

正規分布変換法を用いた透水量係数場の推定
Estimation of Transmissivity Field using the Method of
Transformation to Normal-distribution

京都大学工学部 正 員 米 田 稔
京都大学工学部 正 員 井 上 頼 輝
京都大学工学部 学生員 平 野 智 彦

1. はじめに

近年、透水量係数などの地下水利パラメーターを空間的に分布する確率変数と考へて、透水量係数や水位の点数での観測値より、これらの分布を推定しようとする研究の流れがある^{1), 2), 3)}。この推定方法の一つとして、米田⁴⁾やDagan⁵⁾らは透水量係数場の空間分布を、水位と透水量係数の観測データより、多変量正規分布の条件付期待値として求める方法を提案した。これらの方法では Hoeksema⁶⁾と同様に、水位と透水量係数対数値の変動項に関する基礎式に1次近似を適用することによって、推定において必要となる水位の期待値や、水位と透水量係数対数値の相関関係を求めている。しかし1次近似では変動項の2次以上の積を無視してしまうため、透水量係数対数値の変動が大きくなると、推定結果の不偏性が乏しくなり、妥当な推定結果が得られなくなる可能性がある。また、流速あるいは濃度の観測データを用いるとき、1次近似で透水量係数対数値の変動項と流速あるいは濃度の変動項との関係を求めることは困難である。このため本研究では、透水量係数対数値の変動項の増大に伴い、1次近似が不適当となることを示すとともに、1次近似によらず、水位、流速、濃度と透水量係数対数値との間の相関関係を求める新しい方法を開発し、この方法を用いて、模擬観測データについて、透水量係数場の推定、および観測データにより条件付けられたシミュレーション (conditional simulation) を行う。そして本研究の方法を、観測データが観測誤差を含む場合にも適用できるように拡張するとともに、1次近似を用いる方法で得られる結果との比較も行い、本研究の方法の有効性について考察する。

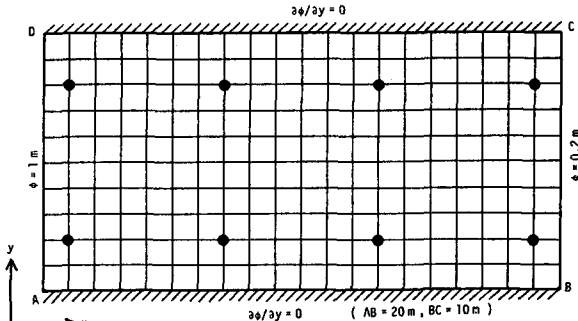


図1 解析領域と有限要素メッシュ分割

表1 基礎式と初期・境界条件

hに関する基礎式と境界条件	
$\frac{\partial}{\partial x} (T \frac{\partial \phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (T \frac{\partial \phi}{\partial y}) = 0$	(1)
AD 境界で $\phi = 1$, BC 境界で $\phi = 0.2$	(2)
AB, DC 境界で $\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$	(3)
q_x, q_y に関する基礎式	
$q_x = -T \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad q_y = -T \frac{\partial \phi}{\partial y}$	(4)
C に関する基礎式と初期・境界条件	
$\frac{\partial C}{\partial t} + V_x \frac{\partial C}{\partial x} + V_y \frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} (D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial y} (D_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y}) = 0$	(5)
$V_x = q_x / \theta, \quad V_y = q_y / \theta$	(6)
$D_{xx} = \alpha_L \cdot V_x^2 / V + \alpha_T \cdot V_y^2 / V + D_d$	(7)
$D_{yy} = \alpha_T \cdot V_x^2 / V + \alpha_L \cdot V_y^2 / V + D_d$	(8)
$D_{xy} = D_{yx} = (\alpha_L - \alpha_T) V_x V_y / V$	(9)
$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$	(10)
AD 境界で $C = 1$, BC 境界で $\frac{\partial C}{\partial x} = 0$	(11)
AB, DC 境界で $\frac{\partial C}{\partial y} = 0$	(12)

2. 解析条件

図1に示す領域について解析を行う。本研究では、観測データは図1に黒丸点で示す8地点より得られるものとし、観測データとしては透水量係数、水位、流速、濃度のデータがそれぞれの観測地点で得られるものとする。今、これらの観測データを用いて領域全体での透水量係数や水位、流速、濃度などの空間分布を推定し、同時に推定標準偏差を求める。

