

大径礫を伴う山地河床における流砂の有効掃流力に関する研究

Study On Effective Shear Stress Of Bed-Load In Mountainous Rivers With Large Cobbles

○徳島大学工学部 正員 岡部 健士
徳島大学大学院 学生員 肥本 一郎

1. まえがき

山地上流部の河床は、細砂から玉石・転石に及ぶ幅広い粒径範囲の砂礫で構成されている。このうち、玉石や転石などの大径礫は、かなり大規模な出水が発生しない限りほとんど移動せず、河床面上に突起あるいは転在したままで、比較的小粒径の砂礫だけが停止した大径礫を回避するように流送される。

ところで、混合砂礫床の掃流砂に対しては、河床の全砂礫に関する平均粒径を代表粗度高さとした粒径別移動限界式と、均一砂礫床について得られた流砂量式を結合させる算定法が多数提案されている。しかし、上述のように河床の一部がきわめて大きい礫で覆われている場合の計算に、それらをそのまま適用することには若干の無理があるようである。^{1), 2)} すなわち、流砂の基本的な運動特性が均一砂の場合と相違しないと考えることは認めるとしても、大径礫とその後流のために流砂面の範囲が著しく制限されること、あるいは、大径礫の形状抵抗の効果により、流砂面に直接作用する掃流力（有効掃流力）と見かけの掃流力が異なることなどを十分考慮する必要がある。無論、この点は従来からもよく指摘されていることであって、いわゆる抵抗分離法に基づく有効掃流力の表示式がすでにいくつか導かれている。^{3), 4), 5)} ただし、これらはいずれも二粒径モデルについて得られたものである。実際問題にこれらの成果を適用する際には、多種の粒径からなる河床を二粒径河床にモデル化する方法が新たな課題となるけれども、両者の差があまりにも大きすぎるのが原因してか、その後の発展がほとんど見られないようである。

筆者らは、いずれにしても現実の河床を二粒径河床にモデル化すること自体にかなりの無理があると感じている。そこで、本研究では、すでに得られている二粒径モデルに関する研究の成果をもとに、一般的な多粒径混合床の有効掃流力の計算モデルを検討する。

2. 多粒径混合床のモデル化と有効掃流力の表示

図-1は、移動しない大径礫を伴う山地河床を模式的に描いたもので longitudinal

ある。河床面には連続的な粒度の砂礫が存在するが、理論の上では、全体を粒径を基準にして J 個の階級に区分し、離散的に取扱う。各階級には、粒径の大きいものから順に番号 j ($=1 \sim J$) を付し、その代表粒径を d_j 、 d_j 粒子が河床において占める面積割合を $f_s(d_j)$ とする。

つぎに、図-1の河床に等流が流れ、一部の砂礫が移動している状態について考える。移動砂礫の最大粒径を d_{je} とすると、 $d_j \leq d_{je}$ の砂礫は、一種の交換層を形成し、この中でよく混合されながら流送される。混合砂礫床の河床基準面の取り方にはさまざまなものがあるが、本文では、上述の交換層の表面にある d_{je} 以下の砂礫の平均重心位に一致させる。なお、 $d_j \leq d_c$ 以下の砂礫については、粒径ごとに考えた平均重心位は全て一致し、さらに、同一粒径の砂礫の個々の重心位は河床基準面のまわりに一様分布するとみなして差支えないと思われる。

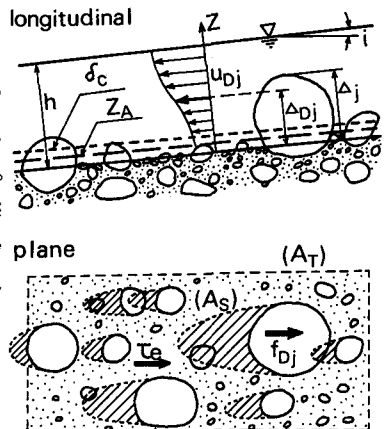


図-1 山地河床の模式図

一方、河床砂礫のうち $d_j \geq d_{je}$ の粒子（以下においては、これを大径礫と呼ぶ）が移動中の砂礫に対してまえがきで指摘された効果を及ぼすものとする。ただし、河床表面に露出している大径礫の全てがそれに有効であると考えてはならない。粒径が大きくても、河床面からの露出高さ d_j がある限界値 d_c より小さいものは当然除外されるべきである。

