

Kalmanフィルタを用いた流出予測における状態量とノイズ項の取り扱いについて

How to Treat the State and the Noise Terms in Runoff Forecasting Using the Kalman Filter

京都大学工学部 正員 宝 肇
 京都大学工学部 正員 高 棹 琢 馬
 青木建設(株) Barriga, J. A.

1. 緒言

水文学系の予測問題に初めて Kalman フィルタ理論を応用したのは1970年代前半の日野¹⁾であるが、そのアルゴリズムがコンピュータを利用したオンライン計算に適していることにより、以後十余年の間に国内外における多数の研究者により Kalman フィルタ理論を適用した流出予測手法が発展させられてきた。理論の適用にあたっては、用いる流出モデルが線型であるか非線型であるか、状態変数に何をとりか、ノイズ項の確率特性をどう考えるかなどに応じて種々の取り扱いがある²⁾。しかしながら、それらの取り扱いの優劣を比較検討した論文はほとんどないと言ってよい。本研究では、直接的あるいは間接的に観測される物理量を状態変数としてそれを Kalman フィルタによって時々刻々推定・更新しながら流出予測を行なっていく方法(ここではこれを「状態推定法」³⁾と呼ぶことにする)と、モデルパラメータを状態変数と読み替えてそれを Kalman フィルタによって時々刻々推定・更新しながら流出予測を行なっていく方法(これを「パラメータ推定法」と呼ぶことにする)とを比較検討する。また、そのどちらの方法に対しても、ノイズ項を定常とするか非定常とするか2通りの考え方があるので、どちらが合理的であるかを明らかにする。

2. ARMAX-Kalmanプレディクタ

2.1 状態空間モデルと Kalman フィルタ 時間とともに状態が変化するいわゆる動的システムは、システムの状態を表す p 個の変数(状態変数)からなるベクトル(状態ベクトル)を用いて

$$z_{k+1} = \Phi(k+1, k) z_k + \Gamma(k) w_k \quad (1A)$$

$$y_k = H(k) z_k + G(k) v_k \quad (1B)$$

のような形式で表示できる(ただし線型離散の場合)。ここに、 z_k は時点 k での状態ベクトル ($p \times 1$ 次元)、 $\Phi(k+1, k)$ は状態推移行列 ($p \times p$)、 y_k は時点 k でのシステムの出力(観測値)を表す q 個の変数からなる観測ベクトル ($q \times 1$)、 w_k はシステムノイズベクトル ($r \times 1$)、 v_k は観測ノイズベクトル ($s \times 1$) で、 $\Gamma(k)$ 、 $H(k)$ 、 $G(k)$ は係数行列(それぞれ $p \times r$ 、 $q \times p$ 、 $q \times s$)である。(1A)式は時点 k から $k+1$ の間の状態の推移を表す式で状態方程式、(1B)式はシステムの状態を観測する形態を示すもので観測方程式と呼ばれ、こうした形式のシステムモデルを状態空間モデルと言う。(1)式右辺の第2項すなわちノイズ項には何らかの確率特性が仮定されるのが普通であり、その意味で上のような式を特に確率過程の状態空間モデルと言うことがある。通常、ノイズベクトルは白色正規過程と仮定され、その期待値と共分散行列は以下のように与えられる。

$$E\{w_k\} = 0, \quad E\{w_k w_j^T\} = Q(k) \delta_{kj}$$

$$E\{v_k\} = 0, \quad E\{v_k v_j^T\} = R(k) \delta_{kj}$$

ここに、 E は期待値記号、 δ_{kj} はクロネッカーのデルタで、 $Q(k)$ 、 $R(k)$ はそれぞれ $r \times r$ 、 $s \times s$ の行列である。ノイズ項がない場合はシステムの推移は確定的に決まるので、決定論的状态空間モデルと言う。

