

機械的擾乱と熱的擾乱が共存した密度成層場での鉛直混合に関する研究(その2)

Vertical Mixing Induced by Combination of Mechanical and Thermal
Stirring in Density Stratification System (2)

大阪大学工学部 正員 室田 明

大阪大学工学部 正員 ○ 道奥 康治

1. はしがき

海域・湖沼に発達する水温成層の盛衰は水面を介して供給される熱的・力学的エネルギーの相互作用に支配される。著者等は性質の異なるこれら二種の擾乱エネルギーが水温成層場へ複合的に作用して誘起される場合の鉛直混合過程を解明するためこれまで基礎的実験を行ってきた。前報¹⁾においては擾乱の速度・長さに関する代表量を用いて複合因擾乱によりもたらされた混合量の規準化を図り混合則を確立した。これにより混合率は複合因擾乱の代表特性量で定義されたりチャードソン数の一価関数として表示された。

本報においては、混合則に基づき別途得られた解析解を用いて混合過程を記述し混合則の妥当性を確認するとともに現象を支配する各水理量を導出してその物理的意義を明確にする。次に場のポテンシャルエネルギーの推移を評価することによって力学系と熱学系相互のエネルギー授受関係を定量的に示し、エネルギー推移過程を体系化する。

実験は前回と同様、鉛直一次元アクリル水槽を用いて行なわれ、安定な水温二成層を底面に設置した振動格子と加熱底板によって混合させるという方式をとる。その他実験方法の詳細については文献1)に記載されている。

2. 現象の支配水理量

(1) 混合則

前報までに得られた混合則を要約すると次のようである。

(a) 機械的擾乱の場合

$$E_s = C_1 \tilde{R}_{is}^{-1} \quad (1)$$

ここで、 $E_s = (dh_m/dt)/u_s$: 混合係数、 $\tilde{R}_{is} = \varepsilon g l_s / u_s^2$: リチャードソン数、 dh_m/dt : 混合層発達速度、 h_m : 混合層厚、 t : 時間、 ε : 界面での相対密度差、 g : 重力加速度である。また

$$l_s = \beta(h_m - d) \quad (2)$$

$$u_s = c M \varepsilon^{\frac{3}{2}} f (h_m - d)^{-1} \quad (3)$$

は各々格子乱れの特性長、格子乱れの代表速度である。²⁾ ここで β, c : 定数、 d : 底面から格子平均位置までの距離、 M : 格子要素間隔、 s : 格子振幅、 f : 周波数である。

(b) 熱的擾乱の場合

$$E_f = C_2 R_{if}^{-1} \quad (4)$$

ここで、 $E_f = (dh_m/dt)/u_f$: 混合係数、 $R_{if} = \varepsilon g h_m / u_f^2$: リチャードソン数、 $u_f = (\alpha g H_s h_m)^{\frac{1}{3}}$: 熱対流の代表速度、 β : 熱膨張係数、 H_s : 底面から供給される熱量束である。

(c) 複合因擾乱の場合

$$E_{\sigma} = C_3 R_{i\sigma}^{-1} \quad (5)$$

で与えられる。ここに

は熱的・機械的擾乱相互の速度代表量の換算係数で、 η_0 : 定数 である。

図-1の模式化された二層系に関して体積保存則と相対密度差保存則は次のようである。

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{\alpha H_g}{h_m} - \frac{dh_m}{dt} \cdot \frac{\varepsilon}{h_m} \quad (9)$$

$$t = 0 \text{ 时 } h_m = h_{m_0}, \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \quad (10)$$
$$G(\hat{h}_m, \xi, \lambda) = \ln(1 - \tau_1)^{-C_3} \quad (11)$$

$$\hat{\varepsilon} = \hat{h}_m^{-1} \exp. [-\frac{1}{C} G(\hat{h}_m, \xi, \lambda)] \quad (12)$$