水位、流速、濃度については、表1の(1)式から(12)式に示す基礎式および初期・境界条件が成立すると仮定する。これらの基礎式を解いて、 ϕ, q_x, q_y, C を求めるには、解析領域を図1に示す有限要素メッシュに分割し、Galerkin 有限要素法による数値計算を行う。なお、(1)

ここで、
 T : 透水量係数、 ϕ : 水位、 q_x : x 方向ダルシー流速、
 q_y : y 方向ダルシー流速、 C : 地下水水中のある物質の濃度、
 α_L : 縦方向分散能、 α_T : 横方向分散能、 θ : 間隙率

～(12)式中の各種パラメータの値としては次の値を用いる。

$$\theta = 0.35, \alpha_L = 0.5 \text{ m}, \alpha_T = 0.15 \text{ m}, D_d = 1 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{sec}$$

また、透水量係数の空間分布については、Freeze⁷⁾やDelhomme⁸⁾が示したように対数正規分布するものと仮定し、これに空間的エルゴード性、等方性、弱定常性を仮定して、透水量係数対数値 $Y (= \ln T)$ の統計構造として次式が成り立つものとする。

$$E[Y_i] = F (\text{const.}) \quad (13)$$

$$\text{Cov}(Y_i, Y_j) = \sigma_Y^2 \cdot \exp[-r_{ij}/l] \quad (14)$$

ここに $E[Y_i]$ は Y の第 i 節点値 Y_i の期待値、 $\text{Cov}(Y_i, Y_j)$ は Y_i と Y_j との共分散、 r_{ij} は第 i, j 節点間の距離を表わす。また、 l は積分スケールと呼ばれる相関の強さを表わすパラメータである。本研究では特に断らない限り、透水量係数を m^2/day の単位で表わして、以下の値を用いる。

$$F = 3, \sigma_Y = 1, l = 5 \text{ m}$$

3. 1次近似による解析と限界

3.1 1次近似を用いた推定と conditional simulation

3.3.1 1次近似による定式化

今、透水量係数の対数値 Y と水位 ϕ を次式のように表わす。

$$Y = F + f \quad (15)$$

$$\phi = H + h \quad (16)$$

ここに F と H はそれぞれ Y と ϕ の期待値であり、 f と h はそれぞれの変動項である。本研究では Y 場に弱定常性を仮定しているので、 F は領域全体で一定値となる。Hoeksema⁶⁾は1次近似を用いることにより、以下のようにして f と h の関係を求めた。

(1) 式を変形して、

$$\frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} + T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial T}{\partial y} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y} + T \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (17)$$

$$Y = \ln T \text{ より}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial Y}{\partial y} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (18)$$

上に(15)・(16)式を代入して、変動項の2次以上の積を無視することにより、

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (19)$$

(19)式の期待値をとり、それを(19)式から引くことによって、次の f と h に関する偏微分方程式を得る。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = -\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \quad (20)$$

これを差分法、あるいは有限要素法などで離散化すると、 f と h の節点値に関する次の線形方程式を得る。

$$[A] \{h\} = [B] \{f\} \quad (21)$$

ここで $[A]$ 、 $[B]$ は係数行列、 $\{h\}$ 、 $\{f\}$ は h と f の節点値を並べたベクトルである。ただし(21)式では、境界条件の不確定性は考慮していない。

3.1.2 多変量正規分布法による推定⁴⁾

(21)式において $\{f\}$ は多変量正規分布をするから $\{h\}$ も多変量正規分布となる。 $\{f\}$ が期待値 $\{0\}$ ($\{0\}$ は零ベクトル)、共分散行列 Σ_f の正規分布 $N(\{0\}, \Sigma_f)$ すると仮定すると、 $\{f\}$ と $\{h\}$ を続けて並べたベクトル $\{w\} = (\{f\}^t, \{h\}^t)^t$ (添字 t は転置することを意味する。)は $N(\{0\}, \Sigma_w)$ となる。ここで $\{w\}$ の共分散行列 Σ_w は $[D] = [A]^{-1}[B]$ として次式となる。

$$\Sigma_w = \begin{bmatrix} \Sigma_f & \Sigma_f [D]^t \\ [D] \Sigma_f & [D] \Sigma_f [D]^t \end{bmatrix} \quad (22)$$