Kalman フィルタとは、システムが上のような確率過程的状态空間モデルで表現されるとき、新しい観測値が利用可能になる度ごとに状態ベクトルの推定値を更新する一連の方程式のことである。時点 k までに利用可能な観測値を用いて得られる状態ベクトルの最適な推定値を $\hat{z}(k|k)$ 、その共分散行列を $P(k|k)$ 、同じ条件で1時点先の状態ベクトルの最適な予測値を $\hat{z}(k+1|k)$ 、その共分散行列を $P(k+1|k)$ と書くことにして Kalman フィルタのアルゴリズムは次のように要約できる。

i) 予測更新

$$\hat{z}(k+1|k) = \Phi(k+1, k) \hat{z}(k|k) \quad (2)$$

$$P(k+1|k) = \Phi(k+1, k) P(k|k) \Phi^T(k+1, k) + \Gamma(k) Q(k+1) \Gamma^T(k) \quad (3)$$

ii) Kalman ゲインの計算

$$K(k+1) = P(k+1|k) H^T(k+1) [H(k+1) P(k+1|k) H^T(k+1) + G(k+1) R(k+1) G^T(k+1)]^{-1} \quad (4)$$

iii) 観測更新 (新しい観測値 y_{k+1} を得て推定値を更新する)

$$\hat{z}(k+1|k+1) = \hat{z}(k+1|k) + K(k+1) [y_{k+1} - H(k+1) \hat{z}(k+1|k)] \quad (5)$$

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1) H(k+1)] P(k+1|k) [I - K(k+1) H(k+1)]^T + K(k+1) G(k+1) R(k+1) G^T(k+1) K^T(k+1) \quad (6)$$

システムが (1) 式のような線型離散型の式で表されない場合、Kalman フィルタを直接適用することはできない。このような場合には、非線型フィルタを用いたり、適当な線型化・離散化を施すことにより同等の流出予測のアルゴリズムを構成することができる。

2.2 ARMAXモデル 1. で述べた検討のために、以下のような線型時系列モデルを用いる。

$$y_{k+1} = a_1 y_k + \dots + a_n y_{k-n+1} + b_1 x_k + \dots + b_l x_{k-l+1} + c_1 e_k + \dots + c_m e_{k-m+1} + e_{k+1} \quad (7)$$

ここに、 y_k , x_k , e_k はそれぞれ時点 k におけるシステム出力 (たとえば流量)、システム入力 (たとえば雨量) およびノイズであり、 $a_1, \dots, a_n$; $b_1, \dots, b_l$; $c_1, \dots, c_m$ はモデルパラメタである。

(7) 式は、外生入力をもつ自己回帰移動平均モデル (Auto-Regressive Moving-Average model with exogenous input; ARMAXモデル) と呼ばれ、単一入力・単一出力システムの時系列モデルとしてしばしば用いられる。右辺の初めの n 項はAR-part, 次の l 項はX-part, 次の m 項はMA-part と呼ばれ、各partの項数を規定する n, m, l によって (7) 式をARMAX(n, m, l) と記すことにする。

2.3 ARMAXモデルの状態空間表現 ARMAXモデルは適当な変形によって状態空間表現をすることができる。その際、状態ベクトルに何をとりかによっていくつかの異なる表現形式が得られる。たとえば、 $z_k = [y_k, \dots, y_{k-n+1}, e_k, \dots, e_{k-m+1}]^T$ として

$$\begin{bmatrix} y_{k+1} \\ y_k \\ \vdots \\ y_{k-n+2} \\ e_{k+1} \\ e_k \\ \vdots \\ e_{k-m+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & \dots & a_n & c_1 & \dots & c_m \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & 1 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & & & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_k \\ y_{k-1} \\ \vdots \\ y_{k-n+1} \\ e_k \\ e_{k-1} \\ \vdots \\ e_{k-m+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & \dots & b_l \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ \vdots \\ x_{k-l+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} e_{k+1} \quad (8A)$$

$$q_k = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \begin{bmatrix} y_k \\ \vdots \\ y_{k-n+1} \\ e_k \\ \vdots \\ e_{k-m+1} \end{bmatrix} + d_k v_k \quad (8B)$$