$$G(\hat{n}_m, \xi, \lambda) \equiv \frac{1}{\xi^4 + \lambda^4} \left[\lambda^4 \ln \hat{n}_m + \frac{\xi^4}{4} \ln \left| \frac{(\hat{n}_m - \lambda)^4 + \xi^4}{(1 - \lambda)^4 + \xi^4} \right| + \frac{1}{2} \xi^2 \lambda^2 \tan^{-1} \left(\frac{\xi^2 \{ (\hat{n}_m - \lambda)^2 - (1 - \lambda)^2 \}}{\xi^4 + (\hat{n}_m - \lambda)^2 (1 - \lambda)^2} \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{4\sqrt{2}} \lambda \xi \left[(\xi^2 - \lambda^2) \ln \left| \frac{(\hat{n}_m - \lambda)^2 - \sqrt{2} \xi (\hat{n}_m - \lambda) + \xi^2}{(\hat{n}_m - \lambda)^2 + \sqrt{2} \xi (\hat{n}_m - \lambda) + \xi^2} \cdot \frac{(1 - \lambda)^2 + \sqrt{2} \xi (1 - \lambda) + \xi^2}{(1 - \lambda)^2 - \sqrt{2} \xi (1 - \lambda) + \xi^2} \right| \right. \right. \\ \left. \left. + 2(\xi^2 + \lambda^2) \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2} \xi [(\hat{n}_m - \lambda) \{ \xi^2 - (1 - \lambda)^2 \} - (1 - \lambda) \{ \xi^2 - (\hat{n}_m - \lambda)^2 \}]}{\{ \xi^2 - (\hat{n}_m - \lambda)^2 \} \{ \xi^2 - (1 - \lambda)^2 \} + 2 \xi^2 (\hat{n}_m - \lambda) (1 - \lambda)} \right) \right] \right] \quad (13)$$

上式中に含まれる無次元諸量は次のとおりである。

$$\begin{aligned} \hat{h}_m &= h_m/h_{m0}: \text{無次元混合層厚さ} & \hat{t} &= \sqrt{\epsilon_0 g/h_{m0}} \cdot t: \text{無次元時間} \\ \hat{\epsilon} &= \epsilon/\epsilon_0: \text{規準化された相対密度差} & \lambda &= d/h_{m0}: \text{無次元格子高さ} \\ \tau_1 &= R_{if}^0 \hat{t}^{\frac{3}{2}}: \text{規準化時間} \quad (0 \leq \tau_1 \leq 1) & \xi &= \eta_0^{\frac{3}{4}} (R_{if}^0/R_{is}^0)^{\frac{3}{8}}: \text{初期状態での機械的擾乱と熱的擾乱の強度比} \\ R_{is}^0 &= \epsilon_0 g h_{m0} / (u_{s0} l_{s0} h_{m0}^{-1})^2: \text{機械的擾乱に関するリチャードソン数の初期値} \\ R_{if}^0 &= \epsilon_0 g h_{m0} / u_{f0}^2: \text{熱的擾乱に関するリチャードソン数の初期値} \end{aligned}$$

式(11)~(13)は次のように関数表示される。

$$\begin{bmatrix} \hat{h}_m(\tau_1) \\ \hat{\varepsilon}(\tau_1) \end{bmatrix} = \text{func.} \left(\xi, R_{is}^0, R_{if}^0, \lambda \right) \quad (14)$$

—698—

三つの無次元水理量によって規定される。

$$\begin{pmatrix} \hat{h}_m(\tau_1) \\ \hat{\varepsilon}(\tau_1) \end{pmatrix} = \text{func.} (\xi, R_{is}^0, R_{if}^0) \quad (15)$$

