

一般座標系を用いた3次元不飽和浸透流モデルによる流出解析～

地形形状がハイドログラフに与える影響について

Runoff Analysis by 3-D Numerical Model using a Curvilinear Grid System

for Unsaturated Infiltration—

The Effect of Topography to Hydrograph

東京工業大学大学院 学生員 渡辺 明英

東京工業大学工学部 正員 日野 幹雄

1. はじめに

近年、山腹斜面内の雨水の浸透・流出等といった水循環の素過程の解明が進むにつれて、雨水流動の形態を浸透に関する基礎方程式を直接数値計算することで求め、lumped modelによらずに流出解析を行おうという気運が高まってきている。著者らは既に昨年の本講演会において、一般座標系を導入することにより、形状や層厚や土壌物理特性が複雑に変化しているの斜面の水文特性をそのままの形で簡潔に取り入れ差分法により容易に基礎式の数値計算を行えるモデルを開発し、具体的な2次元斜面に適用している。この度、この数値モデルをさらに3次元地形に適用できるように拡張した。そして、いくつかの特徴的な形状を有する2次元及び3次元斜面に対して数値計算を行うことにより、降雨の浸透・流出過程に及ぼす地形形状の影響について検討を行った。

2. 飽和—不飽和浸透流の数値計算

1) 数値計算モデルの概要

基礎方程式は、等方性を仮定した場合のリチャーズの飽和—不飽和浸透方程式〔式(1)〕を用い、土壌の物理特性は一つの層内では場所によらず一様であるとする。式(1)に対して一般座標系を導入し座標変換を行えば、式(2)を得る。ただし、ここで導入する座標系は、境界形状を数値モデルに取り入れるために、座標系が境界形状と一致するものを選ぶ。式(2)の中に現れる座標変換のための各係数はそれぞれ式(3)～(a) (b)に示す通りであり、これは各格子点のデカルト座標より容易に求められる。

このように座標変換を行うと変換空間上で一般座標系は直交格子となっており、従って、式(2)は通常の差分法を用いることで容易に解くことができる。また、境界条件は壁面上での各格子点で圧力水頭または壁面を通過するフラックスの形で与える。すなわち、自由水と接する面では静水圧分布を、不透水壁ではフラックスが0という条件を与え、地表面では不飽和の時には降雨が全て浸透するという条件を与え、浸透能を越えると湿潤状態になるとし湿潤面では大気圧を与える。また、降雨量と浸透量の差が地表流になり、地表流は急速に流下するとした。ただし、境界 ξ_i 面を通過するフラックスは

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = K \frac{\partial^2 \psi}{\partial X_j^2} + \frac{\partial K}{\partial X_j} \frac{\partial \psi}{\partial X_j} + \frac{\partial K}{\partial X_3} \quad (j=1,2,3) \quad (1)$$

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = K \left(\left(\frac{\partial \xi_i}{\partial X_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial X_k} \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi_i \partial \xi_j} + \left(\frac{\partial \xi_j}{\partial X_k} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi_j} \right) \quad (2)$$

$$+ \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial X_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial X_k} \right) \frac{\partial K}{\partial \xi_i} \frac{\partial \psi}{\partial \xi_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial X_3} \frac{\partial K}{\partial \xi_j} \quad (i,j,k=1,2,3)$$

$$\left[\frac{\partial \xi_i}{\partial X_k} \right] = \left[\frac{\partial X}{\partial \xi_i} \right]^{-1} \quad (3)-(a)$$

$$\Sigma_m \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial X_m} \right) = - \Sigma_n \left\{ \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial X_n} \right) \left(\frac{\partial \xi_j}{\partial X_k} \frac{\partial \xi_l}{\partial X_k} \right) \frac{\partial^2 X_n}{\partial \xi_i \partial \xi_j} \right\} \quad (3)-(b)$$

$$q_n = S_n \left(K \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) = (\det \left[\frac{\partial X}{\partial \xi_m} \right]) K \left(\left(\frac{\partial \xi_i}{\partial X_k} \frac{\partial \xi_j}{\partial X_k} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi_i} + \frac{\partial \xi_j}{\partial X_3} \right) \quad (j,k=1,2,3) \quad (4)$$