ここに、 q_k は観測流量であり、(8B) 式はノイズ $d_k v_k$ の存在のもとで流量 y_k を観測するシステムを表している。この場合、(1) 式との対応は以下になる。ただし、(8A) 式は(1A) 式に入力項が付け加されているので、Kalmanフィルタのアルゴリズムにおいて、たとえば、 $x_k, \dots, x_{k-l+1}$ が確定入力であれば、その分を(2) 式右辺に加えてやるなどの操作が必要である。

$$\Phi(k+1, k) = \begin{bmatrix} a_1 & \dots & a_n & c_1 & \dots & c_m \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \Gamma(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{n \text{ 次元}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{m \text{ 次元}}$

$$w_k = e_{k+1}$$

$$H(k) = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

$$G(k) = d_k$$

もう一つ別の取り扱い、モデルパラメタ $a_1, \dots, a_n$; $b_1, \dots, b_l$ を状態変数とみなして、

$$\begin{bmatrix} a_1(k+1) \\ \vdots \\ a_n(k+1) \\ b_1(k+1) \\ \vdots \\ b_l(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1(k) \\ \vdots \\ a_n(k) \\ b_1(k) \\ \vdots \\ b_l(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1(k+1) \\ \vdots \\ w_n(k+1) \\ w_{n+1}(k+1) \\ \vdots \\ w_{n+l}(k+1) \end{bmatrix} \quad (9A)$$

$$y_{k+1} = [y_k \ \dots \ y_{k-n+1} \ x_k \ \dots \ x_{k-l+1}] \begin{bmatrix} a_1(k) \\ \vdots \\ a_n(k) \\ b_1(k) \\ \vdots \\ b_l(k) \end{bmatrix} + [1 \ c_1 \ \dots \ c_m] \begin{bmatrix} e_{k+1} \\ e_k \\ \vdots \\ e_{k-m+1} \end{bmatrix} \quad (9B)$$

とする。この場合、

$$z_k = [a_1(k), \dots, a_n(k), b_1(k), \dots, b_l(k)]^T$$

$$\Phi(k+1, k) = \Gamma(k) = I_{n+l} \quad ((n+l) \times (n+l) \text{ の単位行列})$$

$$w_k = [w_1(k+1), \dots, w_{n+l}(k+1)]^T \quad ; \quad G(k) = [1 \ c_1 \ \dots \ c_m]$$

$$H(k) = [y_k, \dots, y_{k-n+1}, x_k, \dots, x_{k-l+1}] \quad ; \quad v_k = [e_{k+1}, e_k, \dots, e_{k-m+1}]^T$$

ARMAXモデルを(8) 式や(9) 式の形式で取り扱い Kalman フィルタと組み合わせて将来の状態あるいはシステム出力を予測していく方式を、ARMAX-Kalman プレディクタと呼ぶ⁴⁾。1. で述べたように、Kalman フィルタ理論適用においては、状態変数を物理量とする((8) 式を用いた状態推定法)か、モデルパラメタとする((9) 式を用いたパラメタ推定法)かという2つのオプションがある。また、どちらの方法に対してもシステムモデルのノイズ項を定常とみなすか非定常とみなすかというもう2つのオプションがある。すなわち、Kalman フィルタのアルゴリズムにおいて(3) 式の $\Gamma(k) Q(k+1) \Gamma^T(k)$ および(4), (6) 式の $G(k+1) R(k+1) G^T(k+1)$ が k にかかわらず一定とするか、時間的に変化するとするかで

ある。便宜上これらのオプションをそれぞれオプションC (parameter Constant method ; すなわち状態推定法), オプションE (parameter Estimation method ; パラメタ推定法), オプションS (Stationary noise ; 定常ノイズ), オプションN (Nonstationary noise ; 非定常ノイズ) と略称することにして, これらを組み合わせた4つのプレディクタ (CS, CN, ES, EN) を比較検討する。

3. モデル同定

日単位の雨量・流量系列 (琵琶湖流域平均降水量と琵琶湖流入量のデータ) を対象とし, 1953~1969の17年 (6209日) をモデル同定期間とした。ARMAXモデルのパラメタ $a_1, \dots, a_n$; $b_1, \dots, b_l$; $c_1, \dots, c_m$ はモデル次数 $n=1, 2, 3$; $m=1, 2$; $l=1, 2$ の組み合わせ12通りについてそれぞれDavidonのアルゴリズムを用いた最尤法⁵⁾により同定し, 赤池の情報量規準 (AIC) により最適モデル次数を決定する⁶⁾。こうして求められる最適モデルのパラメタは, 状態推定法 (CSおよびCNプレディクタ) ではすべて固定される。一方, パラメタ推定法 (ESおよびENプレディクタ) では, $c_1, \dots, c_m$ は固定されるが, $a_1, \dots, a_n$; $b_1, \dots, b_l$ は状態ベクトルの初期推定値として使われる。Table 1 に同定結果としてAICの値および流入量のデータと計算値の誤差の二乗平均MSE ($(\text{mm/day})^2$) を示す。ARMAX (3, 2, 2) が最小AICモデルであった。

Table 1 Identification results.

