円柱後流中における周期性渦の形成機構

A Formation Mechanism of Periodic Vortices Behind a Circular Cylinder

金沢工業大学　正　員　中　川　武　夫

1. はじめに

一様流中に固定された二次元円柱からの渦の放射現象は古典的な流体力学に関するテーマの一つである（Bearman 1984）。レイノルズ数が４０程度以下の場合には円柱まわりの流れは安定であるが、この値を越すと流れは一般に不安定となる。流れが不安定になると円柱表面からはく離した二つのせん断層が内側に巻き込まれる結果円柱の背後に渦が形成される。渦は通常、円柱の両側から交互に渦形成領域内において形づくられ、その形成順序に従って下流に放射される。ここで渦形成領域とは円柱の上側はく離せん断層、下側はく離せん断層および二つのはく離点の間の後部円柱表面によって囲まれた領域をさす。渦の規則的な放射は円柱後流中における特徴的現象であり、はく離点上流の円柱表面に形成される境界層が層流であるか乱流であるかにかかわらず起こる。しかしながら、はく離点の位置そのものは境界層の状態に大きく左右される。

Roshko（1954）は円柱からの渦の放射周波数は渦形成領域のスケールが小さくなるほど増加することを示した。Roshkoは円柱の上側および下側はく離せん断層が互いに近づくにしたがって、両者の干渉が促進される結果、渦の放射周波数が増加するものと考えた。一方、Gerrard（1966）は拡散によってはく離せん断層の厚さが増加すると円柱の上側と下側のはく離せん断層との間の相互干渉が阻害される結果、渦の放射周波数が減少し、この逆の場合には渦の放射周波数が増加することを指摘した。また、Nakagawa, Meier, Timm &Lent（1985）は渦形成領域の面積が渦の放射周波数を規定する臨界パラメータであると結論づけた。すなわち、渦形成領域の面積が増加すればするほど円柱の上側と下側のはく離せん断層の間の相互干渉の度合が減少する結果、渦の放射周波数が減少し、この逆の場合には渦の放射周波数が増加することを断面形状の異なる８種類の二次元物体を用いた実験によって証明した。

円柱からの渦の放射現象に対しても、他の断面形状を有する物体からそれと同様に渦形成領域内の流れの挙動が重要な役割を演じることは容易に予測できる。たとえば、二次元の円柱を静水中において静止状態から急激に一定速度となるように動かしてやると円柱背後にウェーキ軸に関して対称な一対の渦が形成されることを可視化実験によって確かめることができる。Rubach（1914）はこの一対の渦のウェーキ軸に関する対称な配置はこれらが互いに接するまでは安定であるが、接した後は不安定となることを実験的に明らかにした。Rubachの実験に関連して Föppl（1913）は円柱背後のウェーキ軸に関して対称な一対の渦は対称点に関して、対称な乱れに関しては安定であるが、非対称な乱れに関しては不安定であることを理論的に証明した。この理論結果は、実際の円柱まわりの流れの中には非対称な乱れが必ず含まれていることを考え合わせば、一対の渦の非対称な配置の方がより一般的であることを示唆している。

本論文の内容は高レイノルズ数、高マッハ数の一様な流れの中に固定された二次元の円柱からの渦の放射現象に関する実験的研究である。ここでの研究の主な目的は円柱から放射される周期性渦の形成機構を明らかにすることである。

2. 実　験

Fig. 1に実験の概要図を示した。実験は西ドイツのゲッチンゲンにあるマックス・プランク流体力学研究所の遷音速風洞を用いて実施した。風洞測定部は長さ６２０㎜、高さ３３０㎜、そして幅１００㎜である。