さて、図-1の河床勾配を i 、河床基準面からの水深を h として、河床の一部、面積が A_T の上に乗る流水について力の釣り合い式をたてると、(1)式ようになる。ここ

$$\rho g i (h - z_A) A_T = \tau_e A_s + \sum_{j=1}^{j_0} m_j f_{Dj} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$f_{Dj} = (1/2) \rho C_{Dj} a_{Dj} u_{Dj}^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

に、 ρ :水の密度、 g :重力の加速度、 z_A :幾何的平均河床高さである。右辺の A_s は、砂礫移動面(摩擦面)の広さ、すなわち、 A_T より $d_j \geq \delta_c$ を満たす大径礫とその後流域の広さを差し引いた河床面積、 τ_e は、 A_s 内の平均摩擦応力すなわち有効掃流力である。 m_j は、 A_T 内の d_j 粒子のうち $d_j \geq \delta_c$ であるものの数、 f_{Dj} は、 m_j 個の大径礫1個あたりの形状抗力である。ここで、 f_{Dj} の表示法を検討するにあたり、便宜上 m_j 個の大径礫が一樣な露出高さ d_{Dj} を持つものとして取り扱うことにすれば、 f_{Dj} は(2)式のように書かれる。ここに、 C_{Dj} :抗力係数、 a_{Dj} :大径礫1個あたりの形状抵抗に有効な面積、 u_{Dj} :抗力の基準流速である。

(2)式の a_{Dj} は、大径礫相互の遮蔽効果を考慮して算定されるべきものであり、その方法が重要であるが、これについては後節で検討する。一方、 u_{Dj} としては、大径礫の頂点の高さにおける流速を用いることにして問題はないと思われる。ただし、その定量表示において河床付近の流速分布を Prandtl-Karman の対数則で表現した例が多いが、この妥当性には若干の問題が残される。人工粗度の実験などによると、粗度要素の配置密度の増加とともに流速分布が一樣化する傾向がある。この点を鑑み、筆者らは二粒径河床に関する既報において、露出高 d の大径礫の基準流速 u_s を

$$(3) \text{式のように表示した}^{5)} \text{。ここに、} d_s: \text{移動砂の粒径、} \tau_*: \text{見かけの掃流力と} d_s \text{より求まる無次元掃流力、} r: 2 \sim 4 \text{ 程度の係数、} u_{*e}: \sqrt{\tau_e / \rho} \text{。}$$

$$\frac{u_s}{u_{*e}} = \frac{1}{\phi} \ln \frac{d}{d_s (1 + r \tau_*)} + 6.0 + \frac{1}{\phi} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{u_{Dj}}{u_{*e}} = \frac{1}{\phi} \ln \frac{d_{Dj}}{d_{sm} (1 + r \tau_*)} + 6.0 + \frac{1}{\phi} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ϕ は、大径礫の突起密度により河床付近の流速分布形が変わることを評価するための係数で、突起密度が0のときに $\phi = \kappa$ (κ : Karman 定数) に等しく、その増加とともに ϕ もまた増大するように適当な関数形を与える。(3)式に明解な流体力学的根拠があるとは言えないが、その有用性は筆者らの実験への適用を通じて十分に検証されている。そこで、(3)式を u_{Dj} を表示する形に書き直すと(4)式ようになる。本式中の d_{sm} としては、 A_s に対応する砂礫面の平均粒径(算定方は後述)を用いればよい。

(1)、(2)および(4)式より有効掃流力に関する摩擦速度 u_{*e} を求めると次式のようなのである。

$$u_{*e}^2 = \frac{g h i (1 - z_A / h)}{\xi (A_s / A_T) + \sum_{j=1}^{j_0} [(m_j / A_T) (1/2) C_{Dj} a_{Dj} \{(1/\phi) \ln \{d_{Dj} / d_{sm} / (1 + r \tau_*)\} + 6.0 + 1/\phi\}^2]} \quad \dots\dots\dots (5)$$