Model (n, m, l)	MSE	AIC
(1, 1, 1)	21.23	19411.93
(1, 1, 2)	24.35	19783.67
(1, 2, 1)	24.06	19751.36
(1, 2, 2)*	—	—
(2, 1, 1)	31.30	20460.73
(2, 1, 2)*	—	—
(2, 2, 1)	22.02	19514.45
(2, 2, 2)	20.33	19301.12
(3, 1, 1)	21.11	19400.65
(3, 1, 2)	28.55	20216.76
(3, 2, 1)	24.40	19793.20
(3, 2, 2)*	20.16	19280.48

* indicates that the parameters were not optimized properly.

* denotes the minimum AIC model.

4. 予測性能の比較検討

同定期間より後の1970年から1974年の5年間のデータから1~3か月の予測性能検証用の期間を12期間選び, ARMAX (3, 2, 2)-Kalman プレディクタの予測性能を比較する。

さて, ノイズ項を非定常と考える場合 (オプションN) には, ノイズの統計量がどのように時間的に変化するのか仮定あるいは推定しなければならない。ノイズの統計量を時々刻々推定していく方法はいくつか提案されている。たとえば, Jazwinski⁷⁾は観測ノイズの共分散行列Rは既知としてシステムノイズの共分散行列Qを推定する方法を, Mehra⁸⁾は1ステップ先の予測誤差 $y_{k+1} - H(k+1)z(k+1|k)$ (innovationと呼ばれる) を利用してRおよびQを推定する方法を, Todini⁹⁾はARMAXモデルに状態推定用とパラメタ推定用の2つのフィルタを用意してRとQを推定していくMISP (Mutually Interactive State-Parameter estimation) と呼ばれる方法をそれぞれ提案している。わが国では, 高棹・椎葉¹⁰⁾, 星ら¹¹⁾の研究がある。これらとは異なる方法として, 筆者らは, ノイズ項の大きさが状態量あるいは観測流量の大きさに依存すると考え, ノイズの係数行列が状態量とともに変化する形式 (これを乗算的ノイズと呼んでいる) を採用している^{12, 13)}。本研究でもオプションNとしてこうした形式のノイズを用いることにする。

第1番目の検証データ (1970年1月から3月の3か月間) を用いて, 各プレディクタの計算条件 (ノイズの統計量と状態ベクトルの初期推定値の共分散行列) を次のように決めた。

CS, CN: (8A) 式のシステムノイズ e_{k+1} の分散 σ_e^2 は 4.0 にセットする。初期状態の推定誤差共分散行列の対角成分の値はすべて 10.0 とする。(8B) 式の観測ノイズ項については, CSの場合係数 d_k は 1.0, v_k の分散 σ_v^2 は 1.0 にセットし, CNの場合は係数 d_k は y_k の値を代入し, v_k の分散 σ_v^2 は 0.01 にセットする。

ES, EN: (9A) 式のシステムノイズベクトルの共分散行列の対角成分の値はすべて 0.1 に, 初期状態の推定誤差共分散行列の対角成分の値はすべて 0.01 にセットする。(9B) 式の観測ノイズベクトルの共分散行列の対角成分の値については, ESの場合はすべて 1.0 にセットし, ENの場合はすべて $(0.1 y_{k+1})^2$ とする。

Table 2 Comparision of the performance of ARMAX(3,2,2) predictors for Inflow data (mean square errors).