今、 $\{f\}$ と $\{h\}$ のいくつかの要素が観測されて既知になったとして、 $\{w\}$ を並べかえて $\{w\} = (\{w_1\}^t, \{w_2\}^t)^t$ と分割する。ここに $\{w_1\}$ は既知の節点値ベクトル、 $\{w_2\}$ は未知の節点値ベクトルである。また、この分割に対応して Σ_w も次式のように分割して考える。

$$\Sigma_w = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \quad (23)$$

このとき $\{w_2\}$ の $\{w_1\}$ を与えたときの条件付分布は次式のようになり、条件付期待値として $\{w_2\}$ の推定値が、条件付標準偏差として推定標準偏差が得られる。

$$N(\Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1} \{w_1\}, \Sigma_{22 \cdot 1}) (\Sigma_{22 \cdot 1} = \Sigma_{22} - \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1} \Sigma_{12}) \quad (24)$$

3.1.3 conditional simulation と non-conditional simulation

conditional simulation⁹⁾とは、観測地点において Y の値が観測データに一致し、統計的性質が真の Y 場に等しい模擬 Y 場を発生させることをいう。conditional simulation を行うには $\{w_2\}$ の条件付分布 (24) から、 f の未知節点値ベクトル $\{f_u\}$ のみの期待値 $E[\{f_u\}]$ と共分散行列 Σ_{fu} を求め、米田¹⁰⁾や Clifton¹¹⁾によって用いられた方法を用いる。すなわち、まず $\{f_u\}$ と同じ統計的性質を持つ乱数ベクトル $\{f_{cs}\}$ を次式で発生する。

$$\{f_{cs}\} = E[\{f_u\}] + [R] \{\epsilon\} \quad (25)$$

$$(\Sigma_{fu} = [R][R]^T, \{\epsilon\} \text{ は白色標準正規乱数ベクトル})$$

こうして得た f の値に Y の期待値 F を足して、各節点における Y の値を求め、観測データによって条件付けられ、かつ真の Y 場と同じ統計的性質を持つ模擬 Y 場 $\{Y_c\}$ を得る。このようにして多数の模擬 Y 場 $\{Y_c\}$ を求め、それぞれの $\{Y_c\}$ について基礎式を解いて、水位場、流速場、濃度場などを求める。そして本研究では、これら多数の水位場、流速場、濃度場について求めたそれぞれの期待値と標準偏差を、それぞれの推定値と推定標準偏差とする。

また、non-conditional simulation とは観測データによる条件付けを行わず、統計的性質のみが真の Y 場に等しい模擬 Y 場を発生させることをいう。このためには (25) 式において、 $[R]$ を求めるとき Σ_{fu} ではなく、 Σ_f を用い、全節点における f の模擬データを求めて、 Y の期待値 F を足してやればよい。

本研究では conditional simulation および non-conditional simulation で発生させる Y 場の数は米田¹⁰⁾や Clifton¹¹⁾と同じく 300 個とした。

3.2 1 次近似の限界

水位と透水量係数の関係を求めるのに 1 次近似が妥当であるなら、(21) 式より水位は正規分布となる。図 2 に、 Y の標準偏差 σ_Y の値を 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1 と変えて non-conditional simulation を行い、得られた多数の水位場の各節点について有意水準 1% の正規分布検定を行って、正規分布と言えない節点を * 印で、そうでない節点を 0 で示している。ただし、AD, BC 境界では定水位条件であるので、常に * 印で表わしている。図 2 より $\sigma_Y = 0.5$ で約 2/3 の領域が、 $\sigma_Y = 1$ では全領域が正規分布からはずれていることがわかる。

一方、 σ_Y の値を実データより求めた例としては、透水係数について Freeze⁷⁾ が $\sigma_Y = 0.46 \sim 3.6$ 、Delhomme⁸⁾ が $0.3 \sim 2.3$ という値を得ており、実際の Y 場については 1 次近似を適用することが不適当となる場合があることが予想される。

4 本研究の方法 (正規分布変換法の原理)

今、水位や流速、濃度などの各節点値を確率変数と考えるとき、図 3、図 4 に示すように、これらは一般に正規分布とはならない。しかし、これらの変数を変数変換によって正規分布する確率変数に変換し、この変換された確率変数と、透水量係数対数値 Y との共分散行列を求めれば、3.1.2 で示したように多変量正規分布の条件付分布から、 Y の推定値や推定標準偏差が求まるはずである。このため本研究では、モンテカルロ法を用いて任意の確率変数を標準正規確率変数へ変換する、