2) 数値計算結果

数値計算は Run1 ～ Run3 まで各 Runにつき2 caseづつ計6 case行った。各 Runの主な特徴は表-1に示す通りである。初期条件は静止平衡状態およびそれと圧力水頭一定の状態の組合せであり、Run1においては初期時の圧力水頭は-100cm以下にはならず Run2においては初期時の圧力水頭は-50cm以下にはならないとした。また流出は、表面が飽和している部分のみ可能であるとした。

なお、土壌物理特性は、図-1に示すものを用いた。

それでは、Run1より順を追って結果を示す。

図-2(a)(b)に示されたように、斜面の形状の特性量と思われる L 、 H 、 D という量の値を同じにし、勾配が一樣な斜面と場所ごとに異なる斜面について同じ降雨強度 $[R=30\text{mm/hr}, R/Ks=0.5]$ の雨を同じく2時間与えた。図-3・図-4はそれぞれ、そのときの結果を降雨開始1時間後、2時間後および降雨停止3時間後、45時間後における圧力水頭のコンターと流速ベクトルで表したものである。これらの図をみると降雨開始以後どちらも非常に乾いた斜面上部において降雨は、フロントを形成しながら斜面底部に向い一次的に浸透していくことがわかる。しかし、斜面下端部においてはかなりの違いが見られる。すなわち、S字型斜面においては急激に地下水面の上昇しそれに伴ない流速ベクトルが下端部に向う領域が拡大し、降雨開始2時間後では地下水面は地表面まで達しパーシャル・ソースエリアが発生しているのに対して、一樣勾配斜面ではそれほど大きな地下水位の上昇はみられず、また流出に寄与している領域がそれほど拡大してはいない。このように、斜面内の雨水流動の形態が違えば、明らかに流出量に影響を与えることが予想される。図-5に下端の層厚と飽和透水係数によって無次元化した流出量の時間変化を表した。これを見るとまず流出量がかかなり違うことがわかる。成分別にみれば、S字型斜面においては地表流が発生しており、これによってピーク流量がかかなり高くなっており、また、地中流についてもS字型斜面では地下水面の上昇によって流出部が拡大し、流量は一樣勾配斜面よりも大きくなっており、結果として最も重要な全流量のピーク時の値は基本的な斜面の特性量の値が同じにもかかわらず約10倍ほど違っていることがわかる。

このような結果が生じた理由として次のようなことが考えられる。まず、S字型斜面の下端部は初期において飽和度が高った部分であり、全体的にみても斜面の形状からS字型斜面のほうがやや水分量が多かったということと、また斜面の最急勾配はS字型斜面の方が大きく下端部の勾配はかなり緩やかであるため下端部に与えられた降雨と上方からの浸透流を排出するためには圧力勾配が生じなければならずそのため水位が上昇し、流出寄与域が拡大して流出量が増大したということである。

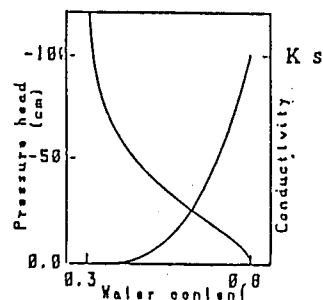


図-1 土壌物理特性

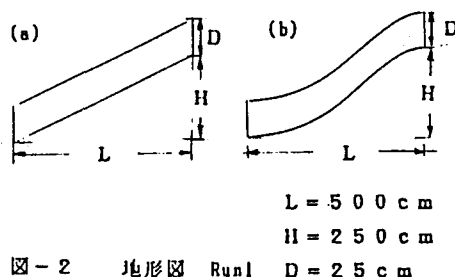


図-2 地形図 Run1 D = 25 cm

表-1

Run	DIM	case (a)	case (b)	Ks(cm/min)	grid point
1	2D	一樣勾配斜面	S字型 斜面	0.10	126*26
2	3D	碗型 凹	碗型 凸	0.10	11*41*11
3	3D	平面漸縮斜面	平面漸拡斜面	0.05	13*21*7

