

レーダー雨量計情報の物理的考察

Physical Examination on Information by a Rader Hyetometer

九州大学 工学部 正員 ○森山 聡之, 平野 宗夫, 河村 明  
九州大学 大学院 学生員 原 浩, 河原田寿紀

1 はじめに

降雨予測が洪水予測を行う上で重要なファクターであることは言うまでもない。近年レーダー雨量計の導入により、雨量の点から面という形での情報量の増大及びオンラインでリアルタイムに情報を入手できるという特長から、降雨予測の研究は飛躍的に進むものと期待された。しかし、降雨の物理機構が十分に解明されておらず、降雨の最小単位である降雨セルの発生が予測し難いため、降雨予測は降雨セルの寿命である20~30分程度に1つの限界がある。この限界を越えるためには降雨情報だけでなく、高中層風、地上の風向・風速・気温・湿度・気圧の情報が必要であり、かつ3次元である必要がある。しかし現実には、降雨の2次元情報が手に入るのみである。本研究では「レーダー雨量計からどのような物理的情報が得られるか」という観点からレーダー雨量計の2次元情報のみから得られる各種情報を抽出して検討を加えた。

2 降雨エコーの諸元

降雨エコーのデータは、本大学農学部において観測された100 km × 100 kmの範囲(図1参照)を1 kmメッシュに分割した1万個のデータを1分毎に記録したものであり、建設省や気象庁のものに比べ細かいメッシュで詳細な時間変化のデータが収集できることを特色とする。今回使用したデータは1982年7月11日の6時5分から8時18分まで観測されたもので前線性の降雨である。



図1 九大レーダの観測範囲

3 移流拡散モデルによる情報の抽出

3.1 基礎式

流体中の物質の濃度Cに関する運動方程式は3次元空間において

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_{\xi} \frac{\partial C}{\partial \xi} + U_{\eta} \frac{\partial C}{\partial \eta} + U_z \frac{\partial C}{\partial z} = D_{\xi} \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} + D_{\eta} \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \lambda_1 C + \lambda_2 \quad (1)$$

ここにξは流体の流れ方向の水平成分方向、ηは水平面内でξと垂直方向、zは鉛直方向、 $U_{\xi}, U_{\eta}, U_z$ は流体の流速ξ, η, z方向成分で $U_{\eta} = 0$ 、 $D_{\xi}, D_{\eta}, D_z$ は拡散係数のξ, η, z方向成分である。

(1) 式をレーダー雨量情報に適用するために

$$\lambda_0 = -U_z \frac{\partial C}{\partial z} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \lambda_2$$

としさらにξ-η軸は時間的・空間的に変動するので、これを不動のx-y軸に変換すると、

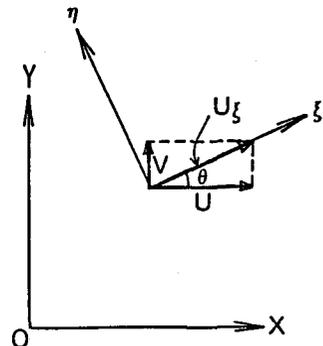


図2 座標説明図

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} + \gamma \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \lambda_1 C + \lambda_0 \quad (2)$$

ここに  $\alpha = D_\xi \cos^2 \theta + D_\eta \sin^2 \theta$ ,  $\beta = 2 \sin \theta \cos \theta (D_\xi - D_\eta)$ ,  $\gamma = D_\xi \sin^2 \theta + D_\eta \cos^2 \theta$ ,

$$\cos \theta = \frac{U}{\sqrt{U^2 + V^2}}, \sin \theta = \frac{V}{\sqrt{U^2 + V^2}}$$

一般にレーダー反射因子  $Z$ 、雨量強度  $R$  及び雨滴濃度  $C$  の関係式は、

$Z = B \cdot R^b$ ,  $C = A \cdot R^a$  で与えられ、 $A, B, a, b$  は雨の種類によって定まる定数である。

Marshall-Palmer によると<sup>1)</sup>  $Z = 190 \cdot R^{1.72}$ ,  $C = 80 \cdot R^{0.83}$  である。そこで、