実験室内の空気は風洞測定部へ先ず吹い込まれたのち、測定部を経て下流の真空タンク（１３２㎥）内へ流れ込むこととなる。測定部における流速はディフューザーの開度を調節することによって制御された。渦を発生するために二次元の円柱（直径２０㎜）が風洞測定部のガラス製観測用窓部に固定された。マッハツエンダー干渉計（Ｚｅｉｓｓ）が円柱まわり流れを可視化するために用いられた。この可視化法は光の干渉原理を流れの測定に応用したものであり、流れの中の各点における密度を定量的に与えるところにその特徴がある。本実験の場合には円柱の前方よどみ点における密度 ρ_0 に対する流れの中の任意の点における密度 ρ の比 ρ/ρ_0 が干渉写真上の白色または黒色の干渉縞の数Ｎの関数として次のように与えられる。

$$\rho/\rho_0 = 1 - 0.01058 \times N$$

すなわち、Ｎ＝０，９６の点はそれぞれ円柱の前方よどみ点、圧力が零の点に相当する。ところで空気の流れが定常、非粘性かつ等エントロピー的である場合には $\tilde{p}=p/p_0=(\rho/\rho_0)^{\gamma}$ 、ここで p は流れの中の任意の点における圧力、p_0 は円柱の前方よどみ点における圧力そして γ は比熱比の関係があるので、密度比 ρ/ρ_0 の値からたただちに圧力比 $\tilde{p}=p/p_0$ が求まることとなる。干渉計に用いた光源は光電管（Impuls-physik ）であり、流れ干渉写真は回転式ドラム・カメラを用いて約７KHzで高速度撮影された。

風洞測定部の圧力測定のために高感度圧力変換器ＹＣＳ－０９３（Ｋｕｌｉｔｅ）が用いられ、全部で１０個の圧力変換器が測定部内壁に取り付けられた。なお、圧力変換器の位置 p_1-p_{10} は概略Ｆｉｇ．１に示したとおりであり、これらの座標は後述の静圧測定用圧力変換器の座標とともにTable１に掲げられている。ここで、座標の原点は円柱の中心であり、ｘ，ｙ そしてｚの正方向はそれぞれ下流、左方そして上方である。圧力変換器のセンサーは直径６㎜の膜であり、その個有振動数は１００KHzである。また、静圧測定用圧力変換器ＤＰＩ２００（ＮＡＴＥＣ)が円柱前方の一様流速度 U_∞ を較正するために用いられた。

圧力測定データを用いて、各圧力変換器の位置における圧力の時間変動および圧力の周波数スペクトラムが求められた。ここで、圧力の周波数スペクトラムは圧力変換器から送られてくるアナログ・データをＡＤ変換器を用いてサンプリング周波数１０KHz でディジタル化したのち１０２４個のデータをＦＦＴ法で解析することによって求めた。

3. 結　論

本研究は著者（Ｎａｋａｇａｗａ　１９８５）を中心にゲッチンゲンにおいて実施された渦と物体との干渉に関する広範な研究の一部である。ここでは、紙面の都合上レイノルズ数Ｒ＝１．７０９×１０^5 でかつ、マッハ数Ｍ＝０．３９１の時の実験結果のみ呈示する。

Ｆｉｇ．２は円柱から放射される渦の状況をマッハツエンダー干渉計を用いて連続的に高速度撮影した６枚の干渉写真である。ここで△ｔは干渉写真の撮影間隔である。図の中には各渦の中心および干渉縞５本間隔ごとの圧力比 $\tilde{p}$ の値が記入されている。つぎに、ｔ＝１の時点に渦形成領域内の円柱下部に存在する渦に着目すると、この渦の中心における圧力は最初減少し最小値をとったのち、渦の放射過程中は徐々に増加する。そして、渦が渦形成領域から放射されたのちは渦が下流へ移動するにつれて一定値に漸近していくことがわかる。また、Ｆｉｇ．２から渦形成領域内での渦中心における圧力変化は渦形成領域外でのそれと比較して急激であることを認めることができる。

Ｆｉｇ．３にはＦｉｇ．２に示した連続干渉写真の各時点（ｔ＝１，．．．，７）における渦の位置をプロットしたものである。図中、参考のために渦形成領域から渦が放射された直後ｔ＝５の時点における渦形成領域の外形線を一点鎖線で示した。この図から円柱の上側において形成された渦と下側において形成された渦の軌跡は渦形成領域の中央部でいったん非常接近するが、渦形成領域外部においては互いにほぼ平行となることがわかる。