一方, $\hat{\varepsilon}, \hat{h}_m$ の解から機械的・熱的擾乱に関するリチャードソン数, $R_{is} \equiv \varepsilon g h_m / u_s^2, R_{if} \equiv \varepsilon g h_m / u_f^2$ ならびに混合率 E_σ の経時変化は各々次のように得られる。

$$R_{is} = \exp. [-G(\hat{h}_m)/C_3] (\hat{h}_m - \lambda)^2 R_{is}^0 \quad (16)$$

$$R_{if} = \exp. [-G(\hat{h}_m)/C_3] \hat{h}_m^{-2} R_{if}^0 \quad (17)$$

$$E_\sigma = C_3 \exp. [G(\hat{h}_m)/C_3] \{1 + \xi^4 / (\hat{h}_m - \lambda)^4\}^{\frac{2}{3}} \hat{h}_m^{\frac{2}{3}} R_{if}^0{}^{-1} \quad (18)$$

式(11)~(13)の解は, $\xi \rightarrow \infty, \xi \rightarrow 0$ なる極限操作を行えば, 次式のように各々機械的擾乱のみが作用する場合, 熱的擾乱のみが作用する場合の解となる。

$$\frac{1}{4}(\hat{h}_m^4 - 1) - \frac{4}{3}\lambda(\hat{h}_m^3 - 1) + 3\lambda^2(\hat{h}_m^2 - 1) - 4\lambda^3(\hat{h}_m - 1) + \lambda^4 \ln \hat{h}_m = C_3 \tau_2 \quad (19)_{-1}$$

$$\hat{\varepsilon} = 1/\hat{h}_m \quad (\text{機械的擾乱}) \quad (19)_{-2}$$

$$\hat{h}_m = (1 - \tau_1)^{-C_3} \quad (20)_{-1}$$

$$\hat{\varepsilon} = (1 - \tau_1) C_3 + 1 \quad (20)_{-2}$$

ただし, 式(19)の機械的擾乱の場合においては次式で定義される新たな規準化時間 τ_2 が用いられている点に留意を要する。

$$\tau_2 \equiv \eta_0^3 R_{is}^0 - \frac{3}{2} \hat{\varepsilon}$$

3. 解析解と実験値の比較

(1) 密度構造

図-2は機械的擾乱のみが作用する場合, 図-3は熱的擾乱のみが作用する場合, 図-4は複合因擾乱が作用する場合の密度構造の経時変化例を示す。いずれの図においても計測水温は ε_0 で規準化した相対密度差

$$\hat{\varepsilon}_T = \left\{ \frac{\rho(T) - \rho(T_0)}{\rho(T_0)} \right\} / \varepsilon_0 \quad (0 \leq \hat{\varepsilon}_T \leq 1)$$

に換算され, $\Delta \hat{\varepsilon}_T = 0.05$ 間隔毎の $\hat{\varepsilon}_T$ の等値線が細実線群で描かれている。ここに, T : ある時間・ある高さでの計測水温, T_0 : 基準水温である。

図-2中の太い実線は式(19)₋₁で与えられる無次元混合層厚 $\hat{h}_m$ の解析値, 破線は式(19)₋₂の解である。式(19)からわかるように, このように規準化された空間上においては R_{is}^0 の値に関わらず, すべての実験ケースの密度場が同一の相似な構造となる。

同様に図-3の太い実線・破線は各々式(20)₋₁, (20)₋₂の解である。

図-4の複合因擾乱の場合においては擾乱強度比 ξ

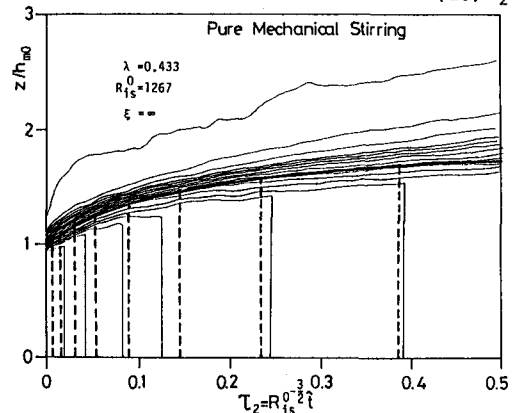


図-2 機械的擾乱の場合の密度構造 ($\xi \rightarrow \infty$)