$C = 6.36 \cdot Z^{0.483}$  を用いてレーダーエコー反射強度から雨滴濃度に変換した。

### 3. 2 最小二乗法によるパラメタ同定

(2) 式において  $\lambda = \lambda_1 C + \lambda_0$  とおいて  $U, V, \alpha, \beta, \gamma, \lambda$  の6個のパラメタを求めればその地点の  $C$  の変化がわかることになる。観測域の1点を選び、それを中心に  $15 \times 15$  メッシュのデータを用いて1分毎に最小二乗法で、パラメタ6個 ( $U, V, \alpha, \beta, \gamma, \lambda$ ) の場合と拡散項を無視してパラメタ3個 ( $U, V, \lambda$ ) の場合について同定を行った。そのうち  $U_\xi$  を図3に  $\lambda$  を図4に示す。図4によれば、 $\lambda$  は拡散項の有無にかかわらずほとんど同じにもかかわらず図3では拡散項を考慮した方が安定している。これは拡散項を無視した場合、その分が  $U_\xi$  にしわよせされているものと思われる。また  $\lambda$  は拡散項の有無にかかわらずほとんど変わらないことから、鉛直方向の雨滴濃度の輸送に関する項が卓越していると思われる。鉛直方向の輸送と降雨セルの発達・衰退とは密接な関係があるといわれており、3次元観測により (1) 式の鉛直方向に関する情報が得られるのではないかと期待される。

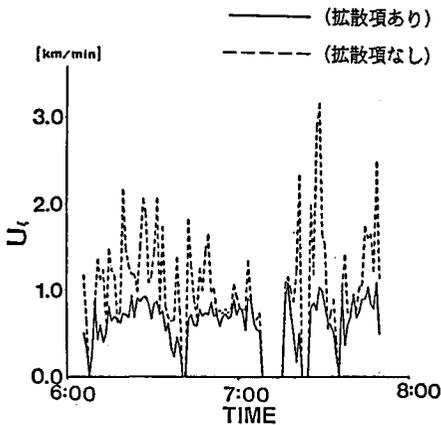


図3  $U_\xi$  の経時変化

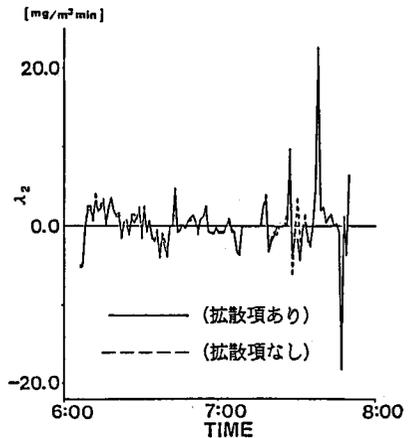


図4  $\lambda_2$  の経時変化

### 3. 3 カルマンフィルター理論によるパラメータの同定

各パラメータの同定にカルマンフィルター理論を用いる。その基礎式は以下の通りである。

システム方程式

$$x(k+1) = \Phi \cdot x(k) + u(k)$$

観測方程式

$$y(k+1) = H \cdot x(k+1) + w(k)$$

ここに  $x$  は、状態量ベクトル、 $\Phi$  は、時間ステップ  $k$  から  $k+1$  への遷移時の  $x$  の遷移行列、 $y$  は、観測量ベクトルであり、 $H$  は、状態の変化を表わす観測行列、 $u$  と  $w$  は、誤差ベクトルである。

(2) 式の  $\beta$  および  $\lambda_0$  の項を無視して  $D_x, D_y$  を空間的に一定と考えると (2) 式は、

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -U \frac{\partial C}{\partial x} - V \frac{\partial C}{\partial y} + D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \lambda C \quad (3)$$