Ｆｉｇ．４はそれぞれの圧力測定点における圧力ｐが時間ｔにどのように依存するかを示し、一方、Fig. 5

は対応する圧力スペクトラムSが周波数fにどのように依存するかを示している。なお、Fig. 5の中には圧力スペクトラムが最大値 S_{max} をとる時の周波数fおよび位相角βが記入されている。Fig. 4から、全ての圧力測定点における圧力変動の振幅は同程度のオーダーであり、かつ、その時間依存性が互いに類似していることがわかる。また、平均圧力は時間によってほとんど変化しないが、測定位置に依存する。すなわち、圧力測定点p_1−p_4における平均圧力はp_5−p_{10}におけるそれらより高くなっている。こうした平均圧力の差は前者の圧力測定点が円柱の上流または直下にあるのに対して後者の圧力測定点がその下流に位置していることに起因しているものと考えられる。一方、Fig. 5から、全ての圧力スペクトラムは渦の放射周波数であるf=1192Hzにおいて共通のピークをもっていることがわかる。しかしながら、圧力スペクトラムのピーク値は圧力測定点の位置に依存するのみならず、各圧力スペクトラムには渦の放射周波数を含む、ここで対象としている全ての周波数範囲にわたってピーク値が分布している。こうした周波数ピークは円柱から放射される渦、風洞測定部上下面間あるいは左右側壁間の音響波、実験装置に加えられる機械振動等に起因しているものと考えられる。Fig. 5の各周波数スペクトラム中に存在する周波数ピークを要因別に分離することは一般に容易ではないが、円柱直後の圧力測定点p_5, p_6およびp_8の圧力スペクトラムに特に多くのピークが認められるのは、これらの位置にある圧力変換器が円柱の上側および下側から放射される渦および両者の相互干渉によって誘導される圧力変動をピック・アップしていることを示唆している。

4. 考 察

本章においては前章で示した実験結果および既知の知見に基づいて二次元円柱から放射される周期渦の形成機構について考察を加える。Fig. 6は円柱に一様な流れが当った時に円柱の背後にどのように渦が発生、発達，形成そして放射されていくかを示めす概念図である。Fig. 6(1)および(2)はPrandtl (1904)によるスケッチを参考にして描かれた。Fig. 6(3)−(6)はRubach (1914) によって撮影された写真をもとに描かれ、そして(7)および(8)は本実験中に撮影された干渉写真をもとにしてそれぞれ描かれている。(1)は円柱背後におけるウェーキ軸に関して対称な一対の渦の発生および発達初期の状況を示している。

Prandtl (1904) は円柱に一様な流れが当たると円柱表面に発達した境界層がはく離点からはがれる結果、波動状のはく離せん断層ができ、その振幅ははく離点からの距離が増すに従って増大することを指摘した。すなわち、はく離点から引き出された布製のシートのような二枚のはく離せん断層がいわゆるせん断流不安定となり、その最先端の波の峰が互いに内側へ巻き込まれる結果としてウェーキ軸に関して対称な一対の渦が形成されるのである。このようにして形成された渦の大きさは発生初期の段階においては非常に小さいが、周辺の流体粒子をその内部に取り込む結果、時間の経過に伴って(2)のように増加する。時間が経過すると、(2)および(3)の比較から明らかなように渦および渦形成領域の大きさがさらに増加する。ここで、少くとも(3)の段階までは、一対の渦は依然としてウェーキ軸に関して対称である。しかしながら、(4)の段階を境にして一対の渦は非対称となることがわかる。すなわち、下側の渦は上側の渦より下流位置にあるのみならず、下側の渦とウェーキ軸との間の距離は上側の渦とウェーキ軸との間の距離より長くなっている。(4)と(5)を比較することによって、時間の経過に伴って一対の渦の非対称性が増すのみならず、渦および渦形成領域も大きくなることがわかる。(6)の段階においては、下側の渦はすでに上側のはく離せん断層を巻き込むのに十分な程度の強さとなるまでに生長している。この時点で、下側はく離点と下側の渦との間に第三の渦が形成される。ところで、第三の渦の回転方向は下側の渦と同じ反時計方向であるが、上側の渦の回転方向とは逆である。そのために、第三の渦と下側の渦との間の局所流速は相殺されて減少するが、逆に第三の渦と上側の渦との間の局所流速は重ね合わされて増加する。このように、渦形成領域内に三つの渦が共存している状態は下側の渦および第三の渦が相互に弱め合うという意味において不安定かつ過渡的な配置であると考えられる。このような過渡的な三つの渦の系がより安定なものへと移行するためには、下側の渦または第三の渦のいず

