

固液2相流における乱れスペクトルの変形について

On the Modulation of Turbulence Spectrum in Solid-Liquid Two-Phase Flow

九州大学大学院 学生員 川本 敏道

九州大学工学部 正 員 粉井 和朗

九州大学工学部 正 員 神野 健二

九州大学工学部 正 員 上田年比古

1. はじめに

乱流中における微細粒子の拡散係数および微細粒子の存在が流体の乱れに及ぼす効果などのいわゆる固液2相流に関する問題は、近年貯水池や沈澱池における濁水の清澄化過程、細砂粒子の拡散過程等、応用水理学の分野における重要な研究課題となっている。このような固液2相流の運動メカニズムを解明する際の基本的かつ本質的な課題は、固体粒子と流体の相互作用が流体の乱れに及ぼす効果を明らかにすることであろう。本研究では、固体粒子を含まない水単相流と固液2相流の流体の変動速度のスペクトルについて理論と実験から検討を加え、粒子と流体の相互作用が変動速度のスペクトルに及ぼす効果を明らかにしようとするものである。

2. スペクトル変形に関する理論的検討

ここでは、固体粒子を含む流れの流体の変動速度のスペクトルを理論的に算定する方法 (Taweel and Landau, 1977)¹⁾ について検討し、次いで、Pao (1965)²⁾ によって提示された粒子を含まない水単相流の変動速度のスペクトルと比較し、固液2相流におけるスペクトルの変形機構について考察を加える。

2.1 理論¹⁾

2.1.1 2相流における流体のエネルギーの全散逸

乱流中を運動する固体粒子は流体の高周波変動に追従しにくいため、粒子と流体の間に相対速度が存在し、流体の乱れエネルギーの新たな損失が生じることになる。この損失は、粒子と流体の相互作用の効果として、固液2相流の運動メカニズム解明のために極めて重要な量と考えられる。ここでは、この損失の定式化を行う。

球形粒子1個の存在による流体内の乱れエネルギーの損失 ϵ_0 は、粒子に作用する抵抗力と相対速度の積として次式で与えられよう。

$$\epsilon_0 = 3\pi \nu \rho_f d(u-v)^2 \quad (1)$$

ここに、 ν は動粘性係数、 ρ_f は流体の密度、 d は粒子径、 u 、 v は各々流体と粒子の変動速度である。なお、抵抗力にはStokesの抵抗則を用いている。これより、単位質量当りの流体の平均的なエネルギーの損失 ϵ_1 は、

$$\epsilon_1 = (18W \nu / d^2 \phi) u_{RMS}^2 R^2 \quad (2)$$

ここに、 $R = (u-v)_{RMS} / u_{RMS}$ 、重量濃度 $W = \pi d^3 \rho_p N / 6$ 、 ρ_p は粒子の密度、 N は単位質量当りの粒子個数、密度比 $\phi = \rho_p / \rho_f$ 、 RMS は2乗平均値の平方根をとることを示す。いまこの付加的なエネルギーの散逸 ϵ_1 に及ぼす粒子および流体の変動速度の各周波数成分 u_n 、 v_n からの寄与を ϵ_n とすると、各周波数 n での散逸は、

$$\epsilon_n = (36W \nu / d^2 \phi) (u_{nRMS}^2 / 2) R_n^2 \quad (3)$$

ここに、

$$R_n = (u_n - v_n)_{RMS} / u_{nRMS} \quad (4)$$

である。次いで、2相流の流体の変動速度の波数スペクトルを $E(k)_{TP}$ とし、波数 k の流体渦のもつ運動エネルギーとスペクトルとの関係 $E(k)_{TP} = u_{kRMS}^2 / 2$ を用いて、式(3)を流体の単位質量当り、単位波数当りのエネルギー散逸 ϵ_k に改めると、

$$\varepsilon_k = (36W \nu / d^2 \phi) R_k^2 E(k)_{TP} \quad (5)$$

となる。

さて、固液2相流における流体のエネルギーの全散逸率 ε_{TP} は、上式で示した粒子と流体の相互作用の項を考慮すると、

$$\varepsilon_{TP} = \int_0^\infty 2\nu k^2 E(k)_{TP} dk + \int_0^\infty \varepsilon_k dk \quad (6)$$

