

Fingering現象の発達メカニズムにおける不飽和土壌特性の役割

Roles of Unsaturated Soil Properties on the Mechanism of Fingering

東京工業大学工学部 正員 日野 幹雄

東京工業大学工学部 正員 ○ 灘岡 和夫

東京工業大学大学院 学生員 佐藤 昭人

1. 序論

1.1 Fingering現象に関するこれまでの研究

普段の生活の中で良く見い出され、一般の人々が不思議とも何んとも思っていない現象で、後に学問の世界で面白い現象として取り上げられる現象がかなり多くある。電線からの雨垂れがある間隔に並ぶこと、昔から漁師には知られていた離岸流や沿岸流、乾き切った土よりも湿り気のある土の方が雨を良く浸透させること等々挙げ出すと切りがないであろう。この論文で取り上げようとする浸透する雨水の fingering 現象もその一つである。

この fingering 現象が学問の対象として取り上げられたのは、手元に集めた文献で見限る限り、比較的新しい。浸透の不安定性に注目したものとしては、Miller & Gardener¹⁾(1962)やPeck²⁾(1965)の研究があるが、fingeringを正式に不飽和土壌中の現象として論じたのは、Philip³⁾(1972)が最初のものである。その後Green-Amptモデルを用いた浸潤前線(wetting front)に関する安定理論が、Raats⁴⁾(1973)と、Philip⁵⁾(1975 a, b)により提出された。彼らは fingering の原因を front における鉛直浸透方向への圧力勾配の変化(流れに逆行方向)と考えた。一方、実験的研究としてはWhite, Colombero, Philip⁶⁾(1976, 1977)の、Philipの圧力勾配逆転説を実証するHele-Shawモデル実験がある。そこでは、上槽よりシリコン油やグリセリンを細い間隙中を流下させ、間隙下方に閉じ込められた空気を圧縮する方法が用いられている。また、彼らはHele-Shawモデルの間隙を鉛直浸透方向に増加させ、透水係数の非均一場を模擬して同じく fingering が起こることを示した。なお、土としては粗砂と細砂による実験を試みているが、前者では fingering が現われたものの後者の場合には fingering が見られなかったこと、そしてそれは、Green-Amptモデルで仮定したフロントでの鋭い水分変化がないためであろうと推論をしている。

一方、著者ら(田所・日野・山田,⁷⁾1980)は、25×28×70 cmの箱に乾いた砂を詰め、砂中の空気が容器の下面より自由に抜けるようにして降雨実験を行ない、fingering が起こることを示した。また、fingering は降雨強度が弱い時に顕著であることを明らかにした。

この fingering 現象は、最近再び注目され始めている。例えば、Diment, Watson, Blennerhassett⁸⁾(1982), Diment & Watson⁹⁾(1983)は、Green-Amptモデルを用いず、不飽和特性を考慮した安定解析を行ない、水分量したがってcapillary potentialが一様分布の場合については、wetting frontは常に安定であることを理論的に示した。またDiment & Watson¹⁰⁾(1985)は実験による検証を行なっている。また、玉井、浅枝、塚原¹¹⁾(1985)及び細川、阿部¹²⁾(1985)は、Hele-Shawモデルによる実験や解析を行なっている。

1.2 従来の研究結果

以下に、従来の fingering に関する研究を分類的にまとめ、二、三の検討を行なう。

a) Green-Ampt 仮定による解析

浸潤前線がシャープであると仮定して、Green-Amptモデルによる理論を用いた安定解析により、fingering現象を把握している。

b) Hele-Shawモデルによる実験

上のGreen-Ampt仮定に対する実験的検証は、Hele-Shawモデルを用いて行なわれている。

c) ゆるやかに水分量の変化する浸潤前線を有する不飽和浸透

不飽和浸透における拡散効果を考慮した水分量が鉛直方向にゆるやかに変化する場合は浸潤前線の安定解析の基礎方程式は、Diment, Watson, Blennerhassett (1982)により導かれ、特別な初期水分量分布の場合について解析解および基礎常微分方程式の固有値問題の数値解が得られている。しかし、検討されたいずれの場合についても、浸潤前線の不安定は認められなかった。Miller-Gardener (1962)は、細砂から粗砂への浸透過程で fingering 現象の起こることを示し、Hill & Parlange¹³⁾ (1972)は細砂層から粗砂層への浸透の際の fingering についてより詳細な実験を行なっている。これに対し、Peck (1965)は浸透過程で閉じ込められた空気圧による不安定について述べている。Diment & Watson (1985)は、乾燥もしくはほぼ乾燥状態の粗砂の場合の降雨停止後の水分量の再配分について実験を行ない、浸潤前線は本来不安定であるが、初期水分量がこれに対する強い damping 作用をもつことを示した。

