

都市の微小流域の流出解析
Runoff Characteristics for the Urban Micro Basins

東京都土木技術研究所○正員 小 川 進
同 上 正員 和 泉 清

1. はじめに

東京都では、都市型水害に対処するために、総合的な治水対策として、既設の集合住宅、学校、事務所、公園、道路等の公共施設に雨水流出抑制施設を設置した。著者らは、既にこれらの諸施設について、流出抑制効果を把握するために、モデル地区を選択し、追跡調査を実施した⁽¹⁾。今後、雨水流出抑制施設の合理的な設計を確立するには、微小流域における雨水の流出特性、特に有効降雨を決定する浸透特性を詳細に研究しなければならないであろう。

そこで、微小流域における種々の土地利用ごとの流出特性を明らかにするために、散水ならびに浸透実験を行ない、浸透理論から導いたモデルにより流出解析し、流出パラメータを同定した。

2. 浸透方程式

浸透能を簡単に表現するには、大別して、二通りの方法がある。一つは、Horton(1940)の経験式で代表される時間を変数とする低減関数であり、もう一つは、GreenとAmpt(1911)の理論式であり、累加浸透量を変数とするものである。周知のように Horton 式は次式で表現される。

$$i = if + (io - if) \exp(-kt) \dots\dots\dots(1)$$

ただし、 i : 浸透能、 io : 初期浸透能、 if : 最終浸透能、 k : 定数、 t : 時間である。

ところで、浸透現象を正確に記述するには、一般には、Darcy 則を不飽和浸透まで拡張した Richards(1931)の式が用いられる。

$$\partial \theta / \partial t = \nabla \cdot (k \nabla \phi) \dots\dots\dots(2)$$

ただし、 θ : 体積含水率、 k : 透水係数、 ϕ : 総ポテンシャルである。

Philip(1954)は、Richards の式を一様な一次元、半無限土壌カラムに適用して、次の近似式を導いた。

$$i = \frac{1}{2} S t^{-1/2} + kp \dots\dots\dots(3)$$

ただし、 S : 吸収能、 kp : 定数 ($t \rightarrow \infty$ で飽和透水係数) である。

Horton 式が、そのパラメータに物理的意味のない経験式であるのに対して、Philip 式は、物理的意味のあるパラメータからなる理論式である。

一方、Green と Ampt(1911)は、土壌中の浸潤前線(wetting front)に Darcy 則を適用して、土中水分プロファイルを考慮した次式を得た。

$$i = ks (H + z f + Hf) / z f \dots\dots\dots(4)$$

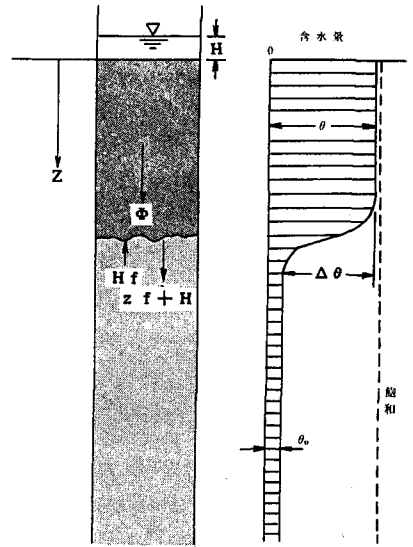


図1 Green-Ampt式による不飽和浸透

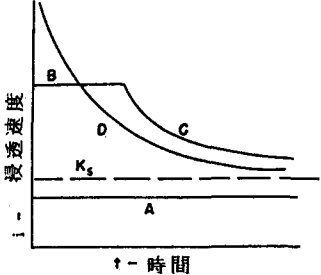


図2 降雨強度と浸透能の関係

ただし、 k_s ：飽和透水係数、 H ：湛水深、 z_f ：浸潤深度、 H_f ：浸潤前線における毛管吸引圧(>0)である。

後にこの式を Philip(1954), Whisler と Bower(1970), Mein と Larson(1973), Morel-Seytoux と Khanji(1974)らが、それぞれ改良し、パラメータに独自の解釈を与えている。