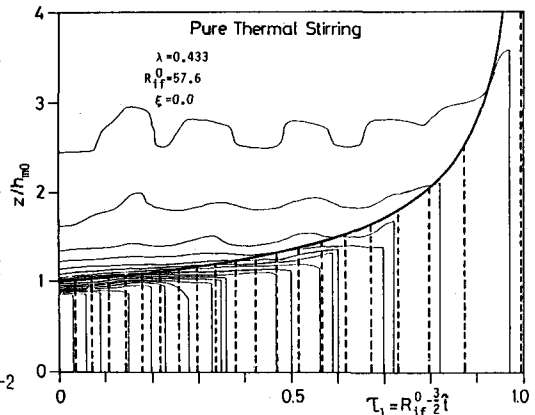


図-3 熱的擾乱の場合の密度構造 ($\xi = 0$)

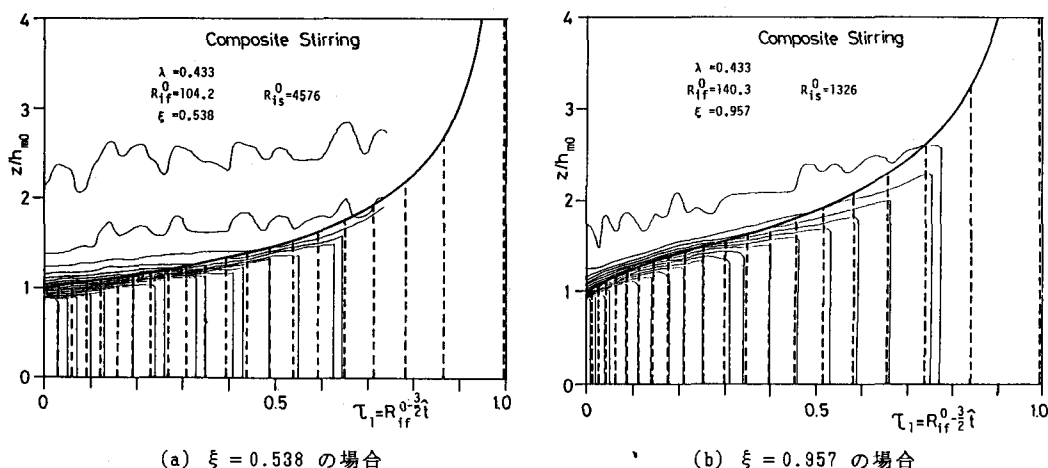


図-4 複合因擾乱の場合の密度構造

が密度構造におよぼす影響を調べるため異なる ξ を有する二つのケースについて実験値と式(11)~(13)の解析解を示している。図-3の $\xi=0$ の結果とも考え合わせると、 ξ が大きくなるにしたがって、すなわち R_{is}^0 が R_{if}^0 に較べて小さくなるにしたがって機械的擾乱の混合への寄与が大きくなり混合層厚の立ち上がり急速になることがわかる。また、初期の R_{is}^0, R_{if}^0 の値に関わらず ξ が同じであればすべての実験ケースは $(z/h_{m0} \sim \tau_1)$ 平面上で相似形となり同一の密度構造を有することは式(11)~(13)からもわかり実験的にも別途確認済みである。図-2~4の実験と解析との整合性より、前報における混合量の評価法ならびに解析・現象の規準化の妥当性が確認される。

(2) 各種水理量

図-5の各図に $(E_\sigma, R_{is}, R_{if})$ 空間上での現象の進展を示す。支配水理量 $(\xi, R_{is}^0, R_{if}^0)$ の異なる数例のケースについて、実験値を記号で、計算値を曲線であらわしている。現象の進行方向は図中に示す矢印の向きである。

同図より現象の進行とともに R_{is} は増加、 R_{if} は減少し、機械的擾乱が卓越する領域から熱的擾乱が卓越する領域へと移行することがわかる。混合係数は初期において減少し極小値をとった後再び増加し始める。