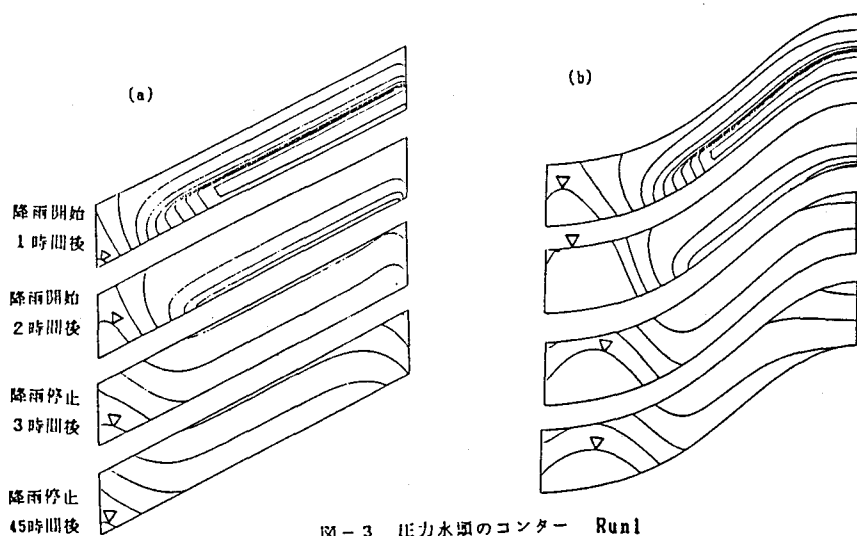


図-3 圧力水頭のコントア Run1

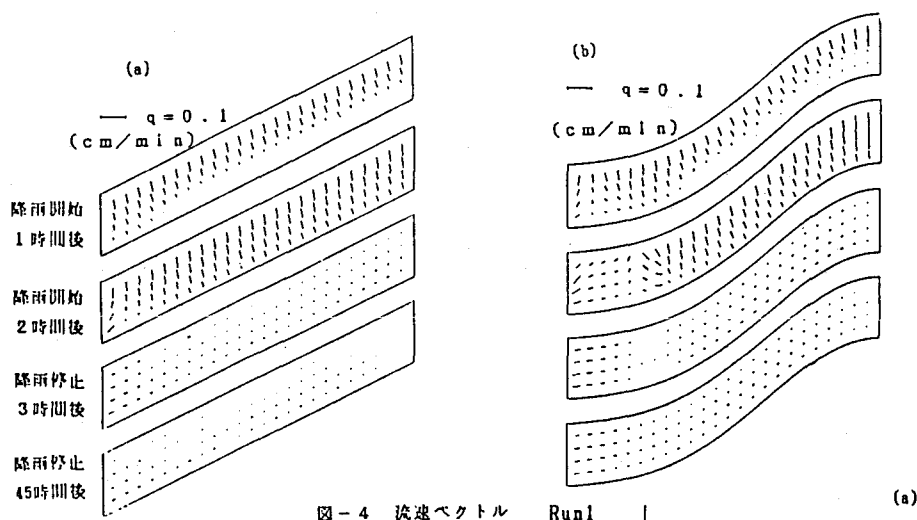


図-4 流速ベクトル Run1

この Run1 の結果より、2次元断面の浸透流の数値計算においても斜面形状の違いは、流出量に大きな影響を与えることがわかる。とくに下端部の形状は地下水位の上昇の割合や流出寄与域の拡大の割合に密接に結びついている。従って、これらの結果は逆に斜面形状とその形状によるハイドログラフへの影響を正確に把握することの重要性を示していると思われる。