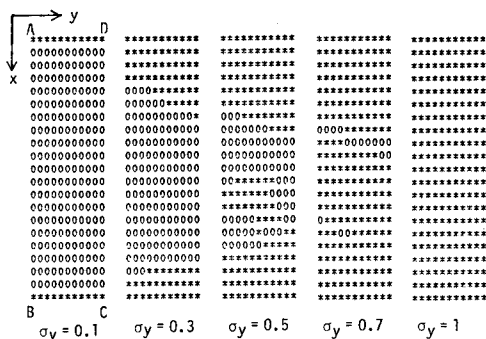


図 2 σ_Y と水位の正規性の関係

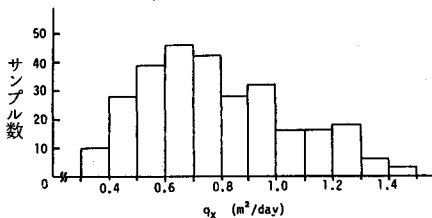


図 3 領域中央における x 方向ダルシー流速 q_x の度数分布 (non-conditional simulation, $\sigma_Y = 0.5$)

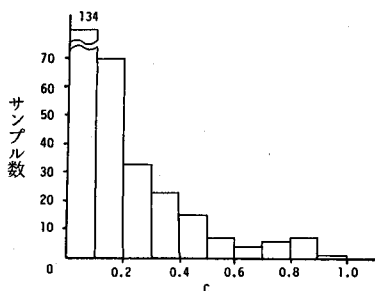


図 4 領域中央における 5 日後の濃度 C の度数分布 (non-conditional simulation, $\sigma_Y = 0.5$)

以下のような方法（正規分布変換法）を開発した。

例えば正規分布変換法で、ある水位の節点値を変換し、透水量係数対数値のある節点値との共分散を求めるには以下のようにする。

1) まず透水量係数対数値 Y の期待値と共分散関数が既知と仮定し、non-conditional simulationによって、仮定した統計構造を持つ Y 場を多数（ n 個）発生する。

2) これらの Y 場のそれぞれについて基礎式を解き、共分散を求めようとする水位の節点値を n 個得て、この n 個の節点値を小さい順に並べて、 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ とする。

3) 標準正規分布の分布関数で累積確率が $\frac{1}{2n} + \frac{m-1}{n}$ ($m=1, 2, \dots, n$)となる n 個の値 r_m ($m=1, 2, \dots, n$)を求め、 ϕ_m に r_m を対応させて、水位 ϕ から標準正規分布する確率変数 r への変換表を作成する。この変換表は図5に示すような ϕ の分布関数と r の分布関数との対応を近似的に表わすことになる。

4) ある節点における n 個の Y の値と、 ϕ の値を変換表で変換して得た n 個の r 値とで共分散を求める。

実際には透水量係数の節点値と、水位、流速、濃度の観測データの数だけ上記の操作を行い、(23)式の Σ_w に相当するものを求める。また、観測データも上記3)で得た変換表を用いて変換し、(24)式中の $\{w_i\}$ に相当するものを求める。

観測データに観測誤差が含まれる場合には上記2)の操作で、 ϕ のそれぞれの値に観測誤差と同じ確率分布をする乱数を足してから小さい順に並べたものを $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ とするだけでよい。このように本研究の方法は、観測データに観測誤差が含まれる場合にも、容易に用いることができる。

以上のように本研究の方法は、透水量係数の変動項と、水位、流速、濃度などの変動項との関係を求めるのに基礎式の1次近似などを必要としないため、例えば基礎式が非線形偏微分方程式になるような複雑な場合にも適用可能であり、また、1次近似を用いる方法よりも、推定値の不偏性の向上が期待できる。