このような表示によって現象の進行状況が明確に理解される。またいずれの平面上においても実験と解析との良い一致が見られ混合量の評価法と解析の妥当性が再確認される。

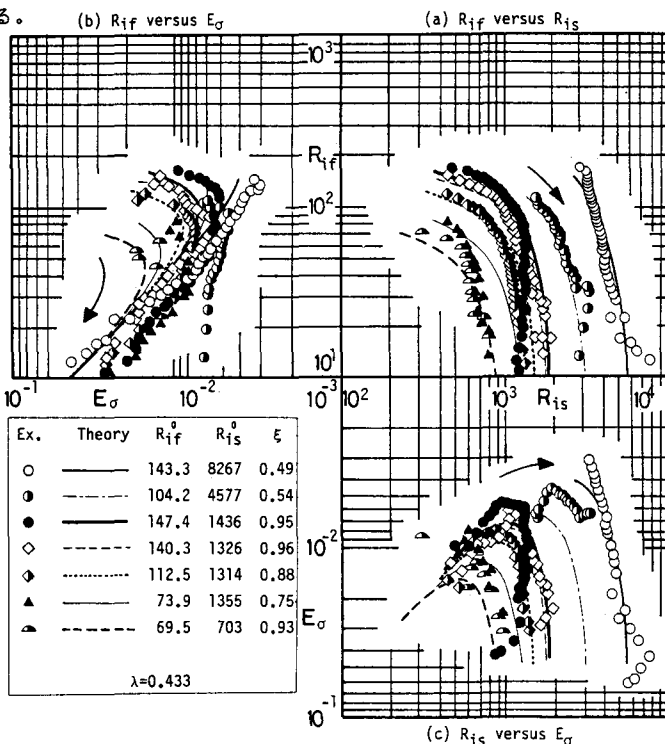


図-5 $(E_\sigma, R_{is}, R_{if})$ 空間上での現象の進展

4. 力学的・熱学的エネルギーの収支に関する考察

密度成層場は外部擾乱によって混合し密度一様化の方向へ、すなわちポテンシャルエネルギー増加の方向へと推移する。よって密度場のポテンシャルエネルギー（以下P.E.と略す）を評価すれば混合に対して有効に機能した擾乱エネルギー量を見積ることができる。複合因擾乱のように力学的擾乱エネルギーに加えて熱内部エネルギーが系外から供給される場合には、力学的成層安定度に関わるP.E.の変化の他に浮力供給にともなうP.E.の静的変化分が場へ包存される。したがってP.E.をこれら二成分に分離すれば、場に蓄積された力学系・熱学系エネルギーの構成比を得ることができ、これら異なるエネルギー系相互の授受関係、供給されたエネルギーの系内での推移過程等が間接的に理解される。³⁾

今、図-6に示すような四つの状態の水温成層、(A): 擾乱開始前の二層系、(B): (A)を断熱混合させた状態、(C): 擾乱作用後のある時間における二層系、(D): (C)を断熱混合させた状態を考え、各状態のP.E.を各々 $\phi_A, \phi_B, \phi_C, \phi_D$ とする。

場へ供給された力学的エネルギー、熱学的エネルギーを各々 S_d, S_t とし、(S_d, S_t)平面上における $\phi_A \sim \phi_D$ の座標およびP.E.の等値線を概念的に描けば図-7のようである。

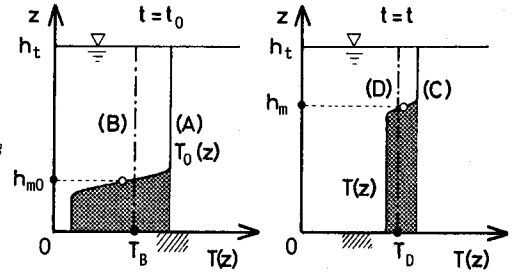


図-6 各成層状態の模式図

(A)の状態に複合因擾乱が作用したとき、まず (i) 熱的擾乱の一部と機械的擾乱は対流運動を介して密度場を変形させ力学的P.E.として場に蓄えられる(図-7の $\Delta\phi_{T2}$)、同時に、(ii) 熱的擾乱の浮力供給効果によって熱学的P.E.が蓄えられ(図-7の $\Delta\phi_{T1}$)、結局、(iii) (S_d, S_t)平面上のA点からC点へと移行しP.E.が $\Delta\phi_T = \phi_C - \phi_A$ だけ増加する。体積と密度の保存を考慮し、 $\Delta\phi_T$ は次式のように水温分布から求められる。