なお、 ξ は次節で述べる A_s / A_T の算定値と実現象のそれとの相違を補正するために付した係数である。

3. u_{*e} の支配パラメータの算定式

(5)式に含まれた河床に関する諸量のうち、 z_A 、 d_{Dj} 、 m_j / A_T および d_{sm} は、河床状態に関する情報が与えられれば幾何的な考察を行うだけで定式化できる。一方、 a_{Dj} および A_s / A_T については遮蔽効果などがある程度流体力学的な観点より検討する必要がある。本節では、双方のグループごとに一連の解析を行う。

3-1 z_A 、 d_{Dj} 、 m_j / A_T 、 d_{sm} の解析

(1) 完全露出礫とその割合 P_j : 粒径分布幅がさほど広くない混合砂礫床あるいは全砂礫が移動状態にある河床に関しては、河床粗度の尺度として粒度分布に着目するだけで十分事足りるようである。本来ならば河床表面の砂礫群の配列状態の指標として重心位の分布なども重視されるべきであるが、上述のような河床では、その分布が河床履歴や粒径の別なく概ね一様ランダムなものとなっているので、結果的にその必要性が小さかったのであろう。ところが、山地河川の、とりわけ図-2のような二次侵食区間では、大径の礫ほど重心位が相対的に高くなる傾向が強いようである。このようになると、河床の幾何条件は粒度分布だけでは十分に表現し得ないと思われる。そこで、重心位置とほぼ1対1に対応する露出高さの分布を粒径ごとに図-3のようにモデル化して取り扱うことにした。 $g_j(d_j)$ は、 d_j の砂礫のうち露出高さが d_j であるものの個数に関する密度関数であり、(6)式のような関数形をあてはめるのが適当と思われる。

$$g_j(\Delta_j) = (1 - P_j)/d_j + P_j \delta(\Delta_j - d_j) \quad \text{..... (6)}$$

ここに、 P_j : d_j の砂礫の全個数のうち、 $\Delta_j = d_j$ すなわち完全に露出していると見なされるものの割合、 $\delta(\cdot)$: デルタ関数を表わす。

P_j の決定には現地実測あるいはかなり詳細な河床変動の追跡計算が必要であることは言を待たないが、図-2 のような過程においてまったく移動しなかった大径礫については、以下のような解析的な取り扱いが可能である。すなわち、河床低下量が z_s の時点における P_j がさらに Δz_s だけ低下することにより ΔP_j 増加したとすれば、これらの諸量の間に次式が成立する。

$$P_j + \Delta P_j = \{P_j + (1 - P_j) \Delta z_s / d_j\} / \{1 + (1 - P_j) \Delta z_s / d_j\} \quad \text{..... (7)}$$

$\Delta z_s \rightarrow 0$ の極限をとると、 P_j に関するつぎの微分方程式を得る。

$$dP_j / dz_s = (1 - P_j) / d_j \quad \text{..... (8)}$$

これを $z_s = 0$ にて $P_j = P_{0j}$ の条件で積分すれば

$$P_j = 1 - 1 / \{z_s / d_j + 1 / (1 - P_{0j})\} \quad \text{..... (9)}$$

となる。また、はじめの堆積層の粒度分布が深さ方向に一樣で、 d_j 粒子の含有割合が $f_B(d_j)$ であったとき、 z_s による河床表面支配面積割合 $f_s(d_j)$ の変化が次式のようになることも容易に導ける(ただし、礫の形状は球形であるとの仮定を用いている)。

$$f_s(d_j) = f_B(d_j) \left[(3/2) \{z_s / d_j + 1 / (1 - P_{0j})\} - 1/2 \right] \quad \text{..... (10)}$$

(2) z_A の表示: z_A は、河床表面上で任意に選んだ多数の点における河床高さの計測値の集合平均値であり、 d_j 粒子に関する条件付き集合平均値を z_{Aj} とすると、 z_A は $z_A = \sum_{j=1}^J z_{Aj} f_s(d_j)$ と表される。 z_{Aj} に関する個々の計測値 z_{Mj} は、図-4 に示されるように、計測点の中心からのズレ x_M と Δ_j の関数である。そこで x_M の密度関数を $e(x_M)$ で表せば、 z_{Aj} は

$$z_{Aj} = \int_{\Delta_j} \int_{x_M} z_{Mj}(\Delta_j, x_M) g_j(\Delta_j) e(x_M) dx_M d\Delta_j \quad \text{..... (11)}$$