ここに、右辺第1項は固液2相流における流体渦間のエネルギー散逸、第2項は粒子と流体の相互作用による付加的散逸を表している。

2.1.2 2相流のエネルギースペクトル

式(6)で、固液2相流の全散逸率 ε_{TP} を求めるには、各波数 k における相対速度の2乗平均値である R_k と固液2相流の流体のスペクトル $E(k)_{TP}$ が必要となる。ここでは、 $E(k)_{TP}$ について検討を行う。

水単相流において、局所等方性を仮定すると、すべての波数からのエネルギーの慣性移動にもとづく寄与である伝達スペクトル $T(k)$ とエネルギースペクトル $E(k)$ は次の関係にある。

$$T(k) = 2\nu k^2 E(k) \quad (7)$$

波数 k より小さな波数から k より大きな波数へのエネルギーのフラックスを $S(k) = \int_k^\infty T(k) dk$ とすると、

$$dS(k)/dk = -2\nu k^2 E(k) \quad (8)$$

Pao²⁾は、エネルギーフラックスを $S(k) = \xi^{-1} \varepsilon^{1/3} h^{5/3} E(k)$ で与え、慣性領域から粘性領域の範囲で適用可能なスペクトル形として次式を提示した。

$$E(k) = \xi \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \exp[-3\xi(k\eta)^{4/3}/2] \quad (9)$$

ここに、 ξ は普遍定数 (=1.5) であり、 η はKolmogorovの局所スケール、 ε は粘性散逸率で、次式で与えられる。

$$\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4} \quad (10)$$

$$\varepsilon = 2\nu \int_0^\infty k^2 E(k) dk \quad (11)$$

さて、2相流におけるエネルギーフラックス $S(k)_{TP}$ は、単相流で示されるような渦間の相互作用にもとづく粘性散逸 ε [式(11)]と、渦と粒子の相互作用にもとづく付加的散逸 ε_k [式(5)]の両者を考慮して、次の方程式を満たすと考えられる。

$$dS(k)_{TP}/dk = -[2\nu k^2 + 36W \nu R^2/d^2 \phi] E(k) \quad (12)$$

いま、2相流におけるエネルギーフラックスを、Paoによる単相流の場合と同様に考えて、

$$S(k)_{TP} = \xi^{-1} \varepsilon_{TP}^{1/3} k^{5/3} E(k)_{TP}$$

とし、式(12)に代入し $E(k)_{TP}$ を求めると、

$$E(k)_{TP} = \xi \varepsilon_{TP}^{2/3} k^{-5/3} \exp[-3\xi(k\eta_{TP})^{4/3}/2 - (36\xi W \nu / d^2 \phi \varepsilon_{TP}^{1/3}) \int_0^k R_k^2 / k^{5/3} dk] \quad (13)$$

となる。また、2相流と単相流のスペクトルの比をスペクトルの変化率 $\beta(k)$ とすると、

$$\begin{aligned} \beta(k) &= E(k)_{TP} / E(k) \\ &= \exp[-3\xi/2\{(k\eta_{TP})^{4/3} - (k\eta)^{4/3}\} - (36\xi W \nu / d^2 \phi \varepsilon_{TP}^{1/3}) \int_0^k R_k^2 / k^{5/3} dk] \end{aligned} \quad (14)$$

以上のことから、固液2相流の乱れスペクトル $E(k)_{TP}$ は、2相流の全散逸 ε_{TP} 、粒子の物性値(粒径、密度)、粒子濃度および相対速度の2乗平均である R_k が与えられれば算定できることになる。

2.1.3 相対速度の2乗平均値の定式化

式(4)に示した相対速度のRMS値と乱れ強度の比 R_n を乱流中における粒子の運動方程式から誘導しよう。一様乱流中における球形粒子の運動方程式として、Hinze(1959)³⁾が提示した式を参考にして次式を用いることにする。

$$dV/dt = \alpha(U - V) + \gamma dU/dt + \delta \int_0^t (dU/dt' - dV/dt') / \sqrt{t-t'} dt' + F \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 18\nu/d^2(\phi + \chi), \\ \gamma &= (1 + \chi)/(\phi + \chi), \\ \delta &= 9\sqrt{\nu/\pi d^2}/(\phi + \chi) \end{aligned}$$

