

疎な構造をもつ浸透層内の流量評価に与える表面流の存在の影響

Effect of Free Surface Flow to Seepage Flow Discharge

in Loose-Structured Layer Subjected to Non-Darcy Law

京都大学工学部 正 員 中川 博次
金沢大学工学部 正 員 辻本 哲郎
京都大学工学部 正 員 ○清水 義彦

1. まえがき

小規模流域からの流出流量を見積る場合、中間層、溪床堆積層あるいは草地のように高い透水性をもち、また表面流を伴う浸透層内流れの物理機構を明らかにする意義はきわめて高い。すなわち高い透水性を有する浸透流流出場ではDarcy則の線型性がくずれ、また表面流の存在は透水性境界面を通じて浸透層流場へ活発な運動量輸送の行われている可能性をもっている。本論文では表面流が存在する場合の浸透層内の流れ特性を前回の水理講演会¹⁾で発表した物理イメージにもとづいて考察し、併せて疎な構造を有する浸透層内の流量評価について検討するものである。すなわち表面流を伴う浸透流においては、表面流のもつ境界面圧力変動の浸透層内への伝播によって浸透層内にも流速変動が誘起され、これによってみかけのReynolds応力に相当する鉛直方向の運動量輸送が出現し、表面流にひきずられた浸透層内流速分布が形成されるとの考えにもとづいた検討をすすめる。なお、浸透流や表面流の間には、transpiration（流出入）速度やslip速度を媒介とした相互作用が存在するが、今回は特に浸透層内部の流れ構造の解明に主眼をおくため、表面流に関する条件は外部条件として与えられるものとし議論の対象からはずすことにする。

2. 表面流の存在による圧力変動の浸透層内部への伝播

一定層厚 (H_s) の相当に loose な浸透層上に等流の表面流が存在する定常二次元状態を想定し、表面流が存在するとき透水性境界面に圧力変動が存在し、Chuら²⁾のモデルのように、非線型Darcy則³⁾の成立する浸透流中にその圧力変動が伝播すると考える。このとき非線型Darcy則を抵抗則として用いた浸透流に関するNavier-Stokes方程式と連続式は次式となる。

$$0 = -(1/\rho)(\partial P/\partial x) + g \sin \theta - (\nu/K)U_{s1} - (C/\sqrt{K})U_{s1}^2 \tag{1}$$
$$0 = -(1/\rho)(\partial P/\partial y) - g \cos \theta \tag{2}$$
$$(1/n)(\partial u_s/\partial t) = -(1/\rho)(\partial p'/\partial x) - (\nu/K)u_s - (2C/\sqrt{K})U_{s1}u_s \tag{3}$$
$$(1/n)(\partial v_s/\partial t) = -(1/\rho)(\partial p'/\partial y) - (\nu/K)v_s - (C/\sqrt{K})U_{s1}v_s \tag{4}$$
$$(\partial u_s/\partial x) + (\partial v_s/\partial y) = 0 \tag{5}$$

但し、 $p = P + p'$ ：圧力、 g ：重力加速度、 θ ：河床勾配、 ρ ：水の密度、 ν ：動粘性係数、 n ：浸透層の空隙率、 K ：透水係数、 C ：浸透流の抵抗則中の非線型項の係数で $C = 0$ ならば

通常のDarcy則と一致する。また浸透流流速成分 ($U_{s1} + u_s, v_s$) は浸透層内の非擾乱流速 U_{s1} (表面流の存在の有無にかかわらずに浸透層内部の場の条件と動水勾配によって決定される流速成分) と表面流の存在による透水性境界面圧力変動 p' に誘起される擾乱流速成分 (u_s, v_s) から構成される。

式(1)及び式(2)から浸透層内の非擾乱流速 U_{s1} が次式より決定される (無次元表示)。

$$R_K \equiv U_{s1} \sqrt{K}/\nu = (-1 + \sqrt{1 + 4CR_{K0}})/(2C) \tag{6}$$

但し、 $R_{K0} \equiv g I_s K^{3/2} \nu^{-2}$ (通常のDarcy則を用いた無次元流速) である。式(3)～式(5)から変動圧力 p' に関する