となる。 $g_j(\Delta_j)$ として(6)式を用い、砂礫は球とみなすとともに相互の重なりを無視すれば($e(x_M) = \text{const.}$ は明らか)、 z_A は(12)式のように表される。

$$z_A = (1/3) d_m + (1/2) \sum_{j=1}^J P_j d_j f_s(d_j) \quad \text{..... (12)}$$

ここに、 d_m : $f_s(d_j)$ に基づく全河床砂礫の平均粒径である。

(3) Δ_{0j} と m_j/A_T の表示: Δ_{0j} は、 $\Delta_j \geq \delta_c$ を満足する Δ_j の集合平均値であり、(6)式を用いれば、

$$\Delta_{0j} = \int_{\delta_c}^{d_j} g_j(\Delta_j) \Delta_j d\Delta_j = d_j \left[\frac{1}{2} (1 - P_j) \left\{ 1 - \left(\frac{\delta_c}{d_j} \right)^2 \right\} + P_j \{ 1 - \delta(\Delta_j - \delta_c) \} \right] \quad \text{..... (13)}$$

となる。ここで、 Δ_{0j} の計算の対象となった大径礫の河床表面支配面積率を $f_D(d_j)$ と定義しよう。 $f_D(d_j)$ は後述される A_s/A_T や a_{0j} に直接関係する重要な量なので、以下においてそれを定式化しておきたい。

さて、図-5 を参照すれば、 $f_D(d_j)$ の表示が $\delta_c \geq d_j/2$ の場合 (CASE 1) と $\delta_c < d_j/2$ の場合 (CASE 2) とで異なることが分かる。前者では、個々の礫の支配面積が一律に $(\pi/4) d_j^2$ であるが、後者では、 Δ_j の値によって変化する。まず、CASE 1 の $f_D(d_j)$ は、総面積 A_T の河床表面に露出している d_j 粒子の個数を n_j として、

$$f_D(d_j) = (n_j/A_T) (\pi/4) d_j^2 \text{ Prob.} [\Delta_j \geq \delta_c] \quad \text{..... (14)}$$

と表される。さらに d_j の大径礫全体に関する平均支配面積

積 $\bar{a}_j$ が近似的に (形状を球とし、重なりも無視)、

$$\bar{a}_j = (\pi/6) d_j^2 (5/4 + P_j/4)$$

となることを利用すれば、 n_j/A_T が次式のようになる。

$$n_j/A_T = f_s(d_j) / \{ (\pi/6) d_j^2 (5/4 + P_j/4) \} \quad \text{..... (15)}$$

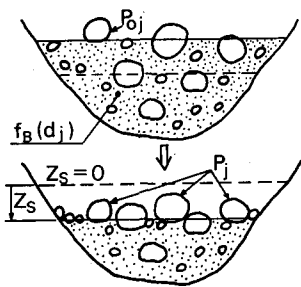


図-2 二次侵食区間の模式図

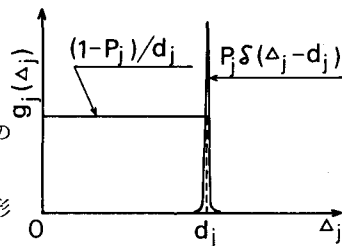


図-3 大径礫の露出高の分布

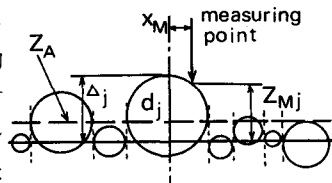


図-4 平均河床高 z_A の参考図

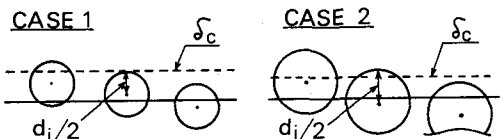


図-5 参考図

そして、(14)式の Prob. $[d_j \geq \delta_c]$ を(6)式より求め、(15)式とともに(14)式に代入すると、CASE 1 の $f_D(d_j)$ は、

$$f_D(d_j) = (3/2) f_S(d_j) [(1-P_j)(1-\delta_c/d_j) + P_j\{1-\delta(d_j-\delta_c)\}] / (5/4 + P_j/4) \quad \text{..... (16)}$$