であり、 t は時間、 V は粒子速度、 U は流体速度、 F は粒子に作用する外力、 χ は仮想質量係数(0.5)である。なお、速度や外力はベクトル表示すべきであるが、ここでは表記上の簡便のため、1方向成分についてのみ検討を行う。

粒子、流体の各々の速度を、平均速度 $\bar{U}$ 、 $\bar{U}$ と変動速度 u 、 v の和の形で次のように表す。

$$U = \bar{U} + u \quad (16)$$

$$V = \bar{V} + v \quad (17)$$

Lagrange的な変動速度成分 u と v を Fourier 級数に展開すると、

$$u = \sum A_n \sin(2\pi n t + \lambda_n) \quad (18)$$

$$v = \sum a_n \sin(2\pi n t + \lambda_n - \theta_n) \quad (19)$$

式(18)、(19)を式(15)に代入し、振幅比 a_n/A_n と、流体と粒子の変動速度の位相の遅れ角 θ_n を求めると

$$\theta_n = \tan^{-1} \frac{((\alpha' + \delta')(1 + \delta') - (\alpha' + \delta')(\gamma + \delta'))}{((\alpha' + \delta')^2 + (1 + \delta')(\gamma + \delta'))} \quad (20)$$

$$a_n/A_n = \frac{((\alpha' + \delta')^2 + (1 + \delta')(\gamma + \delta'))}{[((\alpha' + \delta')^2 + (1 + \delta')^2)\cos\theta_n]} \quad (21)$$

ここに、 $\alpha' = \alpha/2\pi n$ 、 $\delta' = \delta/\sqrt{4n}$ である。次いで、粒子と流体の間の相対速度のRMS値と流体の乱れ強度との比を振幅比と位相差を用いて表すと、次式を得る。

$$R_n = \sqrt{1 + (a_n/A_n)^2 - 2(a_n/A_n)\cos\theta_n} \quad (22)$$

2.2 計算例および考察

以上述べた理論によれば、水单相流の粘性散逸率、平均流速、動粘性係数、密度比、粒子濃度を与えれば、式(22)→(9)→(14)→(13)により2相流の乱れスペクトル $E(k)_{TP}$ を算定することができる。ここで、式(13)に示すように、 ϵ_{TP} は $E(k)_{TP}$ に依存するので、 $E(k)_{TP}$ を求めるためには反復計算を行わねばならない。本解析では、次式、

$$\sigma = |E(k)_{TP}^{m+1} - E(k)_{TP}^m| / E(k)_{TP}^{m+1} \quad (23)$$

で定義する相対誤差 σ が0.5%以下になれば、 $E(k)_{TP}$ の値は収束したものと判断した。ここに、添字 m は、計算の反復回数を表している。図-1には、固液2相流の乱れスペクトル算定のフローチャートを示している。なお、式(14)に示した R_k は波数空間のものであるため、実際の計算では $k=2\pi n/\bar{U}$ の関係より、

