

小流域における総合貯留関数法の開発

Development of Synthetic Storage Routing Models in Small Watersheds

北海道開発局土木試験所 正員 ○ 星 清
北海道開発局土木試験所 正員 村上 泰啓

1. はじめに

土地利用の高度化あるいは中小河川の河道改修進展に伴って、内水域の流出形態が著しく変化してきている。このため、既設樋門管の安全度は低下してきており、樋門管の改築・新設計画が相当数にのぼっている。しかしながら、小流域における内水排除計画等のためにハイドログラフ算定を必要とする場合、採用流出モデルは各々の流域で異なっており、合理的かつ普遍性のある流出モデルの確立が急がれている。

最近、全国の直轄109水系における洪水予報・水防警報システムの実態調査が行われた¹⁾。その結果、流出予測計算はほとんど貯留関数法が使用されており、93%と高い比率を占めている。このとき、モデルパラメータの修正にフィードバック方式がとられているものの依然として試行錯誤的要素が強いものとなっている。貯留関数法を洪水流出逐次予測に適用する場合でも、モデル構造式の決定が流出予測精度と本質的に関連してくる。したがって、今後、物理構造を考慮した貯留型流出モデルが流出予測の主流になるよう。

一方、Kinematic wave法を貯留関数法に集中化する研究がさかんに行われ、両モデル間のパラメータ相互関係が明らかになってきているが^{2,3,4)}、その実証的研究は現段階ではまだ多くはない。すなわち、研究レベルの成果を実際問題へいかに生かしていくかの課題が残されている。

本報告では、さきに提案したKinematic wave法を集中化した貯留関数モデルを北海道内の37小流域における99洪水資料に適用し、モデルの有効性を検証する。

2. 解析対象洪水の概要

土木試験所では、これまでに北海道内の小流域における洪水資料を多数収集してきている。そのソースは北海道開発局所管の直轄河川内水排除計画立案のための実測洪水資料と直轄明渠排水事業地区において現地

観測された洪水資料である。雨量資料は流域内で一カ所実施されている自記雨量観測値を使用した。また、水位観測は各観測地点で自記水位観測が行われている。洪水解析では常に出水時の流量観測精度が一番問題となるが、流量観測回数等不明であり、すべての洪水資料を同一の精度で論ずることはできない。

本報告では、とくに大中洪水を解析対象としているので、多数の洪水資料のうち、ピーク比流量 $0.5 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以上の洪水例を洪水資料選定基準とした。その結果、37小流域における99洪水例が解析対象として選定された。流域面積の最小値と最大値はそれぞれ 1.85 km^2 と 100 km^2 であり、平均値は 22.7 km^2 である。図-1は99洪水例の規模別にみたピーク比流量のヒストグラムである。対象洪水規模の平均値と標準偏差はそれぞれ、 $1.3 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ と $0.7 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ である。99ケースのうち、比流量 $2 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以下の洪水例が86% (85ケース) を占めている。

本報告で扱う流出成分は直接流出量であり、観測流量から基底流出成分を分離する必要がある。このため、片対数紙上でのハイドログラフ低減部第2折曲点と流量立上り点を結んで直接流出量を算定した。流量立上り以前の降雨量は初期損失量とみなし、実測降雨波形に流出率を一率に乗じて有効降雨波形を算定した。