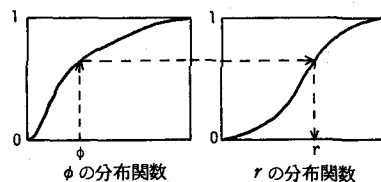


図5 ϕ から r への変換原理

5. 結果

5.1 変換のために必要な試行回数の決定

正規分布変換法では変数変換のための変換表を作成し、共分散を求めるため、4で示したように n 個の透水量係数場や水位場を発生させるが、この n の値が当然推定精度に関係してくるものと考えられる。本研究では、透水量係数対数値と水位の観測データを与えられたとき、図1のように観測地点と水位の境界条件が中心線に関して対称ならば、理論的には推定標準偏差は中心線に関して対称になるという性質を利用して推定精度を評価した。すなわち、推定精度を表現する量として、次の Se_f を考えた。

$$Se_f = \left[\frac{1}{p} \sum \left\{ \frac{2(S_i - S_j)}{S_i + S_j} \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

ここで S_i は第 i 節点での Y の推定標準偏差、総和は、観測地点を除いて、理論的に推定標準偏差が等しくなると考えられる全ての節点の組(p 個)についてとるものとする。

図6に Y の標準偏差 $\sigma_Y = 2.0$ としたときの、 n と Se_f の関係を示す。 Se_f がほぼ $1/\sqrt{n}$ に比例して減少していることがわかる。 $\sigma_Y = 0.5$ としても図6とほぼ同じ結果が得られた。よって推定における精度は、ほぼ $1/\sqrt{n}$ に比例して向上すると考えられるが、本研究では計算領域や計算費用などの制約から $n = 300$ とすることにした。

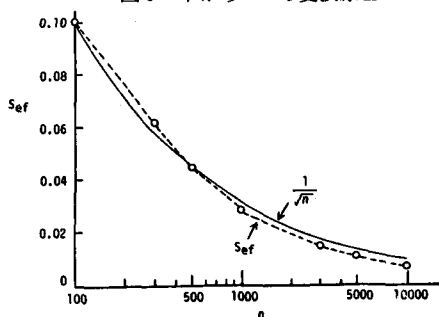


図6 n と Se_f の関係

5.2 1次近似による推定結果との比較

non-conditional simulationで模擬的な真の Y 場を300個発生し、それぞれの真の Y 場について、観測地点から Y と水位 ϕ の観測データを得て Y 場の推定を行い1次近似で(23)式の Σ_w を求めた場合と、正規分布変換法で求めた場合の推定値の不偏性を比較する。推定値の不偏性を表わす量として、次式 S_d を考える。

$$S_d = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

$$e_i = \frac{1}{300} \sum_{j=1}^{300} (Y_{ij} - \bar{Y}_{ij}) \quad (28)$$

ここで N は領域内の全節点数であり、 Y_{ij} は j 番目の真の Y 場の第 i 節点値を、 $\bar{Y}_{ij}$ は j 番目の真の Y 場と ϕ 場から得た観測データを用いて推定した第 i 節点での Y の推定値である。つまり(27)式で、 e_i は第 i 節点における残差($Y_{ij} - \bar{Y}_{ij}$)の平均値で

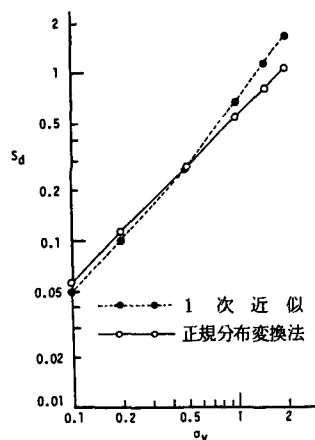


図7 σ_Y と S_d の関係

あり、 S_d が小さいほど、 Y の推定における不偏性が高いと考えられる。

Y の標準偏差 σ_Y と S_d の関係を、1次近似を用いた場合と、正規分布変換法を用いた場合について図7に示している。正規分布変換法を用いた場合、 S_d はほぼ σ_Y に比例して増加しているが、1次近似による S_d は正規分布変換法による S_d に比べ増え方が急であり、 σ_Y が小さい間は1次近似を用いる方が S_d は小さいが、 $\sigma_Y = 0.5$ で両者の S_d はほぼ同じとなり、 $\sigma_Y = 1$ では1次近似による S_d は正規分布変換法による S_d の約1.23倍、 $\sigma_Y = 2$ では約1.55倍となる。このことから σ_Y が小さい間は1次近似の方が有効であるが、 σ_Y が大きくなると、正規分布変換法の方が推定における不偏性が高く有効であることがわかる。