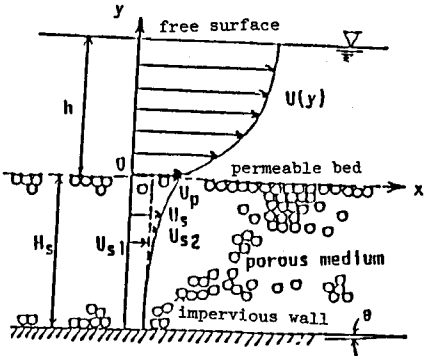


Fig-1 概念図

る Poisson 方程式が次のように得られる。

$$(\partial^2 p' / \partial x^2) + (\partial^2 p' / \partial y^2) = -(\rho / n)(\alpha_1 - \alpha_2)(\partial u_s / \partial x) \quad (7)$$

ここに、

$$\alpha_1 = n[(\nu / K) + (2C / \sqrt{K}) U_{s1}] = n(\nu / K)(1 + 2CR_K) \quad (8)$$

$$\alpha_2 = n[(\nu / K) + (C / \sqrt{K}) U_{s1}] = n(\nu / K)(1 + CR_K) \quad (9)$$

である。浸透層内の圧力変動の要因となる式(7)の右边について考えてみると、 α_1 、 α_2 は式(3)~(4)の擾乱流速に関する抵抗係数であり、浸透層の場の性質によって決定される。 $(\alpha_1 - \alpha_2)$ が大きいことは流体運動の空間的非一様性が大きいことを示し、抵抗則の非線型性が大きいほど流体運動の空間的なひずみも助長され、強い変動圧力を誘起させることを予想させる。また本論文では透水係数の異方性については論じていないが、これを考慮した場合、抵抗則の非線型効果とあいまって、浸透層内の変動圧力の要因となり得ることが式(7)より理解される。Fig-2に非線型抵抗係数 C をパラメタとして、 α_1 、 α_2 と透水係数 K との関係を示す。透水係数が大きくなるにつれて α_1 、 α_2 は小さくなり(流れ易い状況)、しかも $(\alpha_1 - \alpha_2)$ (斜線部)も同時に小さくなるため、場の性質のみから判断すると誘起される変動圧力は弱くなる。一方 C が大きくなると $(\alpha_1 - \alpha_2)$ も大きくなるため、非線型抵抗係数 C の増大は浸透層内の圧力変動に貢献することが理解される。

次に透水性境界面における表面流の変動圧力を

$$p'|_{y=0} = R_e \{ p_0 \exp[i(\kappa x + \omega t)] \} \quad (10)$$

ここに ω は角周波数、 κ は角波数、 $2p_0$ は振幅、 R_e は実数部分を示す。さらに

$$\frac{\partial p'}{\partial y} \Big|_{y=-H_s} = 0 \quad (11)$$

であるから式(7)から変動圧力の解が得られ、式(3)~式(4)から擾乱流速流速解が求められ、それぞれ次式のようになる^{2) 4)}

$$p'(y) = R_e \left\{ p_0 \frac{\cosh \beta \kappa (H_s + y)}{\cosh \beta \kappa H_s} \exp[i(\kappa x + \omega t)] \right\} \quad (12)$$

$$u_s(y) = R_e \left\{ -i \frac{n \kappa}{\alpha_1 + i \omega} \frac{p_0}{\rho} \frac{\cosh \beta \kappa (H_s + y)}{\cosh \beta \kappa H_s} \exp[i(\kappa x + \omega t)] \right\} \quad (13)$$

$$v_s(y) = R_e \left\{ -\frac{n \kappa}{(\alpha_1 + i \omega) \beta} \frac{p_0}{\rho} \frac{\sinh \beta \kappa (H_s + y)}{\cosh \beta \kappa H_s} \exp[i(\kappa x + \omega t)] \right\} \quad (14)$$

変動波の一周期についての平均を施すと、みかけ上の Reynolds 応力が次のように求められる。

$$-\frac{\overline{u_s(\eta) v_s(\eta)}}{u_*^2} = \frac{B_*^2 p_{0*}^2}{\Gamma^*(\omega_*)} \cdot f_{uv}(\eta) \quad (15)$$