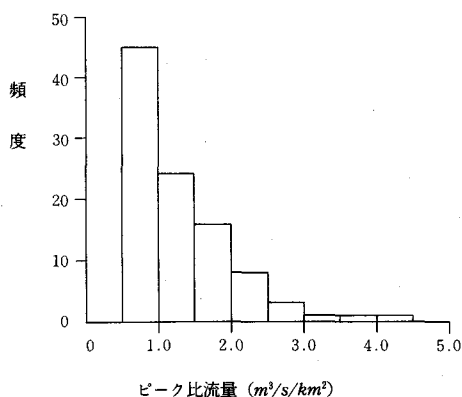


図-1 対象洪水規模の頻度分布

表-1 等価粗度モデルと貯留関数モデルの相互関係

等 価 粗 度 モ デ ル	貯 留 関 数 モ デ ル
$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \quad (0 \leq x \leq L) \quad (1)$	$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt}(q^{p_2}) \quad (5)$
$q = ah^m \quad (2)$	$\frac{ds}{dt} = r - q \quad (6)$
$s = \int_0^L h(x, t) dx \quad (3)$	$k_1 = \frac{m}{m+1} (10^{3m-6}/3.6)^{1/m} (L/\alpha)^{1/m} \quad (7)$
$h(x, 0) = 0, \quad h(0, t) = 0 \quad (4)$	$k_2 = \frac{m^{1/5}}{10} \left(\frac{m+1}{m} \right)^2 k_1^2 \bar{r}^{2/m-1-p_2} \quad (8)$
	$p_1 = 1/m \quad (9)$
	$p_2 = (1/m)^{3/2} \quad (10)$
ここで、 t : 時間、 x : 斜面上流端からの距離、 h : 水深、 q : 斜面単位幅流量、 s : 斜面単位幅貯留量、 r : 有効雨量、 L : 斜面長、 a 、 m : 斜面流動数	ここで、 s : 貯留高(mm)、 q : 流出高(mm/hr)、 r : 有効雨量(mm/hr)、 $\bar{r}$: 平均有効雨量強度(mm/hr)、 L : 斜面長(m)、 t : 時間(hr)、 α : m -s 単位

3. 採用貯留関数モデル

一定勾配斜面上の表面流出過程を *Kinematic wave* 理論により表現し、斜面末端での流出量と斜面上での貯留量の関係式がほぼ等価となるように *Kinematic wave* 法による解を貯留関数法の解に変換することができる。その結果を要約して表-1に示す²⁾。以後の解析においては、表-1に示される貯留関数モデルを基本式とする。なお、(7)~(10)式の関係式は、実際に観測される有効雨量波形を平均有効雨量強度 $\bar{r}$ をもつ矩形波形に置換して導出されたものである。もちろん、流出計算に必要な(6)式の降雨入力には実際の有効雨量系列を用いなければならない。貯留関数モデルにおいては4個のパラメータ k_1 、 k_2 、 p_1 、 p_2 が *Kinematic wave* パラメータ (L 、 a 、 m) と平均有効雨量強度 $\bar{r}$ で表現されていることに注目すべきである。

マニング型表面流を斜面流出に想定すれば、(2)式の定数 a と m は次式で与えられる。

$$a = \sqrt{i}/n, \quad m = 5/3 \quad (11)$$

ここで、 i : 平均斜面勾配、 n : 等価粗度 ($s/m^{1/3}$)

(11)式を(7)~(10)式に代入し、さらに斜面長 L を流域面積を用いて表現すれば次式が得られる。

$$k_1 = 2.823 f_c A^{0.24} \quad (12)$$

$$k_2 = 0.2835 k_1^2 \bar{r}^{-0.2648} \quad (13)$$

$$= 2.259 f_c^2 A^{0.48} \bar{r}^{-0.2648} \quad (14)$$

$$p_1 = 0.6 \quad (15)$$

$$p_2 = 0.4648 \quad (16)$$

ここで、

$$f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6} \quad (17)$$

A : 流域面積 (km^2)、 $\bar{r}$: 平均有効雨量強度 (mm/hr)

なお、(12)式の導出にあたっては次の条件を設定した。

(a) 対象流域を流域幅 W (km)、主河道長 L_s (km) をもつ矩形流域で近似する。2つの斜面を主河道をはさんでとり、斜面長 L (km) と流域幅 W の間に $L = 0.6W$ の関係式を仮定した。

(b) 解析対象とした37小流域および北海道内の主要河川流域において、主河道長と流域面積の間に *Hack* の法則を適用して、 $L_s = 1.35 A^{0.6}$ を仮定した。