5.3 情報量の増加と不確定性の減少

今、真の Y 場として図8に示す場を仮定する。この場より透水量係数、水位、流速、3日後の濃度の観測データを得て、条件付けを(a)透水量係数のみ、(b)透水量係数と水位、(c)透水量係数、水位、流速、(d)透水量係数、水位、流速、濃度、で行う4つの場合について Y 場を推定し、conditional simulationを行って、水位場、流速場、濃度場の推定値と推定標準偏差あるいは変動係数を得る。そしてこれら4つの場合を比較することにより、情報量が推定結果に及ぼす影響を解析する。

図9～図16にそれぞれ(a)、(b)、(c)、(d)の条件下で推定した Y 場と、 Y の推定標準偏差の領域内分布を示す。推定値については、(c)と(d)の差は明確ではないが、他の場合には条件付けのための情報量の増加とともに真の Y 場に近づいていることがわかる。また、推定値の不確定性を表わす推定標準偏差については、情報量の増加とともに減少していることがわかる。

ほぼ同じ傾向が水位場の推定値と推定標準偏差、流速の x 、 y 成分の推定値と変動係数、濃度の推定値と変動係数についても認められた。

5.4 観測誤差の影響

5.3の(d)の場合について、観測データには透水量係数対数値、水位、間隙流速の x 成分と y 成分、濃度のそれぞれに、期待値0、標準偏差はそれぞれ、0.2、0.01、0.4、0.08、0.08の独立な正規乱数