と表わせる。またある点ある時刻における雨滴濃度  $C$  を  $C(x, y, k)$  として (3) 式の各項の差分をとり離散表示すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} &= \frac{C(x, y, k + \Delta t) - C(x, y, k)}{\Delta t} \\ \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} &= \frac{C(x + \Delta x, y, k) - 2C(x, y, k) + C(x - \Delta x, y, k)}{(\Delta x)^2} \\ \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} &= \frac{C(x, y + \Delta y, k) - 2C(x, y, k) + C(x, y - \Delta y, k)}{(\Delta y)^2} \\ \frac{\partial C}{\partial x} &= \frac{C(x + \Delta x, y, k) - C(x - \Delta x, y, k)}{2\Delta x} \\ \frac{\partial C}{\partial y} &= \frac{C(x, y + \Delta y, k) - C(x, y - \Delta y, k)}{2\Delta y} \end{aligned}$$

ここに  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  及び  $\Delta t$  は  $x$ ,  $y$  及び  $t$  の分割幅であり  $\Delta x = \Delta y = \Delta t = 1$  とすれば (3) 式は、

$$\begin{aligned} C(x, y, k+1) &= C(x, y, k) \cdot \lambda' \\ &+ \{C(x+1, y, k) - 2C(x, y, k) + C(x-1, y, k)\} \cdot D_x \\ &+ \{C(x, y+1, k) - 2C(x, y, k) + C(x, y-1, k)\} \cdot D_y \\ &+ \frac{-C(x+1, y, k) + C(x-1, y, k)}{2} \cdot U \\ &+ \frac{-C(x, y+1, k) + C(x, y-1, k)}{2} \cdot V \end{aligned} \quad (4)$$

ここに  $\lambda' = 1 + \lambda$  である。

また  $D_x, D_y$  を空間的に一定としなければ、(3) 式は、

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -U \frac{\partial C}{\partial x} - V \frac{\partial C}{\partial y} + D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial D_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial C}{\partial x} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial D_y}{\partial y} \cdot \frac{\partial C}{\partial y} + \lambda C$$

同様に離散表示すれば、

$$\begin{aligned} C(x, y, k+1) &= C(x, y, k) \cdot \lambda' \\ &+ \{C(x+1, y, k) - 2C(x, y, k) + C(x-1, y, k)\} \cdot D_x \\ &+ \{C(x, y+1, k) - 2C(x, y, k) + C(x, y-1, k)\} \cdot D_y \\ &+ \frac{-C(x+1, y, k) + C(x-1, y, k)}{2} \cdot U \\ &+ \frac{-C(x, y+1, k) + C(x, y-1, k)}{2} \cdot V \\ &+ \frac{C(x+1, y, k) - C(x-1, y, k)}{2} \cdot \frac{\partial D_x}{\partial x} \\ &+ \frac{C(x, y+1, k) - C(x, y-1, k)}{2} \cdot \frac{\partial D_y}{\partial y} \end{aligned} \quad (5)$$

(4)式、(5)式をそれぞれ観測方程式として、カルマン・フィルター理論を適用し、各パラメタの同定を試みた。即ち、観測方程式を(4)式とした場合は、

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [\lambda', D_x, D_y, U, V]^t \\ \mathbf{y} &= C \end{aligned}$$

$$H = \begin{bmatrix} C(x, y, t) \\ C(x+1, y, k) - 2C(x, y, k) + c(x-1, y, k) \\ C(x, y+1, k) - 2C(x, y, k) + c(x, y-1, k) \\ \frac{-c(x+1, y, k) + c(x-1, y, k)}{2} \\ \frac{-c(x, y+1, k) + c(x, y-1, k)}{2} \end{bmatrix}^t$$

観測方程式を(5)式とした場合は、

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [\lambda', D_x, D_y, U, V, \frac{\partial D_x}{\partial x}, \frac{\partial D_y}{\partial y}]^t \\ \mathbf{y} &= C \end{aligned}$$

$$H = \begin{bmatrix} C(x, y, t) \\ C(x+1, y, k) - 2C(x, y, k) + c(x-1, y, k) \\ C(x, y+1, k) - 2C(x, y, k) + c(x, y-1, k) \\ \frac{-c(x+1, y, k) + c(x-1, y, k)}{2} \\ \frac{-c(x, y+1, k) + c(x, y-1, k)}{2} \\ \frac{c(x+1, y, k) - c(x-1, y, k)}{2} \\ \frac{c(x, y+1, k) - c(x, y-1, k)}{2} \end{bmatrix}^t$$