表-1に示される貯留関数式、(5)式はパラメータを4個もち、一見複雑に見えるが、(12)~(16)式に示されるように物理的意味が明確で流出計算も容易である。本報告においてもすべての洪水例につき、モデルパラメータ k_1 、 k_2 、 p_1 、 p_2 を(12)~(16)式で固定する。唯一の未知定数は(17)式の f_c の値である。そこで、99洪水例につき、 f_c の値を変化させて、実測流量と計算流量の誤差2乗和平均値が最小となるように一次元探索法により f_c を同定した。すなわち、次式を評価基準とする。

$$(rmse)^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (q_j^* - q_j)^2 \quad (18)$$

ここで、 q_j^* と q_j はそれぞれ、実測と計算による直接流出高時系列であり、 N は流量標本数である。

全洪水例につき、(18)式の評価基準により同定された f_c のヒストグラムを図-2に示す。60洪水例の f_c が1~2の範囲にあることがわかる。従来から、山地河

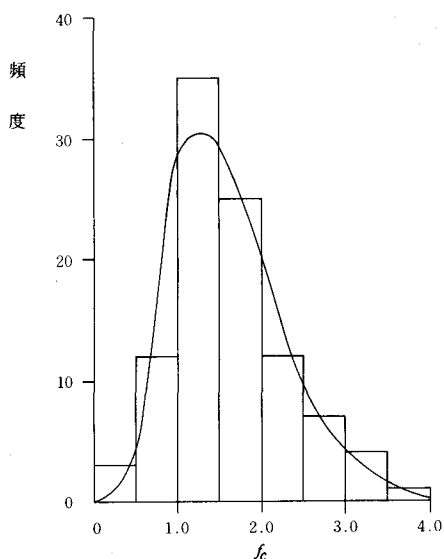


図-2 最適値 f_c の頻度分布

川流域において大中洪水を対象とした場合、 $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ の値は上記の範囲に入ることよく知られているので、本報告での計算結果は従来から指摘されている事実を実証したことにもなる。同定された f_c の標本平均値、分散、ひずみ係数はそれぞれ、1.62, 0.493, 0.670 である。図-2には積率法によって母数推定した2母数ガンマ分布の理論曲線も併記してある。この理論曲線をもとに、5%, 50%, 95%に対応する f_c の値を算定するとそれぞれ、0.662, 1.52, 2.91となる。すなわち、 f_c の90%信頼区間は0.662~2.91となる。

ハイドログラフの形状特性のうち、水工計画上もっとも重要な要素はピーク流量とその生起時刻である。図-3には計算ピーク流出高と実測ピーク流出高の比較が示されている。図-3bは図-3aで点が重なり合っている部分を0~5 mm/hrの範囲で拡大したものである。また、図-4には計算と実測によるピーク流量生起時間差のヒストグラムが示されている。本報告で用いた貯留関数モデルは1個の未知定数 ($f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$) しか持っていなかったにもかかわらず、計算ハイドログラフの再現性はかなり良好であったと言える。99洪水例から6ケースを選んで計算ハイドログラフを実測ハイドログラフと対比して図-5に示す。この図の比較例は適合度が良かった洪水例のみを示すことを意図としたのではなく、なかには適合度がよくない例も含まれている。2山洪水例にもみられるよう