となる。ついでCASE 2 の場合を考える。ここでも大径礫を球として取扱うことにすれば、 $d_j < d_j/2$ である粒子 1 個の河床支配面積 $a_j(d_j)$ は、 $a_j(d_j) = (\pi/4) d_j^2 \{1 - (1-2d_j/d_j)^2\}$ と書かれる。そして、もちろん $d_j \geq d_j/2$ の粒子もあることを考慮しながら $f_D(d_j)$ を求めると次式のようなになる。

$$f_D(d_j) = (3/2) f_S(d_j) [(1/2)(1-P_j)\{(1-2\delta_c/d_j)\{1 - (1-2\delta_c/d_j)^2/3\} + 1\} + P_j] / (5/4 + P_j/4) \quad \text{..... (17)}$$

最後に m_j/A_T は、(6)式と(15)式より求まり、その結果は次式のようなである。

$$m_j/A_T = f_S(d_j) [(1-P_j)(1-\delta_c/d_j) + P_j\{1-\delta(d_j-\delta_c)\}] / \{(\pi/6) d_j^2 (5/4 + P_j/4)\} \quad \text{..... (18)}$$

(4) d_{sm} の表示： d_{sm} は、 $d_j < \delta_c$ の全砂礫と、 $d_j \geq \delta_c$ の砂礫のうち $d_j < \delta_c$ であるものとの集合の平均粒径である。これについて、後者のグループに属するものの粒径の評価法をいかにするかが問題となるが、 d_{sm} が河床の凹凸の尺度であることを考慮すれば、 $d_j > \delta_c$ で $d_j < \delta_c$ の粒子群をその平均露出高 $(= (1/2)(1-P_j) \delta_c^2/d_j)$ の 2 倍程度の粒径をもつような粒子群に置き換える方法が妥当かと思われる。

3-2 a_{Dj} , A_S/A_T に関する解析

a_{Dj} , A_S/A_T の定式化においては、関係する大径礫相互の遮蔽効果ならびにその原因である後流の領域の重畳をできる限りの確に評価することが重要である。そして、このためには、大径礫群の平面的な配列状態が実際河川における場合と同じくランダムであることを前提に解析を進める必要がある。このような観点より、筆者らの二粒径河床に関する研究では、河床全域に図-6 に示されるような正方形メッシュを被せ、各メッシュ内において 1 個の大径礫をランダムな位置に配置した河床モデルに基づき、1 個あたりの形状抵抗に有効な面積を定式化した。この結果は多粒径の混合床を対象にした本研究においても利用されるので、本論に先立ってまずその要約を行っておきたい。

(1) 二粒径河床の遮蔽効果と後流域の広さ

図-6 の正方形メッシュの辺長を l 、流れの方向に隣接した二つのメッシュ内にある 2 個の大径礫の中心の流れ方向の間隔を X 、横断方向のそれを Y で表す。いま、簡単のために 2 個の大径礫の平面積を無視するとともに、双方が独立してランダムな位置に一樣確率で配列されるものとする、 X および Y の確率密度関数 $f_X(x)$, $f_Y(y)$ はそれぞれ (19a), (19b) 式および (20) 式のように表わされる。

$$0 \leq x \leq l; \quad f_X(x) = x/l^2 \quad \text{..... (19a)}$$

$$l \leq x < 2l; \quad f_X(x) = 2/l - x/l^2 \quad \text{..... (19b)}$$

$$0 \leq y \leq l; \quad f_Y(y) = 2/l - 2y/l^2 \quad \text{..... (20)}$$

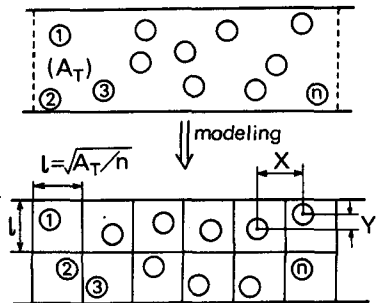


図-6 二粒径河床のモデル化

つぎに、大径礫の露出高さは一定値 d であり、流れの方向について考えた幾何的投影面積を a_d とする。さらに、各礫が孤立している場合に形成される後流の平面形を幅 w 、流れ方向の長さ αd (α : 係数) の長方形と仮定するとともに、任意の大径礫にはその直上流のメッシュ内にある別の大径礫の後流のみによる遮蔽効果が及ぶとみなしたのち、前者の礫の形状抵抗に有効な面積 a_e を(21a) および (21b) のように表示する。

$$X \geq \alpha d, \text{ all } Y \text{ および all } X, Y \geq w; \quad a_e/a_d = 1 \quad \text{..... (21a)}$$

$$0 \leq X \leq \alpha d, 0 \leq Y \leq w; \quad a_e/a_d = \{X/\alpha d + (1-X/\alpha d)(Y/w)\} \quad \text{..... (21b)}$$