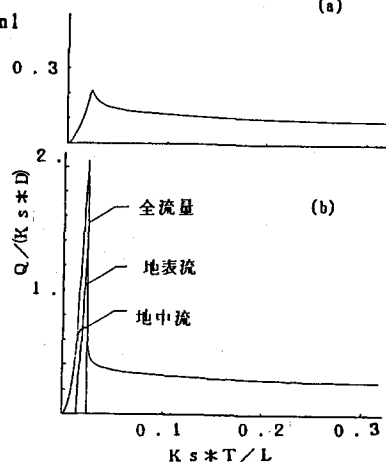


図-5 無次元化流出量の時間変化

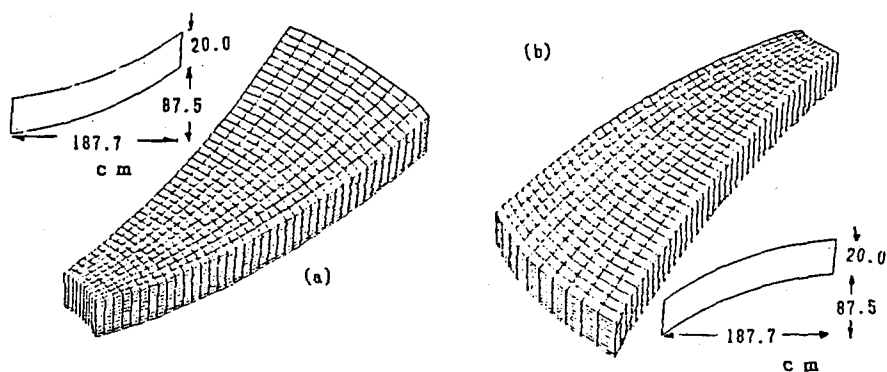


図-6 地形図 Run2

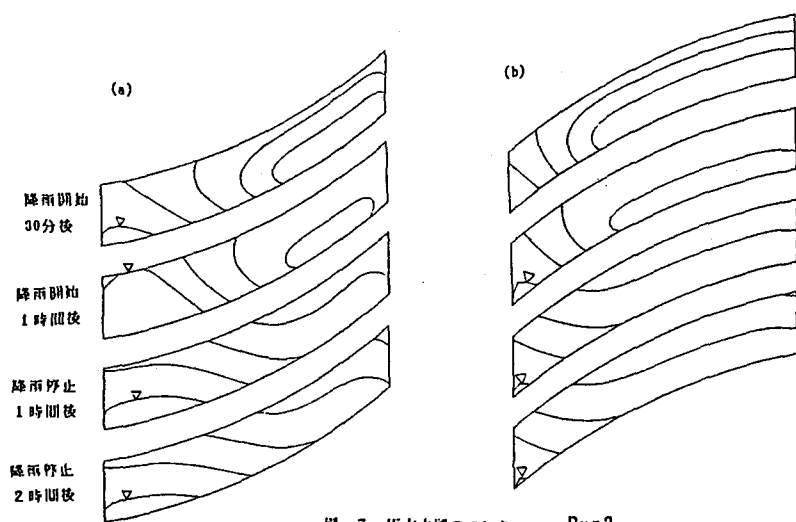


図-7 圧力水頭のコンター Run2

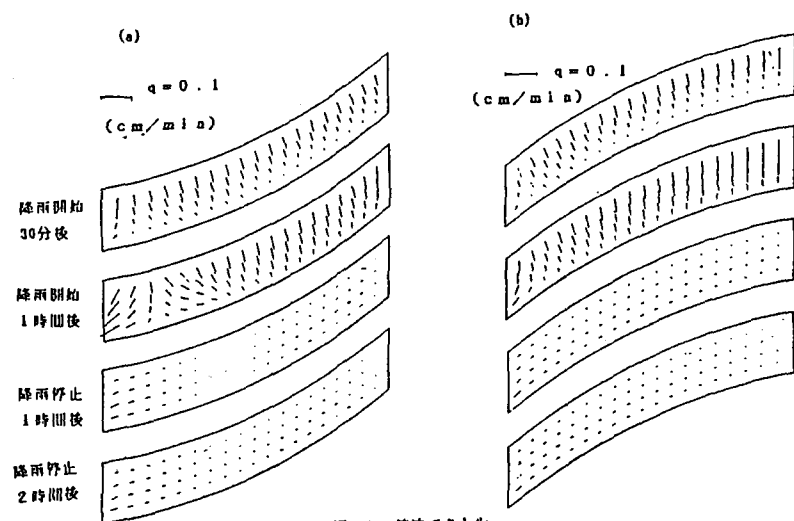


図-8 流速ベクトル Run2

次に Run2 の結果を示す。

図-6(a)(b)に示されたような3次元的な下に凸な椀型斜面と上に凸な椀型斜面に降雨強度 30mm/hr の雨を一時間与えた時の結果を、Run1 と同様にまず中央断面での圧力水頭のコンターと流速ベクトルの形でそれぞれ図-7、図-8に表した。これらの図は降雨開始30分後、1時間後及び降雨停止1時間後、2時間後のものである。これらの図をみると下に凸な椀型斜面は下端部分において、降雨開始から地下水面がやはり急激に上昇し、それに応じて流速ベクトルが流下方向を向いている領域が拡大している様子がわかる。これに対して、上に凸な椀型斜面の場合には地下水面はそれほど上昇しておらず、また降雨中では流速ベクトルが流下方向を向いている領域があまり大きくないことがわかる。また、降雨開始1時間後では下に凸な椀型斜面では地下水面がほとんど地表面に達し、下端部では飽和領域がかなりの部分をしめるまでになっている。これらの結果は先に示した Run1 の2次元計算の結果と非常によく似た結果となっており、したがってこのような状態になった理由も先に挙げたことで定性的に説明することができると思われる。