さて、降雨強度 r と浸透能 i の関係は、図 2 に示すように、3 つに分類できる。

すなわち、(1) $r < k_s$ のとき、降雨は全て浸透し、 $i = k_s$ となる(図 2 の曲線 A)。

また、(2) $k_s < r < i$ のとき、 $i = r$ の初期損失があり、やがて、湛水深の形成を伴って流出を開始し、浸透能は時間とともに減少する(同 B~C)。

(3) $r > i$ のときは、初期損失がなく、降雨初期より流出があり、(2)と同様に浸透能は時間とともに減少する(同 D)。

Horton 式、あるいは Philip 式が表現するのは、この第 3 のケースである。一方の Green と Ampt の式は、第 2 のケースの $i = r$ の初期損失を表現できる。したがって、両者は相互に補完関係にあるといえる。

ここで、Green と Ampt の式(4)に、 $i = dI/dt$ (ただし、 I ：累加浸透量)と $z_f = I/\Delta\theta$ (ただし、 $\Delta\theta$ ：体積含水率変化)とを代入し、積分により次式を得る。

$$k_s t = I - (H + H_f) \Delta\theta \log |k_s [I + (H + H_f) \Delta\theta]| \dots\dots\dots(5)$$

しかし、この式は取扱いが不便なので、浸透初期には、 $z_f < (H + H_f)$ であることから、(4)式より次の近似解が同様にして得られる。

$$i = \frac{1}{2} \sqrt{2k_s \Delta\theta (H + H_f)/t} + k_s \dots\dots\dots(6)$$
$$= \frac{1}{2} S t^{-1/2} + k_s$$

$$\text{ただし、} S = \sqrt{2k_s \Delta\theta (H + H_f)} \dots\dots\dots(7)$$

これは、Philip 式(3)に他ならない。(3)式で定義される吸収能 S はここでは(7)式で表現される(透水係数と土中水分量の相乗平均になっている)。

すなわち、Philip 式(3)と Green と Ampt の式(4)とは、(6)、(7)式によりパラメータに互換性をもち、全く等価であることがわかる。そこで、以後の議論では、両式を併用していくことにする。

3. 浸透方程式による流出パラメータの同定

(1) Green-Ampt 式と Philip 式併用のメリット

Horton 式(1)の主な欠点を上げると次のようになる。①式を構成する 3 つのパラメータのうち、物理的に意味のあるのは、最終浸透能だけである、②初期の土中水分プロファイルあるいは先行降雨の影響が定量的に表現できない。③時間 ($t = 0$) の設定があいまいである、④湛水深の補正ができない、⑤地下水位の影響が表現できない、⑥したがって現実の降雨波形に対応した浸透能が表現できない、⑦ Darcy 則から一般には導けない(ただし、特殊な条件に限って、近似的に導けるが、物理的には意味がない)、等である。

したがって、こうした欠点のために、一般には、流出解析に用いられることは少ない。

ところで、Green-Ampt 式(4)と修正した Philip 式(6)とを補完的に一対の浸透方程式として使用すると、上記の欠点の大部分が除け、次のようなメリットが生じる。

すなわち、①式を構成するパラメータは相互に補完され、かつ物理的に意味をもつ、②初期土中水分プロファイルを近似的に設定できる、③初期損失から流出にいたる過程が表現できる、④湛水深がパラメータとして組込まれている、⑤地下水位を考慮することも可能である、⑥したがって、現実の降雨波形に対応した浸透能が表現できる、等のメリットが生じる。

(2) 浸透パラメータの同定

浸透能は、(4)式あるいは(6)、(7)式から明らかなように湛水深に依存する。同一の累加浸透量でみると、(4)式で表わされるように、浸透能 i は、湛水深 H に対して直線的に増加する(図3)。透水性のよい土壌ほど湛水深に対する依存性は強く、逆に透水性の悪い土壌は、湛水深に対して鈍い変化をすることがわかる。