但し、 $B_* \equiv (\kappa K u_* / \nu) / (1 + CR_K)$ 、 $\eta \equiv y / H_s$ 、 $\omega_* \equiv \omega / \alpha_2$ 、 $p_{0*} \equiv p_0 / \rho u_*^2$ 、 $r_{12} = \alpha_1 / \alpha_2$ 、 $\Gamma^*(\omega_*) \equiv \sqrt{(\omega_*^2 + 1)(\omega_*^2 + r_{12}^2)}$ であり、 β は複素数であり次式で定義される。

$$\beta^2 \equiv (\beta_r + i \beta_i)^2 = \frac{\alpha_2 + i \omega}{\alpha_1 + i \omega} \quad (16)$$

また $f_{uv}(\eta)$ は Reynolds 応力の damping function であり次式で与えられるものである。

$$f_{uv}(\eta) \equiv \frac{\beta_i \sinh[2\beta_r \kappa H_s(1 + \eta)] - \beta_r \sin[2\beta_i \kappa H_s(1 + \eta)]}{\cosh(2\beta_r \kappa H_s) + \cos(2\beta_i \kappa H_s)} \quad (17)$$

ここで透水性境界面に生ずる式(10)の圧力変動の浸透層内部への伝播を検討するため、式(12)を $H_s \rightarrow \infty$ とすれ

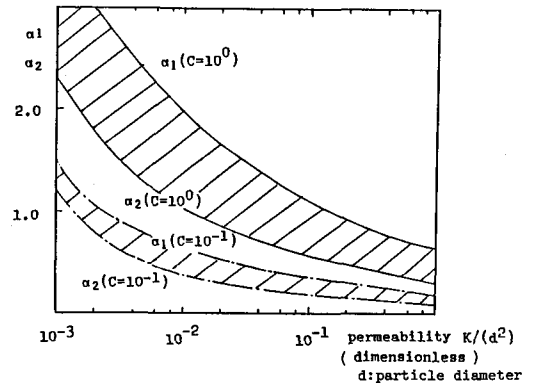


Fig-2 抵抗係数 α_1 、 α_2 に及ぼす透水係数の影響

ば、圧力変動は次式のように近似される。

$$p''(y) = p_0 \exp(\beta_r \kappa y) \cdot \cos \beta_i \kappa y \quad (18)$$

すなわち変動圧力は減衰率 $\beta_r \kappa$ をもち、浸透層厚方向に減衰振動を行いながら伝播する。同様に $H_s \rightarrow \infty$ の条件下で式(15)は、

$$-\frac{u_s v_s}{u_*^2} = \frac{B_*^2 p_0}{\Gamma^*(\omega_*)} \cdot \beta_i \exp[2\beta_r \kappa y] \quad (19)$$

と近似される。式(19)によると、 $\beta_r \kappa$ は変動圧力の伝播や Reynolds 応力の誘起にとって重要な役割をもっており、 β_r が小さく、 β_i が大きいほど Reynolds 応力による鉛直方向の活発な運動量交換が期待されることがわかる。 β は式(16)から理解されるように、抵抗則の非線型性に起因するもので、透水性境界面での変動圧力の角周波数 ω と浸透場の構造 (K, C, n) から決定される。Fig-4 は、透水係数 K をパラメタとして ω に対する β_r, β_i の変化を示したものである。 ω が大きくなると、すなわち高角周波数の場合、透水係数にかかわらず $\beta_r \rightarrow 1, \beta_i \rightarrow 0$ となって Reynolds 応力は出現しにくくなる。一方、 ω が低角周波数領域の場合、 β_r は透水係数に応じて一定値をとり、この値は透水係数が多いほど小さく、さらに β_i は高・低角周波数いずれの領域においても 0 に収束する。また β_i のピーク値は透水係数が多いほど大きく、低周波数寄りに出現する。次に Fig-5 は C をパラメタとして ω に対する β_r, β_i の変化を示したものであり、 C の値が大きいほど β_r は小さく、与えられた変動圧力に対し damping の小さな浸透性構造となることがわかる。一方 β_i のピーク値は C が大きくなるほど高角周波数寄りに出現するため、Fig-4 と併せて考えると、 K や C の大きな浸透層では中間角周波数領域 ($\omega = 10^{-1} \sim 10^0$ 程度) の変動圧力が Reynolds 応力の誘起に最も貢献することが予想される。また K や C の大きな浸透層ほど有意な Reynolds 応力に貢献する β_r, β_i の範囲が広がることも同図より理解される。