さて、肝心の流出量に関してであるが、流出量を飽和透水係数と下端の面積で無次元化したものの時間変化を図-9に表した。Run1 では全体的な大きさや表面流出を生じるという点で違っており基本的な中間流出のハイドログラフの形を大きく変形させてはいなかったが、これをみるとある程度の違いを生じていることがわかる。単位面積当たりの流出量は下に凸な椀型斜面の方が、大きくなっている。これは、Run1の結果と図-7・8との結果から容易に予想されることである。ただし、絶対量についていうならば case(a)と case(b)の下端の面積の比が 3.7であるので上に凸な椀型斜面の方が大きい。下に凸な椀型斜面の方が尖ったピークをもつのはやはり地下水面の上昇によるもので、降雨終了直後の地下水面の速い低下に対応した流出量の低下のために生じたと考えられる。この2つの流出量の時間変化の違いは、下端部の状態の影響がかなり及ぼされる条件下で下端部での3次元的な地形形状の違いによって生じたものと考えられる。

最後に、Run3 の結果について述べる。

図-10(a)(b)に示した流下方向に層厚が違い、上端側に比べ下端側が狭い一様勾配の斜面と逆に下端側の方が広い斜面に15分後に降雨強度 18mm/hrのピークを持つ三角波降雨を与えた。図-11に流出量を流域面積で割った排水強度の時間変化を示した。また case(a) の結果については、降雨開始20分後の中央断面での全水理ポテンシャルのコンターと水面位置を図-12に流速ベクトルを図-13に示した。さらに同時刻の case(a)・case(b)の地表面での圧力水頭のコンターを図-14に示した。図-11より、まず地中流成分についてみれば case(a)は case(b)に比べ排水強