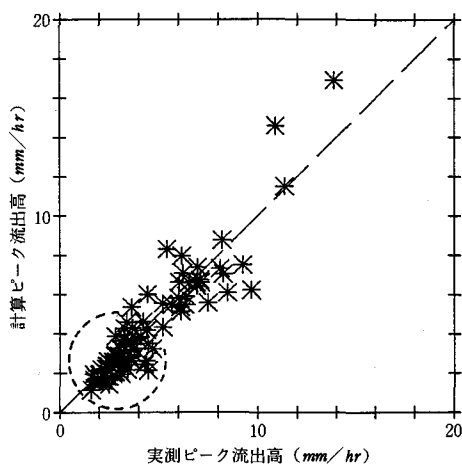


図-3a 計算・実測ピーク流出高比較

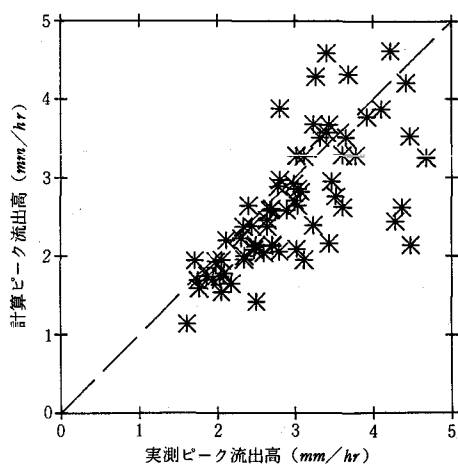


図-3b 計算・実測ピーク流出高比較

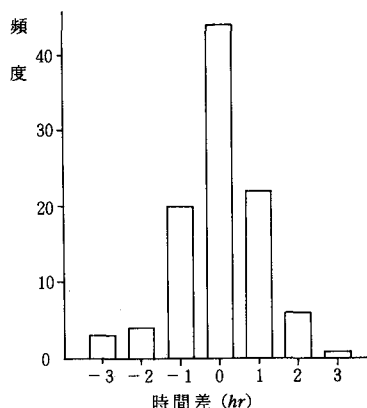


図-4 ピーク流量生起時間差
(計算値-実測値)の頻度分布

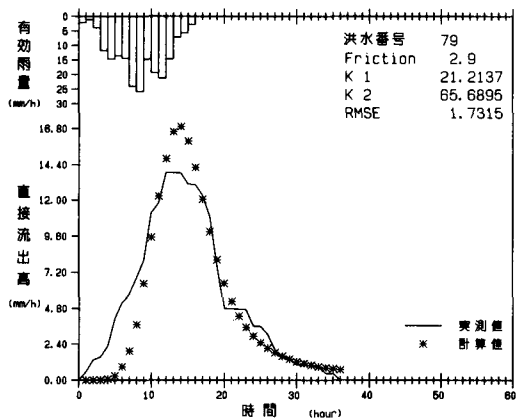
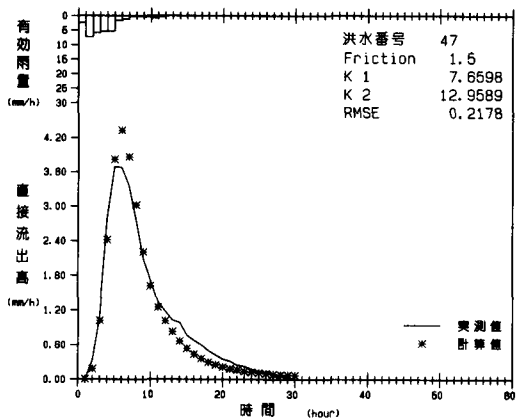
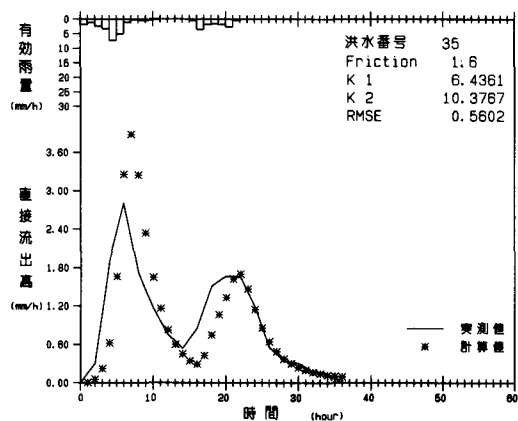
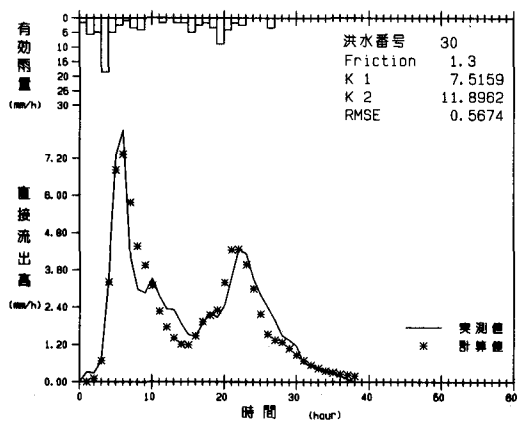
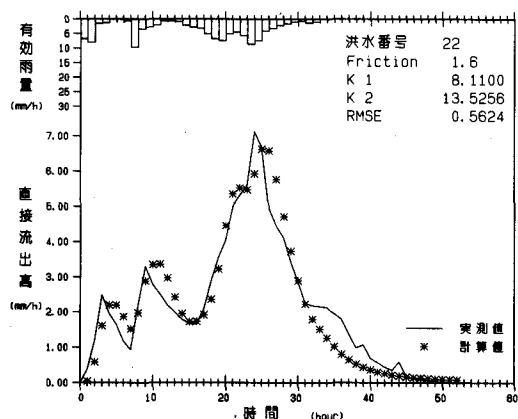
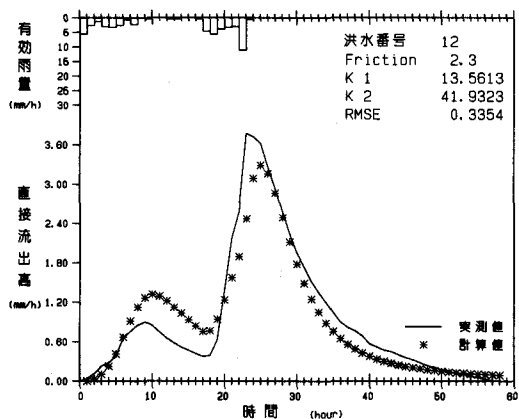