7時30分から8時19分までの雨滴濃度を入力として最適パラメタを状態変数として同定した。雨滴濃度Cの予測結果および各パラメタの経時変化の一例を図5～図12に示し、パラメタを5個とした場合とパラメタを7個とした場合の同定結果を比較検討した。

図5は雨滴濃度Cの1分先の予測結果である。なお図中の一点鎖線は実測値であり、破線はパラメタを5個とした場合、実線はパラメタを7個とした場合、それぞれのカルマンフィルターによる1分先の雨滴濃度Cの予測値である。雨滴濃度Cの1分先の予測結果にはあまり差異が見られず、パラメタの数は予測結果にはあまり影響がないことがわかる。つまりパラメタの数が減少した分他のパラメタに依存せが行き、予測結

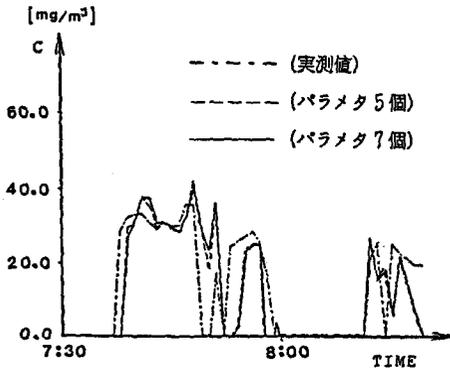


図5 雨滴濃度  $C$  の経時変化

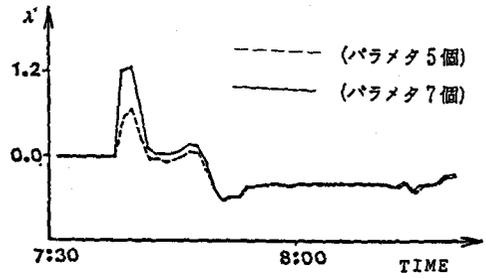


図6  $\lambda'$  の経時変化

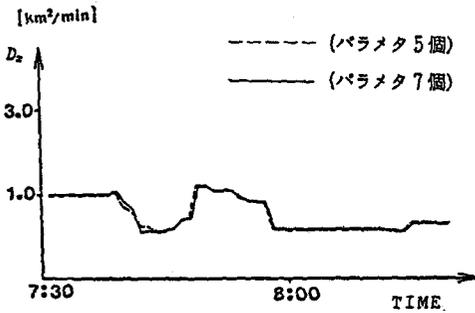


図7 拡散係数  $D_x$  の経時変化

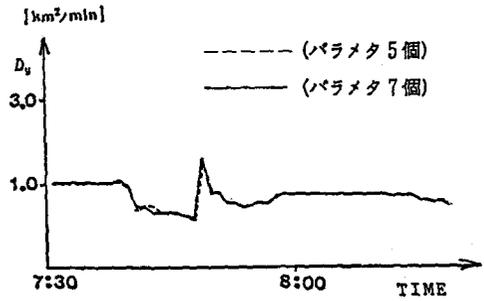


図8 拡散係数  $D_y$  の経時変化

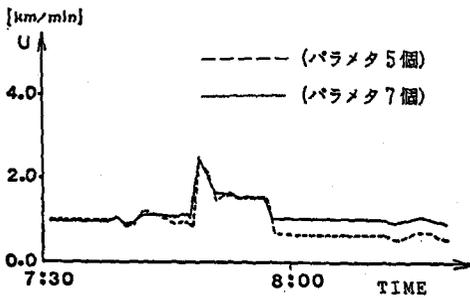


図9 平均風速  $U$  の経時変化

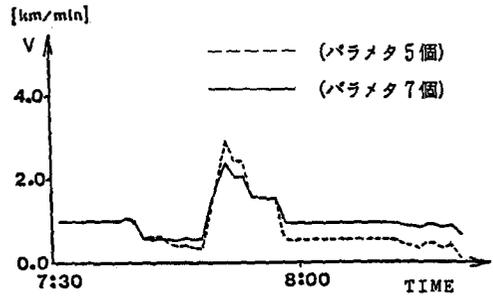


図10 平均風速  $V$  の経時変化

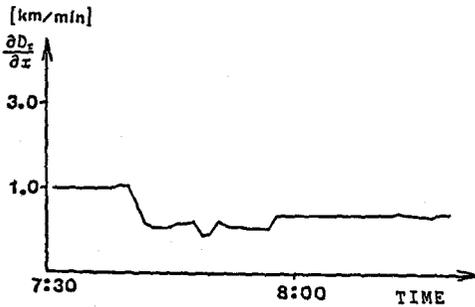


図11  $\frac{\partial D_x}{\partial x}$  の経時変化

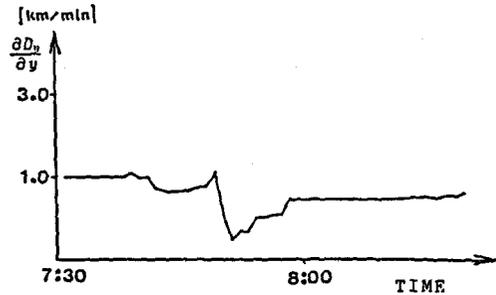


図12  $\frac{\partial D_y}{\partial y}$  の経時変化

果としては、あまり差異がなくなったものと考えられる。

図6はパラメタ $\lambda'$ の時系列を示したものであり、パラメタ7個とした同定結果の方がパラメタを5個とした場合に比べてやや変動幅は少ないものの、両者とも降雨の急激な増減期を除けば時系列的にはほぼ安定した値を示しており差異はあまり見られない。

図7, 図8は拡散係数 $D_x, D_y$ の時系列を示したものである。 $D_x, D_y$ とも $\lambda'$ と同様に降雨の急激な増減期を除けば、ほぼ安定しておりパラメタを5個とした場合およびパラメタを7個とした場合の差異はあまり見られない。