$$\Delta\phi_T \equiv \phi_C - \phi_A = \int_0^{h_t} \rho_0 \alpha g \{T(z, t) - T_0(z)\} (h_t - z) dz \quad (21)$$

ここで、 h_t : 全水深、 ρ_0 : 基準密度である。

他方、(C)から(D)への変遷は断熱過程であり図-7では S_d 軸に平行なC点からD点への移行、また(B)から(D)への変化は力学的エネルギーの出入りがなく熱エネルギー供給のみによるため S_t 軸に平行なB点からD点への移行にそれぞれ対応する。これより $\Delta\phi_{T1} = \phi_D - \phi_B$ となり、 $\Delta\phi_T$ 中の二成分 $\Delta\phi_{T1}, \Delta\phi_{T2}$ は各々次のように求められる。

$$\Delta\phi_{T1} \equiv \phi_D - \phi_B = \frac{1}{2} \rho_0 \alpha g (T_D - T_B) h_t^2 \quad (22)$$

$$\Delta\phi_{T2} \equiv \Delta\phi_T - \Delta\phi_{T1} = (\phi_C - \phi_A) - (\phi_D - \phi_B) = \rho_0 \alpha g \int_0^{h_t} \{T(z, t) - T_0(z)\} \left(\frac{h_t}{2} - z\right) dz \quad (23)$$

ここで、 T_B, T_D は各々状態(B),(D)における一様水温である。

式(21)~(23)のP.E.を $\rho_0 \epsilon_0 g h_{m0}^2$ で

$$(\Delta\phi_T, \Delta\phi_{T1}, \Delta\phi_{T2}) = (\Delta\phi_T, \Delta\phi_{T1}, \Delta\phi_{T2}) / \rho_0 \epsilon_0 g h_{m0}^2 \quad (24)$$

のように無次元化し、先の規準化時間 τ_1 を用いてその経時変化を示せば図-8のようになる(注: 同図中 $\Delta\phi_{T1}$ については下向きを正としている)。同図中の各曲線は先の二層系としての解析値であり、次式のよう

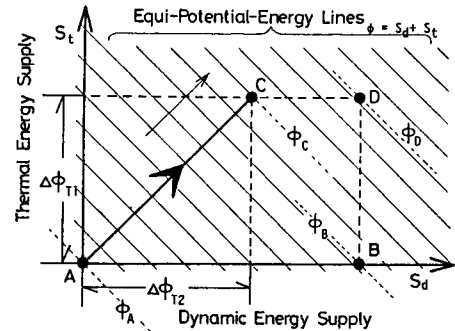


図-7 (S_d, S_t)空間上での各成層状態の座標

$$\Delta\Phi_T = (\hat{h}_t - \frac{1}{2}) - (1 - \tau_1)(\hat{h}_t - \frac{1}{2}\hat{h}_m) \quad (25)$$

$$\Delta\Phi_{T1} = \frac{1}{2}\hat{h}_t\tau_1 \quad (26)$$

$$\Delta\Phi_{T2} = \frac{1}{2}\{(1 - \tau_1)(\hat{h}_m - \hat{h}_t) + \hat{h}_t - 1\} \quad (27)$$