図-5 実測流量と計算流量の比較

に、実用上十分な精度で計算ハイドログラフは実測のそれを再現していると考える。

(12)～(15)式の貯留関数モデルパラメータ実用推定式は *Kinematic wave* 理論から導出されたものであるが、流域モデルと降雨波形の単純化が行なわれている。とくに、実際に観測される雨量時間分布は矩形降雨波形で近似するよりも、三角形降雨波形で近似した方がよい場合も多い。三角形降雨波形の継続時間を t_r 、ピーク雨量生起時刻を t_0 とすると、表-1の(8)、(10)式の k_2 と p_2 は t_0/t_r および *Kinematic wave* 指数 m の関数で表現される²⁾。したがって、流域モデルと降雨波形の単純化による仮定がパラメータ k_1 と k_2 にどのように影響するかを調べるために、 $p_1=0.6$ 、 $p_2=0.4648$ に固定して、 k_1 と k_2 の最適化同定を試みた。もし一次元探索による f_c 同定結果と k_1 、 k_2 の同時最適化によるパラメータ値に顕著な差異が認められない場合、最適化手法は不必要となり、(12)～(15)式の実用推定式は流量資料不完備の流域においてハイドログラフを推定するのに有効となる。以下に最適化計算手順を簡単に述べる³⁾。

(a) (5)、(6)式の非線形微分方程式は線形化手法によって解く。

(b) 流量に関する非線形微分方程式を k_1 と k_2 について微分して感度係数微分方程式を導き、感度係数系列 $\partial q/\partial k_1$ と $\partial q/\partial k_2$ を算出する。このとき、(a)の解法を準拠することができ、計算が容易となる。

(c) 感度係数行列と誤差ベクトルを用いて、ニュートン法によりパラメータの補正量 Δk_1 と Δk_2 を計算する。このとき、感度係数間に高い相関性が存在するので感度係数の規準化と直交変換を用いる成分回帰分析手法を最適化探索過程にとり入れる。