れか一方が渦形成領域から消える必要がある。ところが、この段階においては、一様流から下側はく離せん断層を通して第三の渦へ供給されるエネルギーの方が下側の渦へ供給されるそれより卓越しているために過渡的な三つの渦の系は下側の渦を渦形成領域の外へ放射することによって上側の渦と第三の渦とからなるより安定な新しい渦の系となるのである。しかしながら、下側の渦が放射されるとすぐに上側のはく離点と上側の渦との間に今後は時計方向に回転する第四の渦が形成される。このために、上と全く同様にして上側の渦、第三の渦そして第四の渦による過渡的な系は上側の渦を渦形成領域の外へ放射することによって第三の渦と第四の渦とからなる(8)に描かれているようなより安定な渦の系となるのである。以上述べたような過程を経て、円柱から周期性の渦が交番的に下流に放射されることとなるのである。

5. 結 論

本研究を通じて得られた新たな知見を要約すると次のとおりである。

(1) 渦形成領域内部の渦の中心における圧力は形成直後は時間の経過に伴って徐々に減少し、いったん最小値とるが、それ以後は逆に増加する。これに対して、渦形成領域外部の渦の中心における圧力は渦が下流へ移動するにしたがってほぼ一定値に漸近する。

(2) 円柱の上側において形成された渦と下側において形成された渦の軌跡は渦形成領域の中央部でいったん非常に接近するが、渦形成領域外部においては互いにほぼ平行となる。

(3) 円柱まわりの圧力変動の振幅は同じオーダーであるが、平均圧力は円柱上流側における値の方が円柱下流側における値より一般に高い。また、円柱まわりの圧力スペクトラムには渦の放射周波数を含むここで対象としている全ての周波数範囲にわたってピークが分布している。

(4) 円柱後方に形成されるウェーキ軸に関して対称な一対の渦の不安定性および渦形成領域内の三つの渦から成る系の不安定性が交番的な渦の放射現象を支配していることが示唆された。

参 考 文 献

Bearmann,P.W. 1984 Vortex shedding from oscillating bluff body. Ann. Rev. Fluid Mech. 16, 195-222.

Gerrard,J.H. 1966 The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. J. Fluid Mech. 25, 401-413.

Föppl,L. 1913 Wirbelbewegung hinter einem Kreiszylinder. Sitzungs b.d. math. -phys. kl. Jahrg. München.

Nakagawa,T.,Meier,G.E.A.,Timm,R. & Lent,H. 1985 Influence of shape on vortex shedding from two-dimensional cylinders at high Reynolds number and high Mach number. Max-Planck-Institut für Strömungsforschung, Göttingen, Bericht no.5.

Nakagawa,T. 1985 Interaction of vortex and body. A Final Report submitted to Minna-James-Heineman-Stiftung for the receipt of a Fellowship.

Prandtl,L. 1904 Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung. Die Verhandlung des drittes Internationalen Mathematiker-Kongresses, Heidelberg, 484-492.

Roshko,A. 1954 On the drag and shedding frequency of two-dimensional bluff bodies. NACA TN no. 3169.

Rubach,H. 1914 Über die Entstehung und Fortbewegung des Wirbelpaares hinter Zylindrischen Körpern. Dissertation Göttingen.

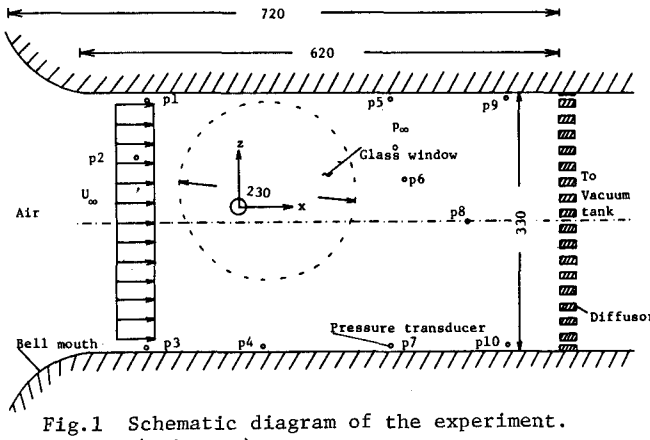

Fig.1 Schematic diagram of the experiment. (units:mm)

Table 1 Positions of pressure transducers.