こうしてみると、一様な性質の土壌中の自然な初期水分量分布の場合に関しては、理論解析もまた実験的検討も行なわれておらず、Diment & Watson (1985)の実験や数値解析からすれば、finger の発生は否定的に思われる。すなわち、自然な初期水分量の分布も細かい土粒子組成もともに水分の拡散効果を高め、局所的な水分量の増加（もしくは減少）により生じる浸透速度の局所的増加（もしくは減速）を打ち消してしまうように思われる。事実、我々の所で行なった数値実験（尾高、修士研究）では、与えた浸潤前線の水平方向の擾乱は発達せず消滅してしまった。

1.3 Philip 説批判

Philipを代表者とする従来の fingering 理論では、fingering の要因を鉛直方向に逆方向に作用する圧力勾配と做している。これは、nonsharp な浸潤前線を考慮した Diment, Watson, Blennerhassett の不飽和理論による取り扱いでも同様であって、彼らは降雨が停止したのちの土壌中の水分量の再配分過程では、圧力勾配が逆転するために、fingering が生じるであろうとしている。もっとも数値解による理論解では不安定は発生しなかったけれども。また White, Colombero, Philip の理論や実験では、透水係数が場所的に下方に向かって増加する場合も fingering が発生すると考えた。これも圧力勾配が流れに逆行する方向に分布するからであるとしている。

いずれの説も、逆圧力勾配を主要因と考えており、我々がここで示すように、濡れることにより透水係数が増大し、一方これを打ち消すように圧力勾配は減少するが、結果としてある水分量領域では水分量 flux $q = K \frac{\partial \phi}{\partial z}$ の増加の効果があることには無関心のように見える。

1.4 実験批判

これまで行なわれた fingering の実験では、2つの欠点を挙げるができる。それは、一つには sharp な浸潤前線を仮定して多くの場合特に定量的な結果を求める実験では、単純に Hele-Shaw モデルによる置き換えを行なっていることであり、他の一つは、（前出未発表の尾高のものを除いて）流れの層流から乱流への遷移の実験の常道手段である特定波長の微小擾乱を人為的に与えて、それが成長するか消滅するかを観るのではなく、単に一様な降雨を与え、もっぱら自然遷移を観察していることである。

1.5 田所、日野、山田 (1980) の研究

本研究は、田所、日野、山田の研究を引き継ぐものであるので、この研究結果について簡単にまとめておく。断面 25×28 cm の砂タンクの中に絶乾状態の豊浦標準砂を詰めた高さ 70 cm の砂層を作り、その上部から、 $R = 57, 80, 130, 154, 204$ mm/hr の 5 通りの強度の人工降雨を与えた実験を行なった。実験の結果、降雨強度 130 mm/hr 以上の降雨においては、fingering 現象が見られなかったが、強度の小さい $R = 57, 80$ mm/hr の降雨において顕著な fingering 現象が起こることを報告している。

2. Fingering の数値実験

2.1 計算手法

上にも述べたように、降雨の浸透過程における不均一浸透、すなわち fingering 現象は良く知られた現象である。我々は、この現象が土壌水分の不飽和度による浸透能の変化によると考えているので、本研究では数

値計算により、不飽和土壌における fingering 現象の発生・発達メカニズムを把握することにした。不飽和土壌内における雨水浸透の基礎方程式としては、Richard's の不飽和浸透方程式を用いる。現象を二次元として均質で等方的な不飽和土壌における Richard's の不飽和浸透方程式は次のように表わされる。（実際の現象は、田所・日野・山田（1980）が示したように三次元的なカラムとして発達する。）

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} K(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 \right) \quad (1)$$

ここに、 ψ ：圧力水頭、 $K(\psi)$ ：不飽和透水係数、 $C(\psi)$ ：比水分容量 ($C(\psi) = \partial \theta / \partial \psi$)。

非線形方程式 (1) を解く際、ここでは implicit な中心差分化を行っている。この差分のメッシュとしてはここでは深さ方向に 21 メッシュ、水平方向に 26 メッシュに分割している。

境界条件としては、降雨強度は土壌の浸透能を越えないこと、下端では地下水面が存在すること、両側面は不浸透であることを仮定する。すなわち、

$$R = -K(\psi) (\partial \psi / \partial z - 1) \quad \text{at } z = 0 \text{ cm} \quad (2)$$

$$\psi = 0 \quad \text{at } z = 40 \text{ cm} \quad (3)$$

$$0 = -K(\psi) \cdot \partial \psi / \partial x \quad \text{at } x = 0, L \text{ cm} \quad (4)$$