Period	Lead-Time (days)	Simple ARMAX model	ARMAX-Kalman predictors				Period	Lead-Time (days)	Simple ARMAX model	ARMAX-Kalman predictors			
			CS	CN	ES	EN				CS	CN	ES	EN
1 '70.1 '70.3	1	9.40	9.29	9.15	10.55	22.00	7 '72.9 '72.10	1	93.50	93.76	86.01	823.74	130.94
	2	9.37	9.14	9.13	12.05	19.63		2	93.68	95.57	94.57	4152.9	110.64
	3	10.70	10.73	10.67	13.47	21.00		3	96.10	96.72	94.47	29621.	137.13
	4	10.56	10.49	10.48	14.16	21.48		4	94.06	95.01	94.00	2.0E+5	135.43
	5	10.90	10.89	10.89	15.07	21.72		5	93.53	94.03	93.76	1.3E+6	142.72
2 '70.6 '70.7	1	14.11	14.10	13.80	26.34	79.74	8 '72.12 '73.2	1	5.62	5.68	5.70	4.58	8.47
	2	14.54	14.85	14.79	38.58	84.97		2	5.50	5.53	5.53	4.89	9.70
	3	14.84	14.93	14.82	39.82	110.68		3	5.71	5.71	5.73	5.29	10.28
	4	15.02	15.15	15.05	44.37	76.51		4	6.00	6.03	6.04	5.54	12.03
	5	14.96	14.98	14.95	32.17	126.73		5	6.01	6.02	6.01	5.63	12.69
3 '70.9 '70.10	1	7.32	7.38	7.36	11.58	16.49	9 '73.4 '73.5	1	6.11	6.21	6.29	7.05	15.21
	2	7.33	7.48	7.47	11.13	14.83		2	6.06	6.26	6.26	7.77	14.56
	3	7.49	7.50	7.48	7.39	17.13		3	5.99	6.01	6.04	9.13	17.77
	4	7.63	7.64	7.63	8.40	16.34		4	6.05	6.16	6.16	8.47	19.19
	5	7.86	7.87	7.86	9.59	18.83		5	5.98	6.02	6.01	9.12	17.52
4 '71.7 '71.9	1	41.85	41.80	38.73	48.60	52.12	10 '73.6 '73.7	1	2.34	2.42	2.43	1.57	2.85
	2	42.40	43.64	43.19	48.66	56.07		2	2.31	2.37	2.36	1.49	3.18
	3	42.16	42.45	41.49	50.58	54.51		3	2.25	2.24	2.25	1.36	2.86
	4	40.33	40.76	40.12	49.38	53.34		4	2.69	2.71	2.71	1.91	3.78
	5	39.58	39.94	39.90	48.89	53.21		5	2.68	2.68	2.68	1.85	4.07
5 '71.10	1	5.26	5.50	5.60	7.87	10.78	11 '73.10 '73.11	1	5.08	5.11	5.15	8.38	12.24
	2	4.38	4.56	4.57	7.20	8.86		2	5.02	5.09	5.09	6.30	12.17
	3	3.43	3.47	3.50	5.14	8.32		3	5.23	5.26	5.27	7.35	13.47
	4	3.21	3.26	3.28	5.16	8.80		4	5.21	5.25	5.25	7.26	14.49
	5	3.26	3.29	3.29	6.58	9.90		5	5.22	5.23	5.23	7.38	14.72
6 '72.7	1	55.70	55.03	51.44	238.05	143.51	12 '74.4	1	16.10	15.64	15.02	52.29	37.90
	2	60.92	62.32	61.53	342.16	193.06		2	17.90	17.69	17.54	55.01	60.89
	3	62.96	63.18	62.07	292.49	261.69		3	19.82	19.74	19.51	72.79	72.34
	4	65.41	66.00	65.16	413.00	305.89		4	20.92	21.01	21.07	98.89	70.06
	5	65.96	66.34	65.67	386.49	265.21		5	20.53	20.54	20.68	100.97	45.95

各期間における5日先までの予測誤差の二乗平均をTable 2 に示した。二乗平均誤差が大きい Period-4, 6, 7 は期間内に大きな出水を含んでいる。なお、リードタイムが2日以上の場合は降雨予測が必要であるが、各プレディクタの比較評価が本研究の目的であることから、降雨予測誤差はないものとした（完全降雨予測）。また、Kalman フィルタを使わないで、ARMAX(3,2,2) モデルで単純時系列予測した結果も併記してある。Table 2 より、以下のことが言える。

【1】ENプレディクタは、いつも悪い結果を与える。

【2】小出水期(Period-8 や Period-10) に対しては、ESプレディクタは他のものよりよい結果を与えるが、大出水に対しては予測性能が極めて悪い。特に Period-6 や Period-7 では予測が発散してしまっている。これは、パラメタを時々刻々推定するうちにパラメタの推定値が大きくなったときに大きな雨量や流量が観測され、それらが掛け合わせられたときにとんでもない予測流量が計算されることによる。