以上のような諸式を利用すると、 a_e の 1 個あたりの平均値 $\bar{a}_e (\equiv \int_x \int_y f_X(x) f_Y(y) a_e dy dx)$ が以下のように表される。すなわち、 $H \equiv \alpha d/l$, $W \equiv w/l$ として、

$$H \leq 1; \quad \bar{a}_e/a_d = \{1 - (1-W/3)W(H^2/6)\} \quad \text{..... (22a)}$$

$$1 \leq H \leq 2; \quad \bar{a}_e/a_d = \{1 - (1-W/3)W\{H^2/6 - (H-1)^2/(3H)\}\} \quad \text{..... (22b)}$$

$$2 \leq H; \quad \bar{a}_e/a_d = \{1 - (1-W/3)W(1-1/H)\} \quad \text{..... (22c)}$$

つぎに、後流域の広さについて述べる。先に述べた個々の大径礫の後流域は互いに重なる可能性があるこ

とは明らかであって、結果的に生じる後流域の広さを評価するには、 $\tilde{a}_D$ と同様な手順により大径礫 1 個が受けもつ後流域の広さの平均値 $\tilde{a}_w$ を求めておく必要がある。このとき、任意の大径礫の後流の広さを a_w と定義し、これと重なりがまったくない場合における後流域の面積 $w(\alpha D)$ の比、 $a_w/(w\alpha D)$ を (21a) および (21b) 式と同形の式で表わすことは十分妥当であろう。このように考えると、 $\tilde{a}_w/(w\alpha D)$ の表示は (22a) ~ (22c) とまったく同一になる。

(2) 多粒径河床の遮蔽効果と後流域の広さ

形状抵抗に有効な大径礫群が多粒径である場合の遮蔽効果と後流域の重畳状態には、ある範囲内に分布している大径礫の粒径の組み合わせと配列状態が簡単には解説し切れないほど複雑に関係しており、厳密な解析はまず不可能に近いように思われる。そこで、本研究では、大径礫の相互干渉をつぎのようにかなり単純化して取り扱うことにした。すなわち、i) d_j の礫がこれより大きい $d_1 \sim d_{j-1}$ の礫に及ぼす遮蔽効果は無視できるほど小さい。ii) d_j の礫は、その中心が $d_1 \sim d_{j-1}$ の粒子の後流域内（平面的な意味での）にはいると完全に遮蔽され、逆に、わずかでも外れるとまったく遮蔽されない。iii) 完全に遮蔽された礫は後流を作らない、したがって他の礫に遮蔽効果を及ぼすこともない。iv) 大径礫の後流域の平面形状は長方形で、平均露出高 A_{Dj} の礫では、流下方向の長さは αD_{Dj} 、横断方向の幅 w_j は A_{Dj} によって決まる露出部の最大幅に等しく、干渉があったとしても形の変化は起こらない。

図-7 は、 d_j の大径礫に関わる後流域のパターンを模式的に示したものである。本図を参照しつつ面積 A_T 内に分散している m_j 個の大径礫が受けもつ後流域の総面積 A_{wj} について考察してみよう。さて、 m_j 個のうち、その中心がより大きい大径礫の後流域内に存在するもの（*印）の数を m_{1j} 、そうでないものを m_{2j} とする。比 m_{1j}/m_j および m_{2j}/m_j は、 A_{wj} と A_T で定義される無次元量 $R_j \equiv (1/A_T) \sum_{j=1}^j A_{wj}$ を用いて (23) 式のように表される。 $m_{1j}/m_j = R_{j-1}$ 、 $m_{2j}/m_j = (1 - R_{j-1})$