また、同一の経過時間でみると、(6)、(7)式から浸透能は湛水深の平方根に比例することがわかる。

したがって、湛水深を変えて、冠水型浸透計等により浸透実験を行ない、経過時間ごとの浸透能を測定すれば、浸透パラメータは同定することができる。

具体的には次の手順で行なう。①湛水深の異なる浸透実験、②Philip式による回帰③ S 、 k_s の同定、④(7)式による回帰、⑤ $\Delta\theta$ 、 Hf の同定。以上により浸透パラメータは全て同定される。

(3) 初期損失

一定降雨強度下での初期損失 Li を浸透のみによると仮定すると、次の条件式が成立つ。

$$Li = z f \cdot \Delta\theta, \quad i = r, \quad H = 0 \dots\dots\dots(8)$$

これらを(4)式に代入すると次式が得られる。

$$Li = \frac{\Delta\theta \cdot Hf}{r/k_s - 1} \dots\dots\dots(9)$$

これは、一定降雨強度 r に対する初期損失を示す。この式を一般の降雨条件で適用するには、流出が開始するときの降雨強度 rc 、それまでの累加降雨量 R とからなる次式より求めることができる。

$$Li = R = \frac{\Delta\theta \cdot Hf}{rc/k_s - 1} \dots\dots\dots(10)$$

この式を満たす Li が、一般の降雨に対する初期損失となる。

(4) 終期浸透能

冠水型浸透計や散水実験による浸透能の観測結果によれば、工種によらず、浸透能は比較的短時間で安定し、ほぼ一定となる。しかしその値はHorton式(1)で定義される最終浸透能より大きな値を示す。こうした比較的短時間で安定する浸透能を終期浸透能と定義し、Horton式の最終浸透能とは区別する。

ところで都市水文学において浸透域と定義される緑地や裸地では、Philip式で定義される吸収能 S は概ね $10^{-2} cm^2 / S^{1/2}$ のオーダーで分布している。流出解析において、1時間で1mm/時の浸透能の変動は無視しうであろう。すなわち、 $\Delta i / \Delta t < 1mm/時$ となる時間をPhilip式より求める。

$$\Delta i / \Delta t = -\frac{1}{4} S t^{-3/2} \dots\dots\dots(11)$$

上式で $S = 10^{-2}$ とすれば、

$$\therefore t = 1 \text{ 時間 } 19 \text{ 分}$$

つまり、降雨開始より約1時間経過すると、都市における大部分の浸透域は、解析上、無視しうるほどの安定した浸透能(終期浸透能)を示すことになることが証明された。

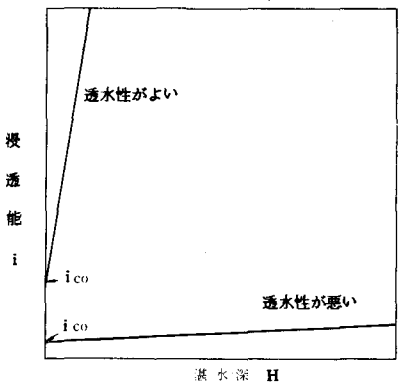


図3 浸透能と湛水深の関係 (Green-Ampt 式)

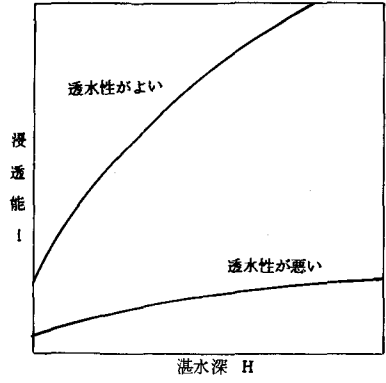


図4 浸透能と湛水深の関係 (Philip 式)