【3】EN, ESプレディクタは、初期推定の精度に非常に敏感であり、初期推定の精度が悪い（誤差共分散を大きく見積もる）と極めて悪い予測結果を与えることが何回かの試算により判明した。また、(9A) 式のシステムノイズベクトルの共分散行列の対角成分の値をさらに大きく見積もると、パラメタの推定値の時々刻々の変動幅が大きくなるので【2】に述べたと同じ理由により極めて悪い予測結果を与えることになる。システムノイズベクトルの共分散を小さく見積もっておかねばならないということは、すなわち、パラメタの初期推定値（モデル同定のステップで最適化された値）を重視す

べきことを意味し、通常のARMAXモデルによる単純予測と変わらないことになり、Kalman フィルタを用いる意味がない。結局、「パラメタ推定法」は「不安定な」予測方式であると言える。

【4】ほとんどの場合、「状態推定法」は「パラメタ推定法」よりよい結果を与え、「安定な」予測方式であると言える。

【5】CSとCNを比較すると、小出水ではCSがよいが、それ以外では常にCNの方がよい。Kalman フィルタを用いない通常のARMAXモデルと比較すると、小出水の場合通常のARMAXモデルの方がよい結果を示すこともある。しかしながら、中・大出水では常にCNが優れている。

【6】結局、非定常ノイズを考慮した状態推定法が予測手法として優れている。

5. 結 語

筆者らは、単一流域（面積数百 km^2 以下）あるいはいくつかの単一流域からなる複合流域におけるリアルタイムの洪水予測手法を展開してきた。その際、非線型の流出モデルの処理、ノイズ項の非定常性・有色性の考慮、降雨予測誤差の時空間構造の導入などの具体的方法について検討し^{2, 12, 13}、ノイズ項の非定常性を考慮することの重要性を示してきたわけであるが、本研究の結果はそれを支持するものである。ここで用いたモデル（線型の時系列モデル）、時間単位（日単位）と流域条件（3,848 km^2 の琵琶湖流域を単一入力・単一出力系とみなした）などは水文学的観点からはかならずしも十分ではないが、本研究の結果は非常に示唆的であって、非線型モデルの場合にパラメタ推定法を用いることの危険性は容易に類推されよう。

なお、本研究は、昭和61年度文部省科学研究費補助金（試験研究(1)、61850096、代表・高棹）の補助を受けた。数値計算は京都大学大型計算機センターFACOM M-382 によった。記して謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 日野(1974): 水文流出系予測へのカルマン・フィルター理論の適用, 土木学会論文報告集, 221, 39-47.
- 2) 宝・高棹・椎葉(1984): 洪水流出の確率予測における実際的手法, 第28回水理講演会論文集, 415-422.
- 3) 有本(1977): カルマン・フィルター, 産業図書.
- 4) Bolzern, Ferrario and Fronza(1980): Adaptive real-time forecast of river flow-rates from rainfall data, J. Hydrology, 47, 251-267.
- 5) 高棹・椎葉・宝(1981): 確率論的な流出予測に関する研究—有色ノイズの導入—, 京都大学防災研究所年報, 24B-2, 125-142.
- 6) Akaike(1974): A new look at the statistical model identification, IEEE Trans. AC-19, 716-723.
- 7) Jazwinski(1969): Adaptive filtering, Automatica, 5, 475-485.
- 8) Mehra(1970): On the identification of variances and adaptive Kalman filtering, IEEE Trans. AC-15, 175-184.
- 9) Todini(1978): Mutually interactive state-parameter estimation, Applications of Kalman Filter to Hydrology, Hydraulics and Water Resources, (ed.) Chiu, Univ. of Pittsburgh Press.
- 10) 高棹・椎葉(1980): 流出システムのフィルタリングと予測 (第2報), 第17回自然災害科学総合シンポジウム講演論文集, 213-216.
- 11) 星・山岡・荒木(1981): 流出予測における適応制御理論の応用に関する研究, 土木学会北海道支部論文報告集, II-17.
- 12) 高棹・椎葉・宝(1982): 貯留モデルによる実時間流出予測に関する基礎的研究, 京都大学防災研究所年報, 25B-2, 245-267.
- 13) Takara, Shiiba and Takasao(1983): A stochastic method of real-time flood prediction in a basin consisting of several sub-basins, J. Hydroscience and Hydraulic Engineering, 1(2), 93-111.