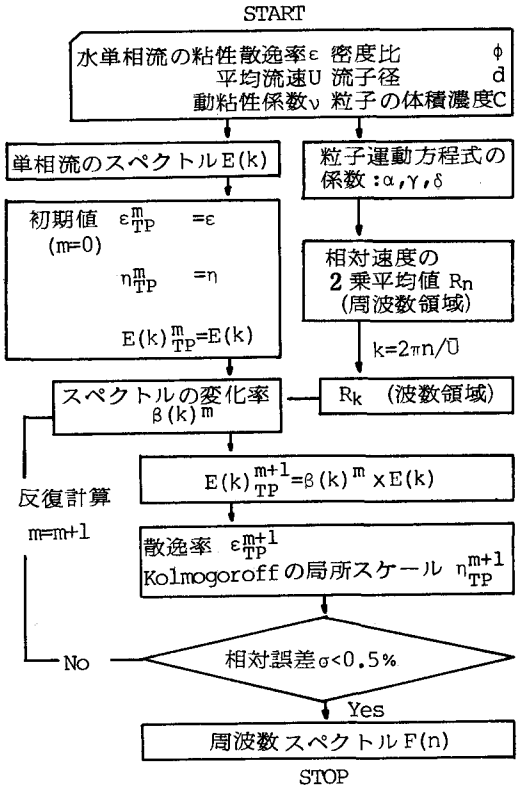


図-1 固液2相流の乱れスペクトル算定のフローチャート

R_n を R_k に変換している。

例として、比重2.48、粒径 $200\mu\text{m}$ のガラス粒子を付加した、平均流速 10.0cm/s 、動粘性係数 $\nu=0.01\text{cm}^2/\text{s}$ 、エネルギー散逸率 $\varepsilon=0.002\text{cm}^2/\text{s}^3$ 、粒子の体積濃度4%、8%、12%の場合について計算を行った。式(22)、(14)で表される速度比 R_n 、スペクトル変化率 $\beta(k)$ の分布を図-2,3に示す。この場合、粒子の体積濃度は4%である。周波数が高いほど粒子の追従性が低下し、波数 $k=1\sim 10\text{cm}^{-1}$ において変化率が減少していることがわかる。また、式(14)に示すように、高周波数ほどスペクトルが変形され、粒子濃度が高く、粒径が小さいほどスペクトルの減少が顕著になるものと考えられよう。

次に、この計算によって得られた3次元スペクトル $E(k)$ を、実測の周波数スペクトルと比較するために、次式、

$$F(k_1) = \int_{k_1}^{\infty} \{(1 - k_1^2/k^2) E(k)\}_{TP}/k dk \quad (24)$$

を用いて1次元波数スペクトル $F(k_1)$ に変換し、次いで、 $k_1 = 2\pi n/\bar{U}$ を用いて周波数スペクトルを求めている。図-4に、周波数スペクトルの計算結果を示している。周波数の高い領域では、粒子の体積濃度が高いほど、2相流の乱れスペクトルの低下率が大きいことが示されている。

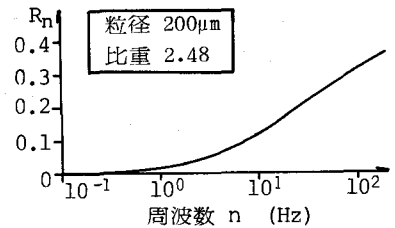


図-2 相対速度の2乗平均値の周波数特性

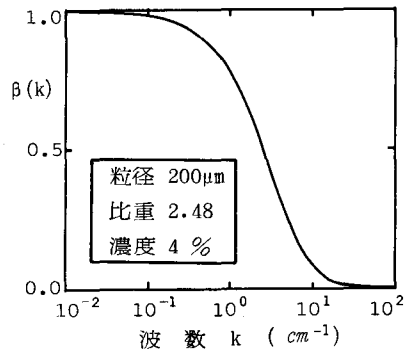


図-3 スペクトルの変化率の波数特性

3. スペクトル変形に関する実験的検討

ここでは、レーザ流速計(LDV)を用いて水単相流および固液2相流の粒子と流体の速度の同時計測を行い、各々の流体の変動速度のスペクトルを算定し、理論による予測値と比較検討を行う。

3.1 実験

水路勾配 1/100の開水路乱流中に球形粒子を連続的に付加し平均流速分布がほぼ一様な断面において、粒子および流体の速度の実測を、LDV(20mW He-Neレーザ)を用いて行った。実験に用いた粒子は、粒径範囲 $170\sim 210\mu\text{m}$ 、平均粒径 $200\mu\text{m}$ 、比重2.48の透明ガラス球である。LDVの光学系は、フリンジモードにより粒子と流体からの散乱光を前方に設置した一つのフォトマルで受光する、前方散乱方式で行っている。流体用トレーサとしては、 $33\mu\text{m}$ の金網によりろ過した水道水に混入した牛乳粒子を用いている。

LDVによる固液2相流の速度計測での主な問題点として、(i)粒子と流体の信号の識別、(ii)測定体積内に粒子が存在する場合の流体信号の欠損がある。(i)については粒子と流体のドップラー信号の振幅の相違により識別し⁹⁾、(ii)については欠損部を線形補間する⁵⁾ことにより処理している。