3. 浸透層内流速分布と流量評価

浸透層内の非擾乱流速は式(6)から評価されるが、この場合鉛直方向の運動量フラックスは存在せず、流速分布も一様であるため表面流速分布との接続に著しい不連続を生じさせることになる。しかし実際は表面流の存在により透水性境界面近傍の浸透流はかなり

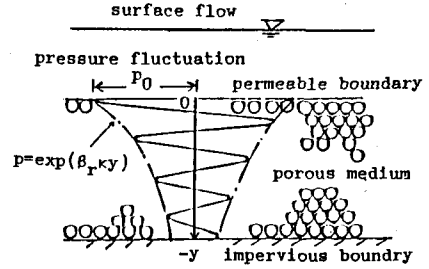


Fig-3 透水性境界面変動圧力の浸透層内部への伝播

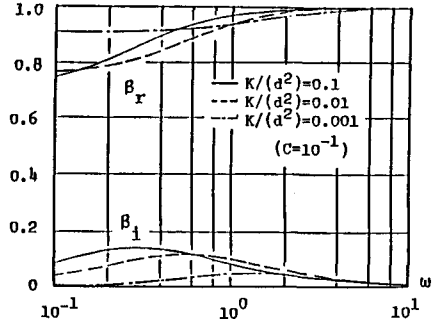


Fig-4 ω に対する $\beta (\beta_r, \beta_i)$ の変化 (K をパラメタ)

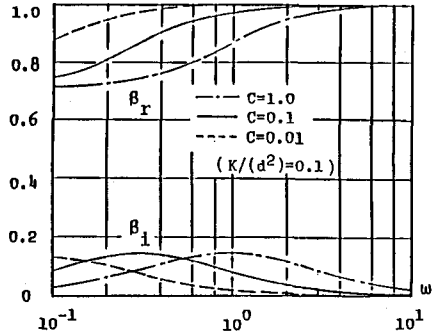


Fig-5 ω に対する $\beta (\beta_r, \beta_i)$ の変化 (C をパラメタ)

Dimensionless Reynolds Stress

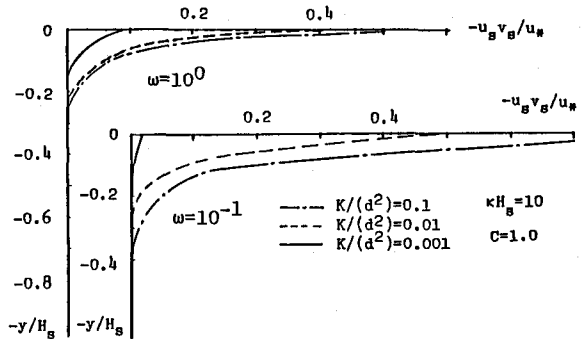


Fig-6 浸透層内のみかけの Reynolds 応力

Couette的な流れとなっており、なめらかな表面流との接続を行うために生じる速度勾配をもつ流速分布を形成する。これが前項で述べたみかけ上の Reynolds 応力の働きによるものである。すなわちこの Reynolds 応力による運動量混合によって生じた流速成分（ここでは誘導流速成分と呼ぶ）を $U_{s2}(y)$ で表わし、みかけの Reynolds 応力と速度勾配の間に混合距離モデルが適用されるものと考えたと次式を得る。

$$\overline{\rho u_s v_s} = \rho l_p^2 \left(\frac{dU_{s2}}{dy} \right)^2 \quad (20)$$