同図からいずれのP.E.もすべて時間とともに増加すること、擾乱強度比 ξ に関わらずいずれのケースも供給エネルギーのうち力学的P.E. $\Delta\Phi_{T2}$ として、および熱学的P.E. $\Delta\Phi_{T1}$ として蓄積される量はほぼ同じ大きさであること等がわかる。 $\xi \rightarrow \infty$ の機械的擾乱の場合については時間の無次元化が異なるため同図中に示すことはできないが $\Delta\Phi_{T1}=0$ であり $\Delta\Phi_T = \Delta\Phi_{T2}$ となることは言うまでもない。しかし、浮力供給をともなう複合因擾乱の場合については通常行なわれているように単に $\Delta\Phi_T$ を成層安定度の尺度として用いることができず、ここで示したように $\Delta\Phi_{T2}$ を力学的な安定度指標として考える必要がある。

以上の結果と考察を参考にして力学的・熱学的エネルギーの推移過程を推察すると図-9のように表現することができよう。同図を要約すれば以下のである。

- (i) 振動格子による機械的擾乱エネルギー E_1 、ならびに熱的擾乱エネルギー E_2 のうち熱対流運動エネルギーへの転換分 ΔE の和 $(E_1 + \Delta E)$ が複合因擾乱場での運動エネルギーである。
- (ii) $(E_1 + \Delta E)$ のうち逸散エネルギーとして熱エネルギーに還元される微少量 D を除いた $(E_1 + \Delta E - D)$ が混合に対し有効に機能し、力学的P.E.の増分 $\Delta\Phi_{T2}$ として蓄積される。
- (iii) 一方、供給された熱エネルギー E_2 のうち ΔE をさしひいた $(E_2 - \Delta E)$ が内部エネルギーとして $\Delta\Phi_{T1}$ なる形で蓄積される。

ただし、本解析の範囲では E_1 と ΔE の大きさ関係を知ることはできない。

5. むすび

水温成層場に機械的・熱的擾乱が複合作用したときに生ずる混合現象を体系化し、解析的に表現した。また、力学的・熱学的エネルギー収支を評価し両種のエネルギーの推移過程を示した。

本研究は基礎実験で観測された混合現象を対象としたものであるが、擾乱額の代表量を用いて混合過程が規準化されているため、実際の海洋や湖沼の表水域における風応力や熱収支の代表量を把握することによって本研究成果を実用面へ拡張することが可能と考える。

参考文献

- 1) 室田・道奥：第28回水理講演会論文集，pp.407-412，1985。
- 2) Hopfinger, E.J. and J.A.Toly：J. Fluid Mech., vol.78, pp.155-175, 1978。
- 3) 室田・道奥：土木学会論文集，345/II-1, pp.73-82, 1984。

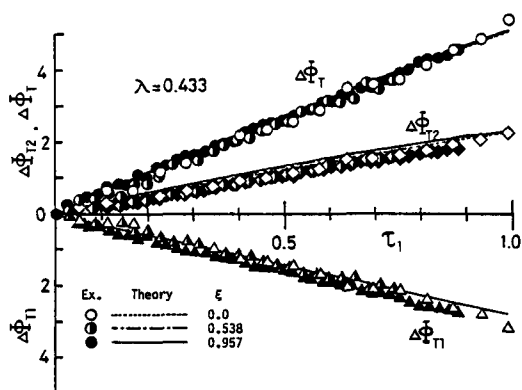


図-8 各ポテンシャルエネルギーの変化

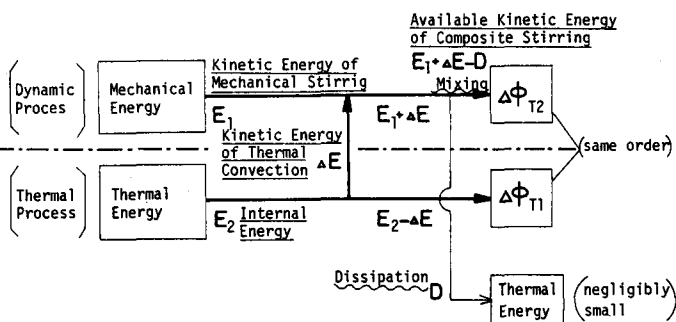


図-9 力学的・熱学的エネルギーの推移