Transducer	co-ordinate x(mm)	y(mm)	z(mm)
p1	-125	50	140
p2	-135	50	65
p3	-125	50	-180
p4	30	50	-180
p5	195	50	140
p6	215	50	35
p7	195	50	-180
p8	295	50	-20
p9	345	50	140
p10	345	50	-180
p_∞	205	50	35

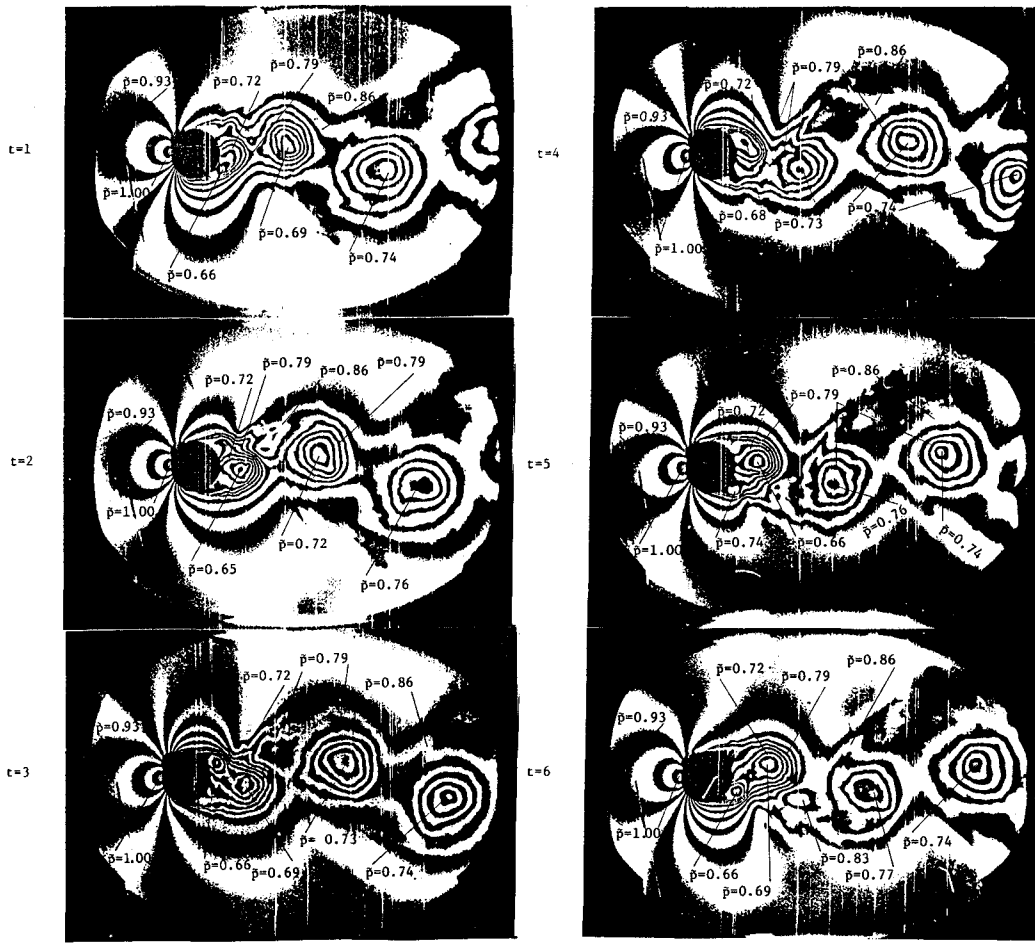

Fig.2 High speed flow visualization of the vortex shedding behind a circular cylinder. Δt=140 μs, U_∞=129 m/s, f=1192 Hz, St=0.1848, M=0.391, Re=1.709×10^5.