混合距離 l_p は浸透層内の流体塊の運動がその空隙スケールに拘束されるものとして $l_p = \alpha_0 \sqrt{K}$ で与え、これを式(20)へ代入し、先に求めた Reynolds 応力の表現として式(15)を用いると、次のような指数型流速分布が決定される。

$$U_{s2}^+(y) = \frac{D_* p_0 \sqrt{\beta_i}}{\alpha_0 \beta_r \sqrt{F^*(\omega_*)}} \exp(\kappa \beta_r y) [1 - \exp\{-\kappa \beta_r (y + H_s)\}] \quad (21)$$

但し境界条件としては、 $y = -H_s \rightarrow -\infty$ で $U_{s2}^+ \rightarrow 0$ とした。なお $U_{s2}^+(y) \equiv U_{s2}(y)/u_*$ 、 $D_* \equiv (\sqrt{K} u_*/\nu)/(1 + CR_K)$ である。 CR_K の十分大きな浸透層内の流速分布は圧力変動の無次元角周波数 ω_* ($\equiv \omega/\alpha_2$) 及び無次元角波数 κH_s のみの関数となり、これらをパラメタとして流速分布を描いたものが、Fig-7 である。 CR_K が十分大きい場合、 ω_* がほぼ 10^0 オーダーの変動圧力に対し、強い変動流速が誘導され、同時に slip velocity も大きくなっている。また κH_s が小さいとき誘導流速は小さいが浸透層深部まで生じるのに対し、 κH_s が大きくなると透水性境界面近傍の誘導流速は大きくなるが、減衰性が激しく、深部での誘導流速はきわめて小さくなる。

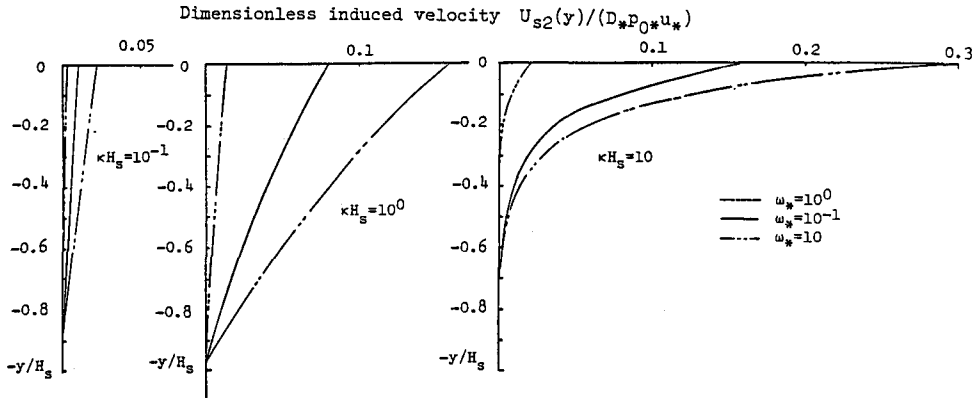


Fig-7 浸透層内流速分布

式(21)を $y = 0 \sim -H_s$ まで積分すると誘導流速 $U_{s2}(y)$ による無次元流量 $q_{s2}^+ (= q_{s2}/u_* H_s)$ は次のようになる。

$$q_{s2}^+(y) = K_q \left[\frac{1}{\kappa \beta_r} - \left(\frac{1}{\kappa \beta_r} + H_s \right) \exp(-\kappa \beta_r H_s) \right] \quad (22)$$

但し $K_q \equiv D_* p_0 \sqrt{\beta_i}/(\alpha_0 \beta_r \sqrt{F^*(\omega_*)})$ である。一方非擾乱流速 U_{s1} による無次元流量 $q_{s1}^+ (= q_{s1}/u_* H_s)$ は、

$$q_{s1}^+ = \left(\frac{R_K \nu}{\sqrt{K}} \right) \left(\frac{1}{u_*} \right) \quad (23)$$

である。以上で表面流が存在する場合の浸透流流量の算定が可能となり、計算のフローを Fig-8 にまとめる。すなわち、表面流の条件である流量 Q 、エネルギー勾配 I_e 、また p_0 、 ω 、 κ などの圧力変動特性が表面流に対応して決定されるとすると、これらと場の条件 (K 、 C 、 n 、 H_s) が与えられれば、浸透流流量が評価される。このうち、変動圧力の特性値については透水性境界面上の表面流乱流構造の評価が必要であるが、これについての知見が充分でなく、ここでは不透水境界面上の粗面乱流場における従来の知識のもとに検討をすすめる。