(d) 評価基準を(18)式の最小化とする。

(e) パラメータ k_1 と k_2 の初期値は、一次元探索による f_c 同定値を(12)、(13)式に代入して設定する。

その結果、6回程度の繰返し回数で最適同定値が得られた。一次元探索による f_c 同定値と二次元探索による k_1 と k_2 の最適同定値の関係を比較した結果がそれぞれ図-6と図-7に示されている。パラメータ k_1 については(12)式による算定値と最適値に実用上大きな差異はない。一方、パラメータ k_2 については最適値と(14)式による推定値の関係はパラメータ k_1 に比べてバラツキが大きい。その原因としては降雨波形の単純化

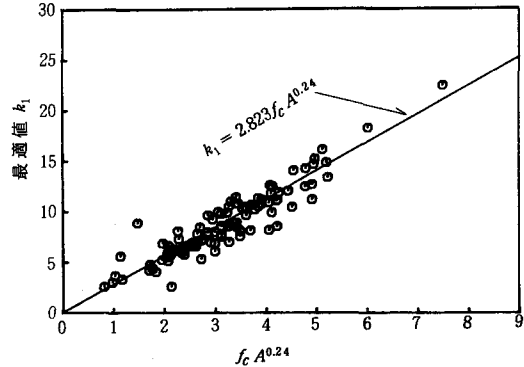


図-6 一次元探索 f_c 最適値と二次元探索 k_1 最適値の関係

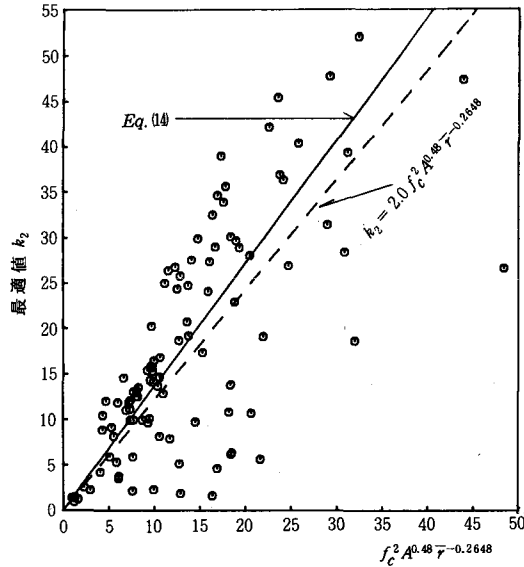


図-7 一次元探索 f_c 最適値と二次元探索 k_2 最適値の関係

による影響が大きいと考えられる。図-7には(14)式の関係式に加えて最小2乗法による回帰線(破線)も併記してある。回帰係数と(14)式の係数のオーダーは同程度である。

4. 総合貯留関数式

(12)式に示されるパラメータ k_1 は等価粗度に関するファクター $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ を含むので、流域の開発・都市化に伴う将来の流出形態変化予測にも容易に対処できるモデル定数となっている。しかしながら、流量資料の乏しい流域におけるパラメータ推定などの実用性を重視するならば、(12)式が流域面積のみの関数で表現できれば便利である。図-8には k_1 と k_2 の同時最