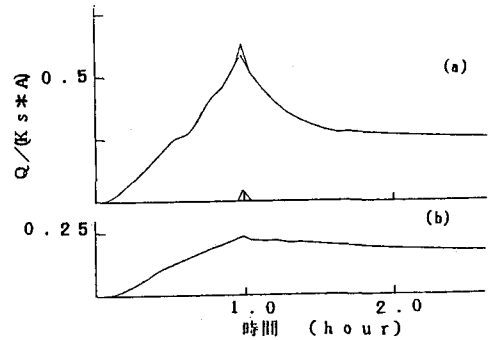


図-9 無次元化流出量の時間変化

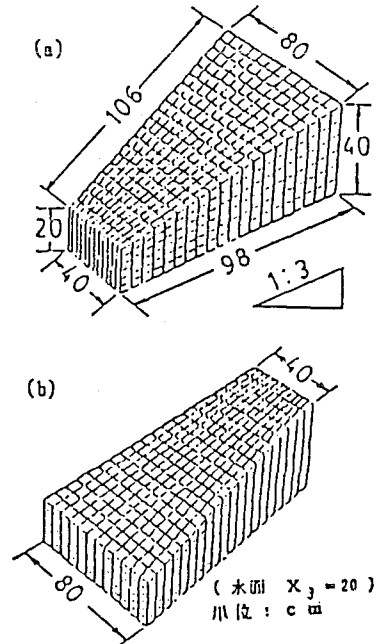


図-10 地形図 Run3

度が低いがこれは、下端の面積の違いによるものである。また case(a)・case(b)ともに降雨のピークを過ぎてから次第に排水強度がピークに達し、降雨終了以後緩やかに減少する。これは、前者については主に与えられた降雨が三角波形降雨であったこと、また後者に関しては図-12・13をみればわかるように主に流出に参与しているのは、capillary fringe 効果により水面が上昇し流下方向に流れが生じている初期状態において飽和度の高かった下端部分であり、層が厚く飽和度の低かった上端部に降った雨はそこで一時保留され、やがて斜面に沿って重力排水により排水されるという2次元的な地形の影響のためであると思われる。また、地表流については、地中流ほど case(b)はcase(a)より値が大きくない。地表流の発生原因は下端部分での浸透能の低下によるものである。従って、case(a)の斜面形状の方が case(b)の斜面形状よりも浸透能の低下の割合が、やや大きかったことが推測できる。また図-14より、下端部の両端においてcase(a)ではやや水分がたまり、case(b)では逆に水分が抜けていることがわかる。これは、斜面の3次元的な地形による影響を示しており、また先の推測をある程度裏付ける結果となっている。。

3. おわりに

一般座標系を用い浸透流数値モデルをいくつかの特徴的な形状を有する斜面に適用した結果、本研究において開発した数値モデルによって地形形状がハイドログラフに与える影響を論じることができることがわかった。

また斜面の形状、特に下端部の形状や勾配が、地下水面の上昇やそれにともなう流出量の変化に御起きく関与していることが示された。

謝辞) 本研究は、文部省科学研究費特定研究(1)「比較河川学の研究」(研究代表者北大 岸 力)の補助を受けている。

ここに付記して感謝の意を表します。

参考文献)

- 1) 渡辺・瀬岡・日野 第30回水理講演会論文集 1986.2 p397
- 2) 渡辺・瀬岡・日野 第41回年次講演会論文集 1986.11
- 3) Thompson J.Comp.Phys. 15 ,1974
- 4) Gillham J.Hydrology 67 ,1984

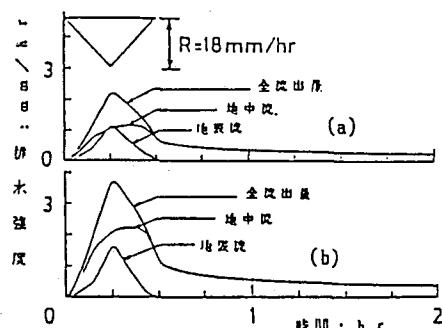


図-11 ハイドログラフ

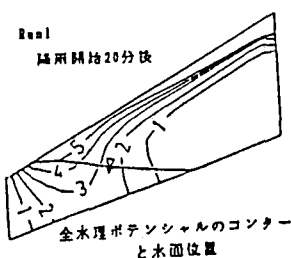


図-12

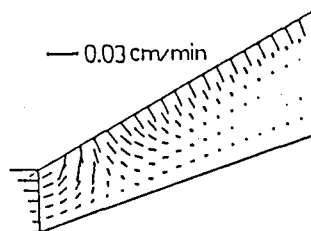


図-13 流速ベクトル

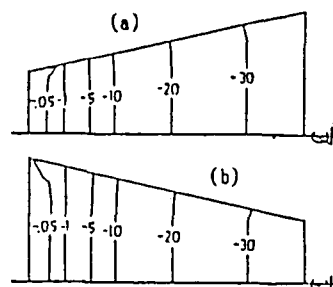


図-14 地表面での圧力水頭のコンター