図9, 図10は平均風速 $U, V$ の時系列を示したものであり、図11, 図12はパラメタを7個とした場合のパラメタ $\partial D_x / \partial x, \partial D_y / \partial y$ の時系列を示したものである。パラメタ $U, V$ はパラメタを5個とした場合よりもパラメタを7個とした場合の方がパラメタの値が減少している。その減少分がパラメタ $\partial D_x / \partial x,$

$\partial D_y / \partial y$ になっていることがわかる。つまり式(4)はむしろ

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (U - \frac{\partial D_x}{\partial x}) \cdot \frac{\partial C}{\partial x} + (V - \frac{\partial D_y}{\partial y}) \cdot \frac{\partial C}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \lambda C$$

と考えれば式(5)と等価である。

以上のことより各種物理情報を正確に抽出するためには、拡散係数や拡散係数の空間的変動を考慮に入れておかないと風速・風向ベクトルにすべて含まれてしまうことがわかった。レーダ情報より得られる各種情報を正確に把握するためには移動成分だけでは不十分で、拡散係数等を考慮することが必要である。

#### 4. 結論

- 1) 上空からの移送に関する項は、上空における降雨セルの発達・減衰と関係しており3次元観測の必要性を示唆している。
- 2) 拡散係数を考慮しない場合はその分が風向・風速にしわ寄せされる。
- 3) 拡散係数の空間変動を考慮しない場合もその分が風速・風向にしわ寄せされる。
- 4) より正確に物理情報を把握するためには拡散係数を考慮することが必要である。

今後の予定としてはカルマン・フィルターでさらに先のステップまで降雨予測を行うこと。あるいは3次元観測のデータを入手し、発達・減衰の機構を解析してみたい。

#### 謝辞

降雨エコデータは九州大学農学部農業気象研究室より快く提供して頂いた。また本研究は自然災害科学特別研究(I)「降雨災害をもたらす豪雨集中度に関する研究」(代表者 名大教授 武田喬男)の援助を受けた。各位に厚くお礼を述べる次第である。

#### 参考文献

- 1) J.S.Marshall Wck.Palmer;The distribution of raindrops with size :The Journal of Meteology(1948)