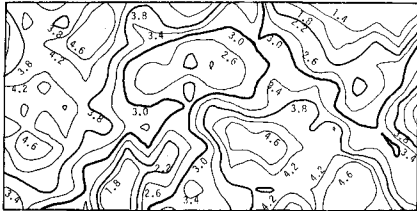


図8 仮定した真のY場

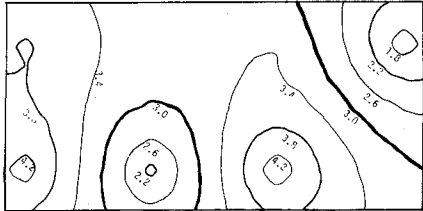


図9 条件(a)でのY場の推定値

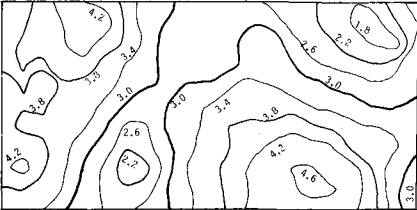


図10 条件(b)でのY場の推定値

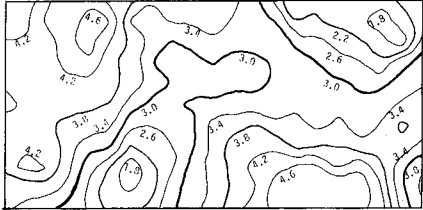


図11 条件(c)でのY場の推定値

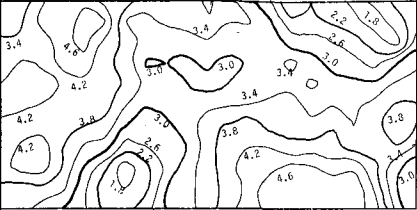


図12 条件(d)でのY場の推定値

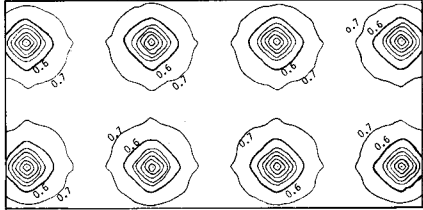


図13 条件(a)でのYの推定標準偏差分布

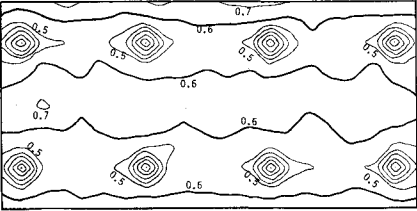


図14 条件(b)でのYの推定標準偏差分布

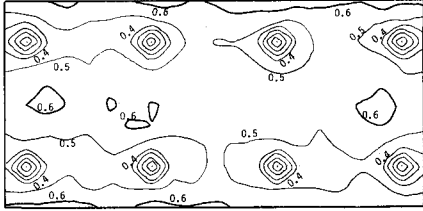


図15 条件(c)でのYの推定標準偏差分布

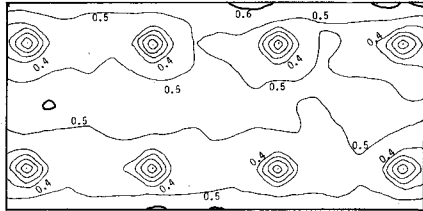


図16 条件(d)でのYの推定標準偏差分布

で表わされる観測誤差が含まれているとして推定を行った結果を図17と図18に示す。観測誤差が無いとした場合の図12と図16に比べ、透水量係数対数値の空間変動はわずかに滑らかなものとなり、推定標準偏差が増加している。ほぼ同じ傾向が水位場、流速場、濃度場についても認められた。

6. 結 論

以上の研究により次の結論が得られる。

1. 本研究の方法は、流速、濃度など、透水量係数との関係が単純でないものも、観測データとして透水量係数の推定に用いることができる。
2. 透水量係数対数値の変動が大きいき、本研究の方法は1次近似を用いる方法に比べて不偏性が高い。
3. 水位、流速、濃度というように、観測データ量が増加するにしがたい、推定値は真値に近づき、推定標準偏差あるいは変動係数は減少する。
4. 本研究の方法は、観測データに観測誤差が含まれる場合にも容易に用いることができる。

なお、本研究の計算には主として京都大学大型計算機センターのVP 200を用い、乱数の発生には富士通の科学用サブルーチンライブラリSSL II¹²⁾を使用した。

参 考 文 献

- 1) Neuman, S. P. and S. Yakowity ; A statistical approach to the inverse problem of aquifer hydrology, 1, Theory, Water Resour. Res., 15(4), 845-860, 1979.
- 2) Neuman, S. P. ; A statistical approach to the inverse problem of aquifer hydrology, 3, Improved solution method and added perspectives, Water Resour. Res., 16(2), 331-346, 1980.
- 3) Kitanidis P. K. and Vomvoris E. G. ; A geostatistical approach to the inverse problem in groundwater modeling (steady state) and one-dimensional simulations, Water Resour. Res., 19(3), 677-690, 1983.
- 4) 米田, 井上 ; 多変量正規分布法による透水量係数場の推定および Conditional simulation, 土木学会第40回年次学術講演会講演概要集第2部, 155-156, 1985
- 5) Dagan G. ; Stochastic modeling of groundwater flow by unconditional and conditional probabilities : The inverse problem, Water Resour. Res., 21(1), 65-72, 1985.
- 6) Hoeksema R. J. and Kitanidis P. K. ; An application of the geostatistical approach to the inverse problem in two-dimensional groundwater modeling, Water Resour. Res., 20(7), 1003-1020, 1984.
- 7) Freeze R. A. ; A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media, Water Resour. Res., 11(5), 725-741, 1975.
- 8) Delhomme J. P. ; Spatial variability and uncertainty in groundwater flow parameters : A geostatistical approach, Water Resour. Res., 15(2), 269-280, 1979.
- 9) Delhomme J. P. ; Kriging in the hydrosiences, Advan. Water Res., 1(5), 251-266, 1978.
- 10) 米田, 古市, 井上 ; 不均質帯水層における物質移動予測への確率論的アプローチ, 衛生工学研究論文集, 第19巻, 50-59, 1983
- 11) Clifton P. M. and Neuman S. P. ; Effects of kriging and inverse modeling on conditional simulation of the Avra Valley aquifer in southern Arizona, Water Resour. Res. 18(4), 1215-1234, 1982.
- 12) FACOM FORTRAN SSL 使用手引書, 富士通, 1979

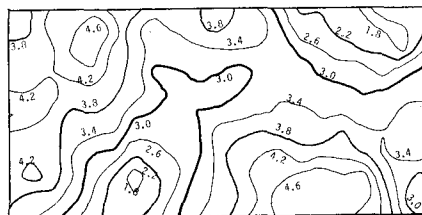


図17 観測誤差を考慮してのY場の推定値

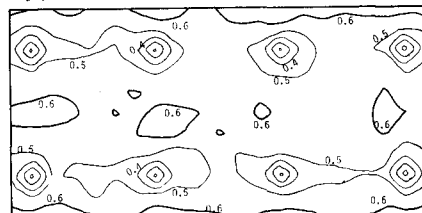


図18 観測誤差を考慮してのYの推定標準偏差分布