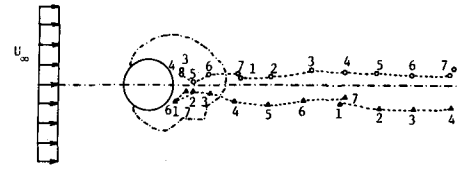

Fig.3 Vortex positions at 140 μs intervals from an arbitrary time origin at t=1. o: upper main vortex, Δ: lower main vortex

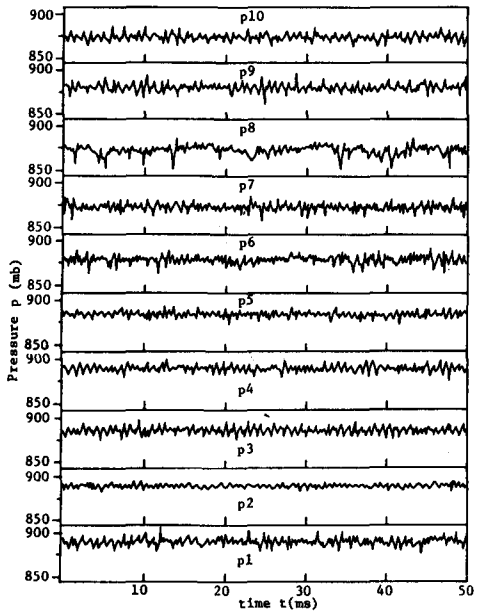

Fig.4 Pressure p vs. time t at each position.

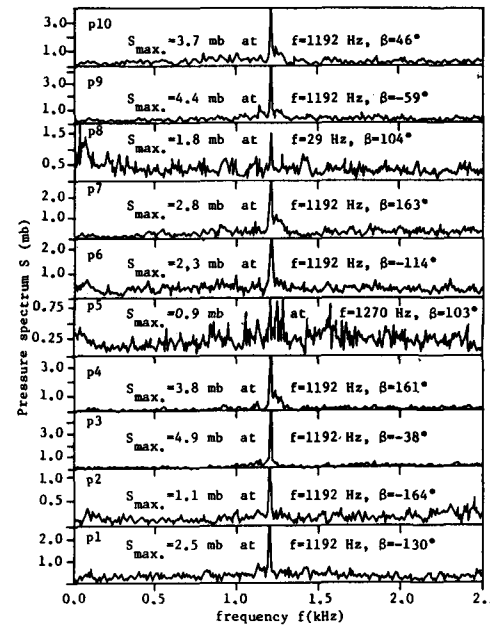

Fig.5 Pressure spectrum S vs. frequency f at each position.

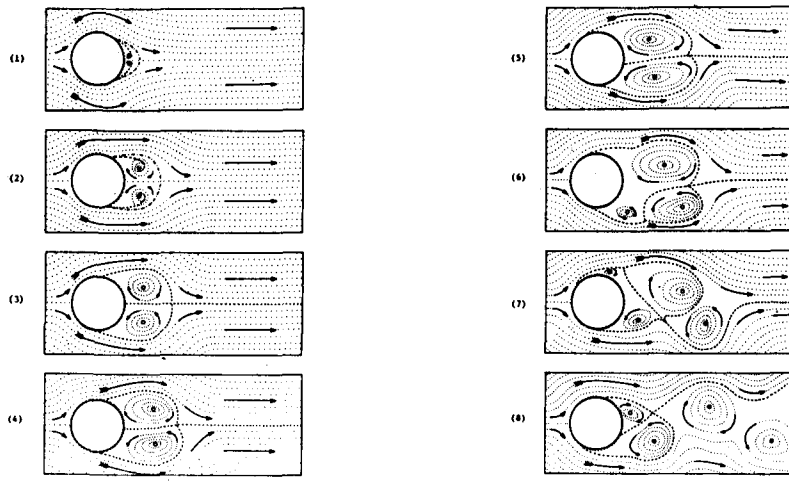

Fig.6 Sketch of alternate vortex shedding process behind a circular cylinder.