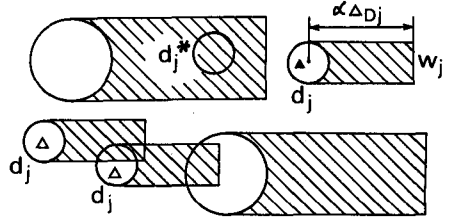


図-7 後流域の形成パターン

..... (23)

m_{1j} に属する大径礫は後流域を作らない。一方、 m_{2j} に属するものは後流域を作るが、1 個あたりが受けもつ後流域の広さを図-6 の配列モデルに基づいて定量化する際に、直上流のメッシュ内の大径礫が m_{1j} に属するもの（▲印）か、 m_{2j} に属するもの（△印）かで、個々の後流域の広さの評価値が異なる。すなわち、前者は一律に $w_j \alpha D_{Dj}$ と見積り、後者では 1 個あたりの平均値 $\tilde{a}_{wj}$ を先述の $\tilde{a}_w$ の式を利用して算定することになる。 $\tilde{a}_{wj}$ の計算では、 $H = \alpha D_{Dj}/l_j$ 、 $W = w_j/l_j$ とおき、 l_j はその定義より $l_j = \sqrt{A_T/m_j}$ から求めればよい。以上のような 1 個あたりが受けもつ後流域の面積を集計したのち、まだ考慮されていない d_j より大きい大径礫の後流域との重なりを評価するための補正項 $\{1 - \sum_{j=0}^{j-1} f_D(d_j)\}$ を付加した結果が次式である。

$$A_{wj}/A_T = (m_j/A_T) \{ R_{j-1} (1 - R_{j-1}) w_j \alpha D_{Dj} + (1 - R_{j-1})^2 \tilde{a}_{wj} \} \{ 1 - \sum_{j=0}^{j-1} f_D(d_j) \} \quad (24)$$

なお、 $j=0$ のとき $f_D(d_j)=0$ 、 $R_j=0$ とみなせばよい。さらに、(24) 式を R_j の定義に従って書き直すと、

$$R_j = R_{j-1} + (m_j/A_T) (1 - R_{j-1}) \{ R_{j-1} w_j \alpha D_{Dj} + (1 - R_{j-1}) \tilde{a}_{wj} \} \{ 1 - \sum_{j=0}^{j-1} f_D(d_j) \} \quad (25)$$

となり、本式を利用すれば $j=1, 2 \dots$ の R_j を逐次計算できる。そして目的の A_s/A_T は R_D にはかならない。

つぎに、 a_{Dj} について述べる。これについても A_{wj} について行ったのとまったく同様な大径礫の区分ができ、他の礫の遮蔽効果がまったく作用しないもの 1 個の形状抵抗有効面積を a_{sj} 、同径の礫だけの効果が及ぶもののそれを $\tilde{a}_{Dj}$ ((22a) ~ (22c) 式で求まる) とすれば、 a_{Dj} は次式のように書かれる。

$$m_j a_{Dj} = m_{2j} (m_{1j}/m_j) a_{sj} + m_{2j} (m_{2j}/m_j) \tilde{a}_{Dj} \quad (26)$$

さらに、(23) 式の関係を用いて上式を書き直すとつぎようになる。

$$a_{Dj} = (1 - R_{j-1}) (R_{j-1} \alpha D_j + \tilde{a}_{Dj}) \quad (26)$$

なお a_{sj} は、大径礫の形状を球とすれば、 $D \equiv 2A_{Dj}/d_j - 1$ なる無次元量で次式のように表される。

$$a_{sj} = (d_j^2/4) \{ \pi/2 + D\sqrt{1-D^2} + \sin^{-1}(D) \} \quad (27)$$

以上、本節で導かれた諸式を用いれば、河床材料に関する基礎資料として $f_s(d_j)$ と P_j が各 d_j に対して与えられた場合に、任意の水利条件下の有効掃流力を(5)式に基づいて算定することができる。なお、形状抵抗に有効か否かを判別するための基準値である δ_c は、 z_A と関係付けて $\delta_c = K z_A$ のように表示して差支えないと思われる。ここに、 K は、実験などを通じて経験的に定めるべき係数である。

4. 実験結果に基づく検討

本論文の理論を展開する上で導入された係数 α 、 τ 、 ξ 、 C_{Dj} および K の適値を選定し、さらに流速分布に関する係数 ϕ の書式を決定するとともに、本法の適合性を検討するための移動床モデル実験を行った。河床モデルの粒度分布 ($f_s(d_j)$ に相当するもの) の一例は図-8に示すとおりであるが、全砂礫のうち約 40 mm 以上の粗粒成分が $P_j = 1$ となり、これ以下のものでは $P_j = 0$ となるように、勾配が約 1/50 の河床を作った。そして、これに数種の流量を通水し、流れと流砂がともに定常・平衡状態に到達するのを待って、各種の基本的物理量と粒径別流砂量を計測した。