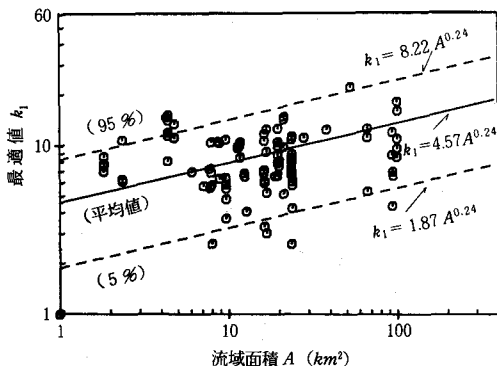


図-8 最適値 k_1 と流域面積 A (km^2) の関係

適化結果によるパラメータ k_1 と流域面積 A (km^2) の関係がプロットされている。点のバラツキが大きくなる原因は、図-2に示されるように f_c がある確率分布に従っているためである。図-2に示される f_c の理論分布曲線（2母数ガンマ分布）をもとに、 f_c の5%点、平均値、および95%点、すなわち、0.662, 1.62, 2.91をそれぞれ、(12)式に代入して求めた関係式が図-8中に併記されている。永井³⁾はKinematic wave法（表面流モデル）と木村の貯留関数モデルの相互関係を明確にし、貯留関数モデルパラメータの総合推定式を提案している。とくに、図-8に示される f_c に平均値を用いた推定式、 $k_1 = 4.57 A^{0.24}$ は永井式の貯留係数 $K = 5.5 A^{0.14}$ とよい対応関係にある。

本報告での解析対象洪水規模は平均ピーク比流量でみれば、 $1.30 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ （図-1参照）であり、流域面積の大きさも 100 km^2 以下である。以上の点に留意し、図-7と図-8に示される関係式を用いて貯留関数法の総合化を図った結果が表-2に示される。

5. おわりに

これまでも数多くの流出モデルが洪水解析に用いられてきた。しかしながら、計算ハイドログラフを実測のそれに無理に適合させようとするあまり、モデルパラメータの同定が試行錯誤的に行われてきたきらいがある。たとえば、一洪水に適合がよかったパラメータを他の洪水に適用すると適合度がよくないという例がしばしば起り、このジレンマが常に実務者を悩ませている。雨量強度によりモデルパラメータが変化することはしばしば経験することであり、パラメータが降雨特性値を含まねばならない事を示唆している。

表-2 総合貯留関数モデル

$$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt}(q^{p_2}) \quad (5)$$

$$\frac{ds}{dt} = r - q \quad (6)$$

$$k_1 = 4.57 A^{0.24} \quad (19)$$

$$k_2 = 5.26 A^{0.48} \bar{r}^{-0.2648} \quad (20)$$

$$= 0.252 k_1^2 \bar{r}^{-0.2648} \quad (21)$$

$$p_1 = 0.6 \quad (15)$$

$$p_2 = 0.4648 \quad (16)$$

ここで、 s : 貯留高 (mm)、 q : 流出高 (mm/hr)、 r : 有効雨量 (mm/hr)、 t : 時間 (hr)、 A : 流域面積 (km^2)、 $\bar{r}$: 平均有効雨量強度 (mm/hr)

著者らは、流出モデルが流出に関わる因子をどれだけ多く記述しているかがそのモデルの良否を決定づけるとの基本的立場をとり、Kinematic wave法を集中化した貯留関数法を提案し、併せて小流域における洪水資料にモデルを適用してきた。提案貯留関数モデルは4個のパラメータを有するが、唯一の未知定数は $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ であり、一次元探索によって推定可能である。小流域の解析結果から、ピーク比流量 $1 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以上では $f_c = 1.5 \sim 2.0$ が適当である。もちろん、 f_c が小さくなるにつれて、ピーク流量は増大し、ピーク生起時刻は早まる。

今後の課題として、流域面積が 100 km^2 以上の洪水例をふやし、(19)式の精査が必要である。また、本報告では直接流出量算定を解析対象としているので、流出率の実用推定式の提案が強く望まれる。

参考文献

- 1) 洪水予警報システム実態調査結果（洪水予警報システム及びレーダ雨量計），国土開発技術研究センター，1986.
- 2) 星 清，山岡 勲：雨水流法と貯留関数法との相互関係，第26回水理講演会論文集，1982.
- 3) 永井明博：流出モデルの最適同定法とその応用に関する研究，京都大学学位論文，1983.
- 4) 高埴琢馬，宝 馨，楠橋康広：貯留関数型洪水流出モデルの比較評価，第29回水理講演会論文集，1985.
- 5) 星 清：やさしい数学的最適化手法，土木試験所月報，No. 398，1986.