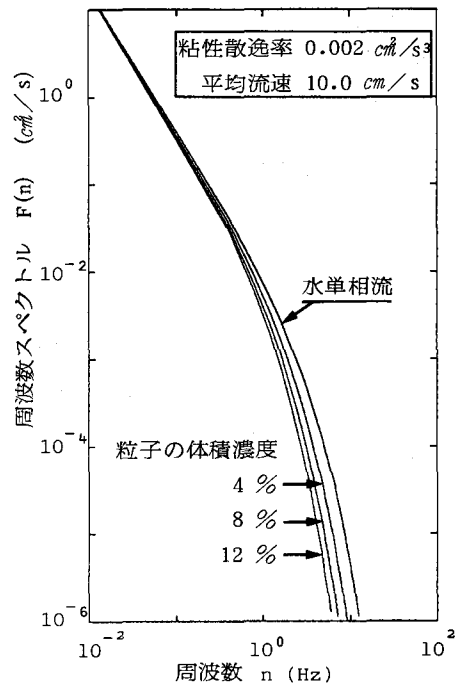


図-4 水単相流と固液2相流のスペクトル(理論値)

3.2 実験結果および考察

図-5[A]には、200Hz でサンプリングした10.24sec間の固液2相流における流体の変動速度時系列、図-5[B]には、数値フィルターにより高周波雑音を取り除いた流体の変動速度と粒子の変動速度を示している。ここに、流体の平均速度10.7cm/sec. レーザ測定体積を単位時間当りに通過する粒子の個数(粒子到達率)は18.4個/secである。粒子は流体の低周波変動に追従しているが、瞬間的な速度では、相対速度があることがわかる。

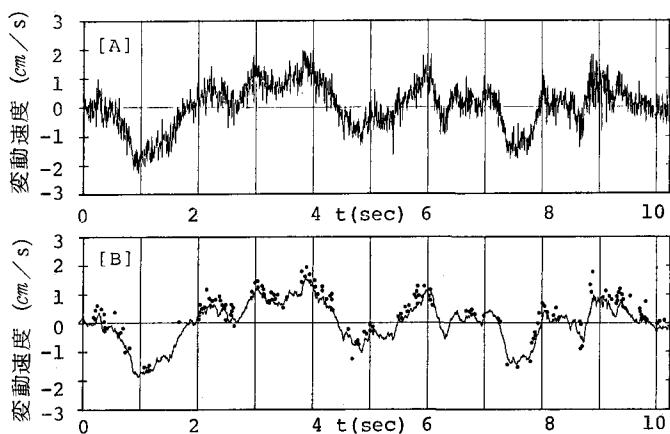


図-5 固液2相流の変動速度時系列 : [A] 生の流体変動速度, [B] 平滑化変動速度時系列 (実線) と粒子速度 (●)

図-6には、平滑化しない流体の変動速度の周波数スペクトルを乱れ強度で正規化した分布の実測結果を水单相流の場合: ×印、2相流の場合: ○印で示し、Pao による单相流のスペクトル [式(9)]を実線、粒子濃度が4%の場合の理論による予測値を点線で示している。粘性散逸率 ϵ の値は、水单相流の実測結果に合うように試行錯誤的に求めたもので、 $0.014\text{cm}^2/\text{s}^3$ である。なお、スペクトルの算定は最大エントロピー法により行い、サンプリング周波数 200Hz、データ数2048個で得られるスペクトルの4回のensemble平均をとっている。

実測のスペクトルで、約10Hz以上の周波数帯でスペクトルが平坦になっている。これは、LDV に固有のDoppler Ambiguity 効果⁶⁾(例えば、測定体積内に同時に多数の流体用トレーサ粒子が存在することによるドップラー周波数のランダムな位相変動等)に起因する雑音)によって引き起こされたもので、具体的には、図-5[A]の時系列に示す高周波雑音のためである。従って、現状では10Hz以上のスペクトルの比較は行えないが、周波数 $n < 10\text{Hz}$ で、実測のスペクトルを2相流と单相流で比較すると、わずかではあるが2相流のスペクトルレベルが低下しているといえよう。