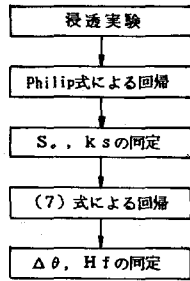


図5 浸透パラメータ導出のフロー

(5)有効降雨

浸透能は降雨強度に依存する。また、浸透能はGreen-Ampt式では浸透した降雨量（累加浸透量）に反比例して低減する。しかし、Horton式あるいはPhilip式では、降雨強度や降雨波形によらず、土壌のみに依存し、浸透能は等しく低減する。

前項で述べたように、Philip式中の吸収能 S が $10^{-2}\text{cm}/\text{S}^{1/2}$ より小さい場合、初期損失より比較的短時間で終期浸透能に達する。しかしながら、 S がそれより大きい場合（透水性の良い土壌）、降雨継続中、浸透能は降雨強度に応じて初期損失から緩やかに低減する。

したがって、透水性の良い土壌に対して、降雨強度が変動する場合、Green-Ampt式により有効降雨を導出しなければならない。

変動する降雨に対し、Green-Ampt式を適用した、有効降雨を求める算出方法を以下に示す。

降雨 r_j ($j=1\sim n$, 時間間隔 $\Delta t=10$ 分)に対して,

$$[\text{ステップ1}] \quad I_{j+1} = I_j + ks\Delta t \left(1 + \frac{H_j + H\delta}{I_j / \Delta\theta} \right)$$

$$[\text{ステップ2}] \quad i = I_{j+1} - I_j$$

〔ステップ3〕

$$i \geq r_j \text{ のとき, } I_{j+1} = I_{j+1} - i + r_j$$

$$re_j = 0$$

$$i < r_j \text{ のとき, } re_j = r_j - i$$

以後、ステップ1～3を繰返す ($j=1\sim n$)

ただし、 I_j :時刻 j の累加浸透量、 H_j :時刻 j の全湛水深で、 δ 式で与えられる。 i :浸透能、 re_j :時刻 j の有効降雨である。

単一工種ごとに、上記の計算により有効降雨が算出される。

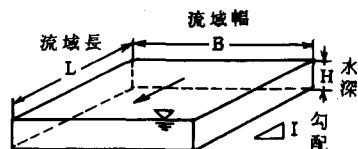


図6 微小流域の表面流

4. 表面流を考慮した浸透能方程式

(1)有効湛水深

微小流域の湛水深は、凹地貯留分と降雨強度に依存し、表面流を形成する有効湛水深との和で表わされる。ここで、図6のような単一工種の矩形流域を考える。表面流をマニング流とし、その流量は流域内の有効降雨のみが寄与するとすれば、次式が近似的に成立つ。

$$re \cdot A = \frac{1}{n} B \cdot He \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2} \dots\dots\dots 02$$

ただし、 re :有効降雨、 A :流域面積 ($=BL$)、 n :粗度係

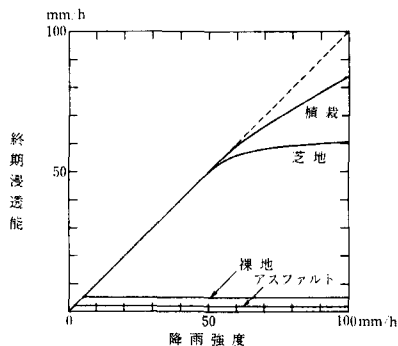


図7 浸透能と降雨強度の関係

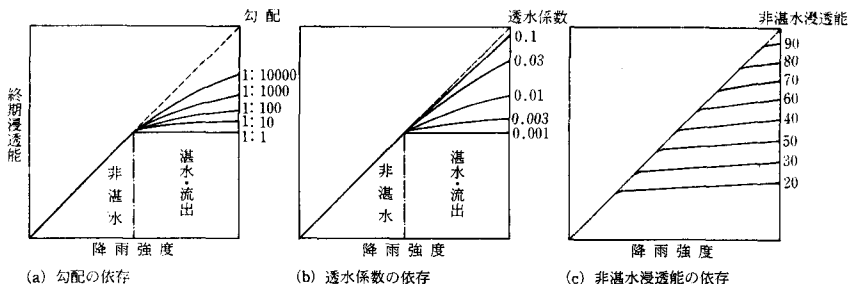


図8 浸透能のパラメータ依存性

数，B：流域幅，L：流域長，He：有効湛水深，R：径深，I：勾配である。

さらに $R = He$ とすれば，
$$re = \frac{1}{n \cdot L} He^{5/3} \cdot I^{1/2} \dots\dots\dots 03$$
$$\therefore He = (re \cdot n \cdot L \cdot I^{1/2})^{3/5} \dots\dots\dots 04$$