る。Corcos, Willmarthら⁵⁾⁶⁾は圧力変動が壁面せん断応力 τ_0 に比例することを指摘し、その比例定数は滑面に比し1.2~1.4倍程度になることを実験的に見い出しており、これにもとづいて $p_0 \doteq 2.5 \tau_0$ 程度を仮定する。次に圧力変動の時間スケール T は表面流のEuler的時間スケール T_E ($\sim 0.4 h/U_m^4$)、 U_m :表面流の平均流速)を援用することにして、 ω 及び κ を決定する。 $(\omega = 2\pi/T_E, \kappa = 2\pi/T_E U_m)$ 。Fig-9は透水係数 $K = 10^{-3}$ の浸透層を想定し、浸透層厚 H_s で無次元化した表面流水深 h に対する無次元浸透流量 $(= (q_{s1} + q_{s2})/q_{s1})$ の変化を C をパラメタとして示したものである。表面流水深 h が小さいときは表面流によって誘導される流量分 q_{s2} は少ないが、 h の増加につれて指数関数的に増大する。またその増加率は非線型な抵抗係数 C によって規定されており、 C が大きいほど表面流からの運動量のとり込みが活発となり、その結果、浸透流流量も大きくなることわかる。

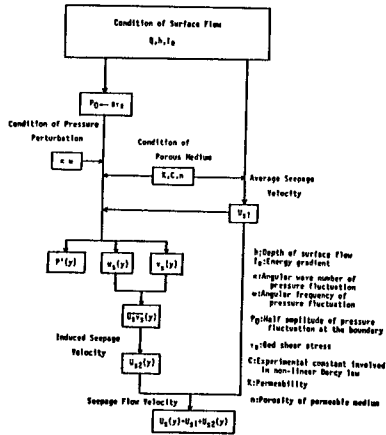


Fig-8 解析の流れ

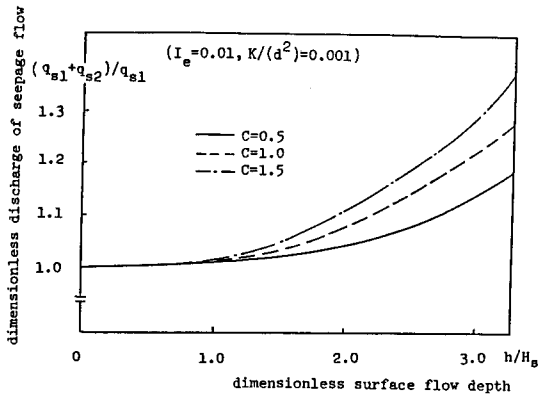


Fig-9 表面流水深に対する浸透流流量の変化

4. 実験的検討

浸透層内の流れ特性を調べるため、ガラスビー玉(直径1.25 cm)を5層積み上げた浸透層をもつ水路(全長8 m, 水路幅30 cm)を用いて実験を行った。ビー玉の配列は tetragonal-sphnoidalであり、空隙率 $n = 0.39$, 透水係数 $K = 4.30 \times 10^{-3} \text{ cm}^2$, 非線型抵抗係数 $C = 1.86$ 程度である。また実験条件は勾配(1/100), ケースAが水深2.96 cm, ケースBが水深4.54 cmである。浸透層内流速分布を測定するため、浸透層内に注射針より塩水を放出し、これと同じ高さに設置された2本の電導率計A, Bによって塩水のピーク濃度の出力をとらえ、そのピークの遅れ時間の差から平均流速を算出した。Fig-11に実験より得られた流速分布の例を示す。また実線は実験値に適合するように式(21)から流速分布を決定したものである。透水性境界面に働く変動圧力の測定を行っていないため、この場合の ω や κ の適切な見積りができないが、ケースAでは $\kappa h =$

