化をも説明できるシステムとして解析するためには、物理的実態のある内部状態変数を使った状態空間法が適する。この点水理水頭が望ましいが、貯留量を使うときも水頭-貯留量関係に留意する必要がある。
3. 十分湿った簡単な斜面からの流出量は線形システムでも近似できる。しかし、過渡応答での貯留量-流量のみかけの非線形性、二価性を表現するためには一つの土層で二次以上のシステムを考える必要がある。この点で一つの土層が一つの積分器に相当すると考えるのは適当ではない。
4. さらに実験結果の水質変化をも説明するためには異なる積分器からの流出を想定しなければならない。このときそれぞれは旧水・新水の流出に対応し、旧水流出は降雨開始とともにすぐ現われる早い応答となる。これは capillary fringe の影響と解釈できる。また、一つの時定数が一つの積分器からの流出を表現していると考えるのは適当でない。
5. 簡単な斜面からの流出を線形システムであらわし、貯留量-流量の関係に書き換えると理論上は流量のみからシステム・パラメータを推定できるはずであるが、実際には水質の違いにより成分分離してそれにあわせてパラメータを推定するほうがはるかに容易で正確である。

流域流出水の水質変化のモデル化が困難なのは十分物理的な集中定数流出モデルがないことにもよる。今後は個々の流出素過程の物理的意味のある集中化が必要であろう。

(参考文献)

- 市川正己(1980):「水文学の基礎」、pp.169-170。
金子良(1973):「農業水文学」、p.41。
榎根勇(1980):「水文学」、pp.246-248。
木村英紀(1976):「動的システムの理論」、産業図書、p.36-37。
菅原健・半谷高久(1975):「地球化学入門」、p.160。
坂本康・竹内邦良(1986):水質変化の数値解析による斜面流出機構の検討、第30回水理講演会論文集、pp.31-36。
高棹琢馬・金丸昭治(1970):「水文学」、p.91。
高瀬信忠(1978):「河川水文学」、p.71。
高橋安人(1980):「システムと制御」、岩波書店、pp.26-27。
中根周歩(1975):生態学会誌、25, 206。
中野秀章(1976):「森林水文学」、p.138。
藤田睦博・神田徹(1982):「水文学-確率論的手法とその応用-」、pp.159-160。
星清・山岡勲(1982):雨水流法と貯留関数法との相互関係、第26回水講、pp.273-278。
吉田重明・春田泰次・仁王似智夫(1980):日林誌、62, 230。
Ven Te Chow(1964): Handbook of Applied Hydrology, 14-1。