図-9は、混合砂礫床に関して行われてきた従来通りの方法に従って見かけの掃流力と粒径別流砂量の関係を点描し、一例として芦田・道上の理論式と比較したものである。両者はある程度類似した特性を示すが、描点群が対応する曲線の右側に片寄る傾向があり、また、同一の d_j/d_m に対する描点群の分布状態が必ずしも一価的ではないようである。一方、図-10は、本法により有効掃流力を算定するとともに、粒径のパラメータを d_j/d_{sm} に変更して実験結果を整理したものである。ここに、 $\alpha = 2$ 、 $\tau = 0$ 、 $\xi = 0.7$ 、 $C_{Dj} = 0.6$ 、 $K = 2$ とおき、 ϕ は、最大露出高を Δ_{max} 、形状抵抗に関わる d_j 粒子の露出容積を V_j とするとき、 $\phi = \frac{\sum_{j=1}^D V_j (m_j/A_T) / \Delta_{max}}{1}$ で定義される ϕ を用いて、 $\phi = 0.4 + 5.6 \sin(2\phi)$ で計算された。また、理論曲線を描く際には、移動限界の代りに水山が得た停止限界の条件を採用している。描点群のまとまり、ならびに理論曲線との一致は良好であり、本法の妥当性と有用性が裏付けられている。なお、 K の値の変化は計算結果にさほど大きい影響を及ぼすものではなかった。

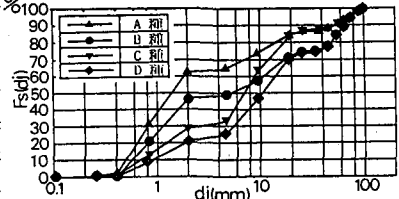


図-8 実験河床の粒度分布の例

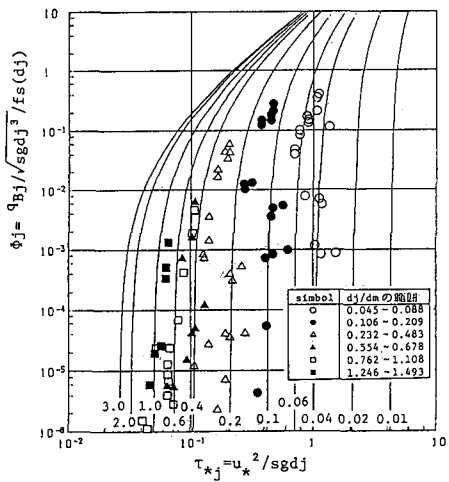


図-9 従来の方法による実験結果の整理

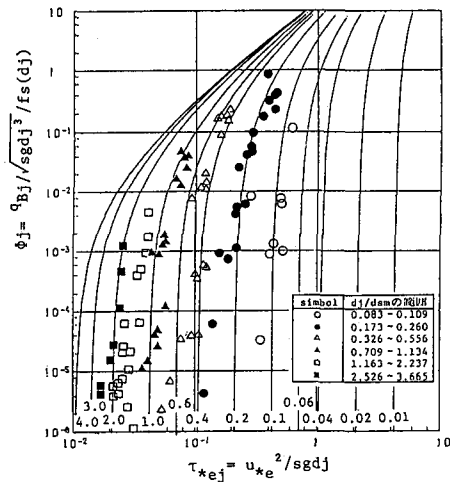


図-10 有効掃流力に基づく実験結果の整理

〔参考文献〕

- 1) 深見・葛西：混合粒径砂の流送実験資料，土研資料 1390，1978。
- 2) 水山：山地河川の掃流砂に関する研究，京大学位論文，1974。
- 3) 村本ほか：砂礫河川の掃流砂に関する基礎的研究，京大防災研年報，26B，1977。
- 4) 大同：急こう配河床の掃流砂量，28回水講，1984。
- 5) 岡部・速水：山地河川の掃流砂量に及ぼす大粒径の影響について，38回水講，1984。