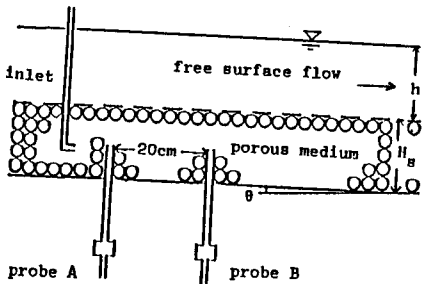


Fig-10 実験装置

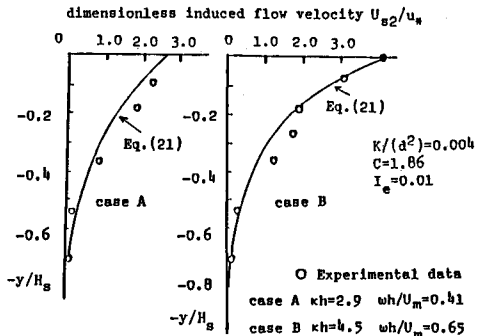


Fig-11 浸透層内流速分布(実験値との対応)

2.9, $\omega h/U_m = 0.41$, ケース B では $\kappa h = 4.5$, $\omega h/U_m = 0.65$ 程度の値を仮定すれば理論流速分布は実験値をかなり良く説明できる。

5. あとがき

疎な構造をもつ浸透場においては透水係数 K が大きく、そのため比較的ゆるい動水勾配をもつ浸透場においても浸透流流速の非 Darcy 化が進み、流出流量の増大が予想される。しかも表面流をとみなせば、流れ抵抗の非線型性 (C の存在) により誘導流速が出現し、流出流量の増大は助長される。このような疎な浸透場の性質を代表する透水係数 K と非線型な抵抗係数 C については Arbbabhirama⁷⁾ による実験データにもとづいた次元解析的な考察がなされており、 C は K , n , D_m (中央粒径) の関数として評価されている。また透水係数については Carman-Kozeny 方程式にもとづく考察や実験データの整理から検討されており、透水係数は n や D_m , さらに粒度分布の広がり支配されるものと考えられる。透水係数 K や非線型効果を示す抵抗係数 C は浸透層の幾何学的な条件から一意的に決定される可能性があり、今後さらに検討を進めてゆきたい。

また透水性境界面に作用する圧力変動においては、浸透流を伴わない通常の粗面乱流を仮定したため、 $\omega = 10^1 \sim 10^2$ 程度となり、このときの β (β_r , β_i) は Fig.4 からわかるように小さく、誘導流速は比較的小さくなる。しかし実験から得られた流速分布を説明するには、 ω がより低角周波数領域に入ることによって誘導流速を大きくしなければならないため、透水性境界面上の圧力変動特性の適切な見積りが必要である。また中間流流出を伴うような山腹斜面上の表面流は地形の凹凸や草木等の存在により種々な様式の圧力変動が存在すると考えられ、それによって強い誘導流速が促される可能性もある。今後は圧力変動の評価とともに、種々の水理条件について系統的に実験を行い、結果のみならず過程も含めて検討を進めてゆきたい。

本研究の遂行に当って、昭和 60 年度文部省科学研究費一般研究 (B) 「水流と流砂の相互作用に関する研究」 (代表: 中川博次) の補助を受けた。

参 考 文 献

- 1) 辻本・中川: 移動床流れにおける浸透流の存在の意義, 第 29 回水理講演会論文集, 1985
- 2) Chu and Gelhar: Turbulent pipe flow with granular permeable boundaries, Report Ralph Parson's Laboratory, M. I. T., No. 148, 1972
- 3) Ward: Turbulent flow in porous media. Proc. ASCE, vol. 90 HY5, 1964
- 4) 中川・彌津: 透水性開水路乱流場における主流と浸透流の相互作用, 土木学会論文報告集, 第 244 号, 1975
- 5) Corcos: The structure of turbulent pressure field in boundary layer flows, J. F. M vol. 18, 1964
- 6) Willmarth and Wooldridge: Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent boundary layer, J. F. M., 1962
- 7) Arbbabhirama and Dinoy: Friction factor and Reynolds number in porous media flow, Proc. ASCE, HY6, 1973