したがって，全湛水深は次式で与えられる。
$$Ht = Ho + const. \times re^{3/5} \dots\dots\dots 05$$

ただし，Ht：全湛水深，Ho：凹地貯留分である。

(2)一定降雨強度下の終期浸透能
Philip式の吸収能Sが $10^{-2} \text{ cm} / \text{ S}^{1/2}$ より小さい場合，比較的短時間で終期浸透能に達するが，このとき，Green-Ampt式を次のように変形できる。

$$ic = ico + kH \dots\dots\dots 06$$

ただし，ic：終期浸透能，ico：非湛水終期浸透能，定数である。
また，有効降雨は次式で与えられる。

$$re = r - ic \dots\dots\dots 07$$

したがって，03，06，07より次式が得られる。
$$r - ic = \frac{1}{nL} [(ic - ico) / k]^{5/3} \cdot I^{1/2} \dots\dots\dots 08$$

この式は，表面流の効果を考慮した，降雨強度と終期浸透能の関係を表現する。これを用いて，工種ごとのパラメータ依存を図7，8に示す。定性的には，アスファルトや裸地（グラウンド）のように，表面流の影響を受けにくい工種と，植栽や芝地のように影響を受けやすい工種があることがわかる。流域長，粗度，透水係数，勾配もまた，浸透能に影響を与え，降雨強度に応じて浸透能が変化することが判明した。

5. 散水，浸透実験

集合住宅，学校，事務所，公園等を対象に，散水・浸透実験を行なった。

(1)浸透実験
冠水型浸透計を使用して，浸透実験を行なった。工種としては，植栽，芝地，グラウンド，裸地であり，湛水深は2～20cm，時間は1～2時間である。同時に土中水分量，透水係数も試験した。

(2)散水実験
有孔塩ビ管を使用して，散水実験を行なった。散水面積は，10～200 m²であり，散水強度は10，30，50，75 mm／時で1～2時間，また，100 mm／時中央集中型降雨波形で6時間行なった。実験の詳細は前報⁽¹⁾を参照されたい。

6. 流出解析

表1 浸透パラメータ

工 種	s. (cm/s ^{1/2})	Δθ	H f (cm)	k s (cm/s)	k s (実測) (cm/s)
植さい (I)	6.3×10 ⁻³	0.070	18.3	1.5×10 ⁻⁵	8.2×10 ⁻⁶
植さい (II)	2.9×10 ⁻²	0.070	25.3	2.3×10 ⁻⁴	—
芝 地	2.3×10 ⁻²	0.052	33.5	1.5×10 ⁻⁴	2.2×10 ⁻⁴
グラウンド (I)	2.7×10 ⁻²	0.063	18.6	3.4×10 ⁻⁴	6.8×10 ⁻⁴
グラウンド (II)	1.2×10 ⁻²	0.071	58.8	1.8×10 ⁻⁵	1.2×10 ⁻⁴
裸 地	1.3×10 ⁻²	0.073	51.2	2.2×10 ⁻⁵	2.2×10 ⁻⁷