図-6に示す固液2相流のスペクトルの理論的予測は、粒子濃度4%の場合である。LDV による局所的な粒子濃度の同時計測は、粒子と流体のドップラー信号振幅識別レベルに対応したレーザ測定体積の決定方法、および測定体積を通

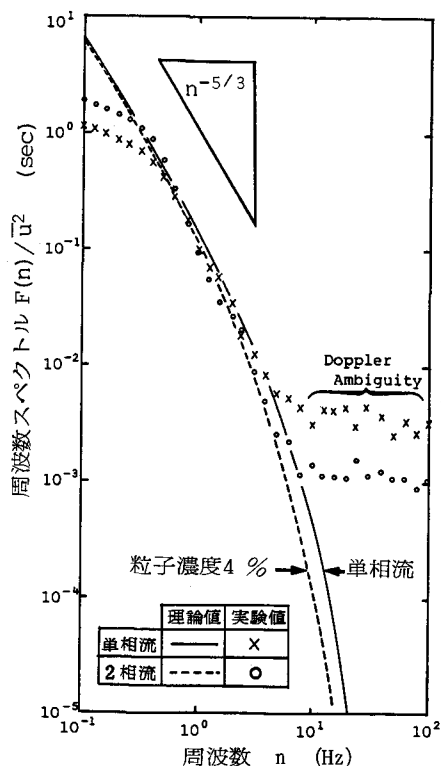


図-6 水单相流と固液2相流のスペクトルの実測値と理論値

過する粒径の決定方法等の問題があり、現在検討中のため、理論と実測のスペクトルの定量的評価は行えないが、実測の2相流のスペクトルは、理論による单相および2相流のスペクトルの間にあり、両者は同じ傾向を示していると考えられよう。以上のことから、固液2相流では、固体粒子の存在により流体の乱れエネルギーの新たな損失が生じ、その結果、スペクトルの高周波成分が乱れ強度に寄与する割合が、水

単相流の場合と比較して低下するものといえよう。

4. おわりに

本研究では、まず、固体粒子の存在により新たに生ずる流体の乱れエネルギーの損失を、粒子と流体間の相対速度の関数として定式化し、この付加的なエネルギーの損失を、スペクトルエネルギー輸送過程の中に取り入れることによって、固液2相流の流体の変動速度のスペクトルを算定する方法について検討を加えた。その結果、水単相流のスペクトルと比較して、固液2相流のスペクトルの高周波数成分は変形し、粒子濃度の増加とともに高周波数のスペクトルレベルが低下するという知見を得た。このことから、粒子と流体の相互作用の効果として、両相間の相対速度が極めて重要な量であるといえよう。次に、 $200\mu\text{m}$ ガラス球を付加した固液2相流のスペクトルをレーザ流速計を用いて実測した結果、水単相流と比較すると、固液2相流のスペクトルでは、高周波成分からの乱れ強度に及ぼす寄与が低下し、理論による予測とほぼよい傾向を示すことを明らかにした。

謝辞：本研究を行うにあたり、本学大学院生末松健二君にはドップラー信号処理のプログラム開発ならびに図の整理に関して多大な援助を得た。ここに記して感謝の意を表す。

参考文献

- 1) Taweel, A.M. and J. Landau: Turbulence Modulation in Two-Phase Jets, Int. J. Multiphase Flows, Vol. 3, pp. 341-351, 1977.
- 2) Pao, Y.H.: Structure of Turbulent Velocity and Scalar Fields of Large Wavenumbers, Phys. Fluids, Vol. 8, No. 6, pp. 1063-1075, 1965.
- 3) Hinze, J.O.: Turbulence, McGraw-Hill, pp. 647-652, 1959.
- 4) 末松・初井・神野・上田: LDV 計測における固体粒子と流体の信号識別について, 第40回年講概要集, pp. 381-382, 1985.
- 5) Momii, K., K. Jinno and T. Ueda: Study on LDV Measurements and Turbulence Properties in Solid-Liquid Two-Phase Flow, Int. Symposium on Fluid Control and Measurement, Vol. 2, pp. 807-812, 1985.
- 6) George, W.K. and J.L. Lumley: The Laser Velocimeter and its Application to the Measurement of Turbulence, J. Fluid Mech., Vol. 60, Pt. 2, pp. 321-362, 1973.