表2 流出パラメータ

工 種	初期損失(mm)								浸透能(mm/h)			粗度	勾配 (00/0)
	10	30	50	75	mm/h	実測	2h	10h	∞				
植さい (I)	0.4	0.2	0.1	0.1	75～		1.9	1.1	0.54	—	0		
植さい (II)	8.5	6.8	3.5	2.2	2.0		14.4	11.0	8.3	0.03	400		
芝 地	20.4	3.8	2.1	1.4	25.2		10.3	7.8	5.4	0.24	25.8		
グラウンド (I)	10	～7.2	3.4	2.0	8.2		18.0	14.8	12.2	0.024	3.5		
グラウンド (II)	2.8	0.9	0.5	0.4	3.9		3.2	1.8	0.8	0.016	1.0		
裸 地	3.2	1.0	0.6	0.4	1.2		3.6	2.0	0.8	0.028	1.7		

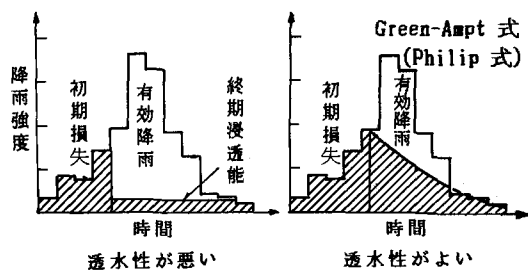


図9 有効降雨モデル

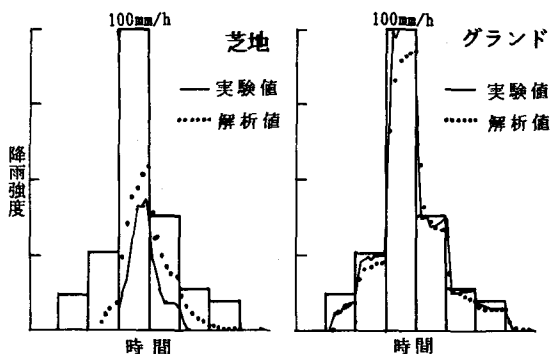


図10 中央集中型降雨の流出解析

(1) 浸透パラメータ

浸透実験より求めた浸透の各パラメータを表1に示す。土質試験より求めた値も比較のために示した。

(2) 流出パラメータ

一定散水強度の実験による流出パラメータを表2に示す。合わせて、浸透パラメータより算出した値を比較のために示した。

(3) 流出モデルと解析結果

以上の議論を踏まえ、浸透域の有効降雨モデルとしては、図9に示すように、Philip式のS値によって、2種類とした。

有効降雨の表面流出は、マニング式による貯留関数法を採用した。

芝地とグラウンドで行なった、中央集中型降雨散水実験に対する実測値と解析結果を図10に示す。

ほぼ一致している。

7. 結 論

古典的な浸透理論式である、Green-Ampt式とPhilip式に対して、統一的に取扱い、各パラメータに物理的意味付けを行なった。微小流域に限定されるが、不十分ながら従来の水文学に欠落していた部分を埋めることができたと考えられる。以下に主要な結論を述べる。

- (1) Green-Ampt式とPhilip式とを統一的に扱うことで、浸透のパラメータと流出のパラメータとを理論的にそれぞれ導出することを可能とした。
- (2) 浸透に対する、降雨強度、土中水分量、透水係数、粗度係数、勾配等の依存性を定性的に説明できた。
- (3) 浸透理論により、二種類の浸透域の有効降雨モデルを提案した。
- (4) 冠水型浸透計のデータに対して物理的に意味のある解析法を示した。

ここでは、単一工種の微小流域における浸透を考慮した流出解析を試みたが、モデルの中流域への適合性等については、今後の課題としたい。

なお、本研究に対して、御協力をいただいた、東京都の都市計画局、住宅局、教育庁、下水道局、建設局の担当職員諸氏に謝意を表したい。

参考文献

- (1) 小川 進, 和泉 清 (1986) 「流出抑制施設による流出抑制効果の実験的研究」第30回水理論演会論文集, 157 - 162.
- (2) Horton, R. E. (1940) Approach toward a physical interpretation of infiltration capacity, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 5: 399 - 417.
- (3) Richards, L. A. (1952) Capillary conduction of liquids through porous mediums, Physics, 1: 318 - 333.
- (4) Philip, J. R. (1954) An infiltration equation with physical significance, Soil Sci., 77, 153 - 157.