で表わされる。

2.2 初期条件および土壌特性

初期状態として、式 (3) に示されているように最下端に地下水面を持った水理的平衡状態 ($\psi - Z = \text{一定}$) にある土壌上部に、図 1 に示すような圧力水頭の擾乱を与えている。この擾乱の振幅は、鉛直方向には最上端で最大であり、深さ 10 cm で零となるようなガウス分布の形をとり、水平方向には 2 波長の余弦曲線の形をとっている。最上端での圧力水頭の最大値と最小値はそれぞれ -40 ± 2 cm としている。

ここで、解析対象土壌の不飽和土壌特性を示す。土壌物理条件式として、谷¹⁴⁾(1982) が提案した式 (5)、(6) を用いている。

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \cdot (\psi / \psi_0 + 1) \cdot \exp(-\psi / \psi_0) + \theta_r \quad (5)$$

$$K = K_s \cdot \left\{ (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r) \right\}^\beta \quad (6)$$

ここに、 θ ：飽和体積含水率、 θ_r ：最小体積含水率、 ψ_0 ：比水分量が最大値を与える圧力水頭、 K_s ：飽和透水係数、 β ：定数。

上の土壌物理条件式に含まれている不飽和土壌特性パラメータとして、表層数十 cm の比較的透水性の良い関東ローム土を想定した値を使っている。図 2 (a)(b) には、それぞれ計算に使用した圧力水頭と水分量の関係が示されている。これらの図のように、本計算では、湿潤・乾燥過程における不飽和土壌特性のヒステリシス効果は特に考慮していない。

3. 計算結果

3.1 擾乱の波長による効果

計算は、suction ψ について式 (1) を解いた。結果は ψ のままでなく流量フラックス $q = K \cdot (\partial \psi / \partial z)$ の形で整理した (fingering 現象を扱う場合通常水分量 $\theta(x, z)$ で表わす)。というのは、非常に乾燥した状態

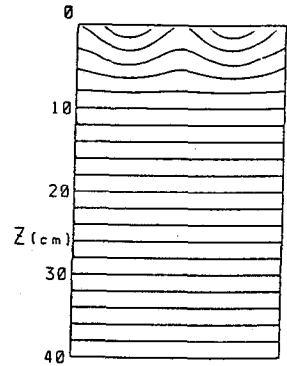


図 1 初期擾乱の ψ 分布

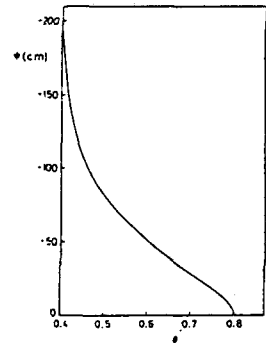


図 2 (a) $\psi \sim \theta$ 曲線

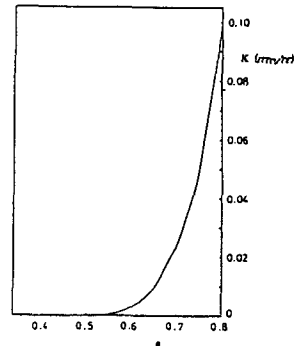


図 2 (b) $K \sim \theta$ 曲線

では水分量の増大は明確であるが、この計算のように不飽和度の低い湿った領域では、はっきりした湿潤フロントを形成していないことから、擾乱の発達は水分量で示すよりは流量で表現する方が妥当であると思われたからである。

図3(a)(b)には、先程の不飽和土壌特性を有する深さ40cmの対象土壌において、強度12mm/hrの降雨を一樣に与え続けた時の、4分おきの降雨強度の半分の等流量flux線(流量 $q=0.01\text{ cm/min}$)を示している。case(a)(b)はそれぞれ、波長が50cm及び150cmの擾乱を与えている。式(1)からもわかるように、不飽和土壌内の雨水浸透は、 $\frac{\partial}{\partial x} (K \frac{\partial \psi}{\partial x})$ 及び $\frac{\partial}{\partial z} (K \frac{\partial \psi}{\partial z})$ による拡散項と、 $\frac{\partial K}{\partial z}$ による移流項の和で表わされる移流拡散現象となっている。波長の短い case (a)では、横方向の拡散効果が強く、次第に水分量 flux 線の水平方向の変動が一樣になっていくが、波長の長い case (b)では、横方向の拡散係数よりも、透水係数増大による下方への移流効果が大きいため、初期の擾乱が増大していくのがわかる。なお、図に示した等流量 flux 線と異なる等流量 flux 線(例えば、 $q=0.015\text{ cm/min}$, 0.005 cm/min)についても同様な結果が得られている。

図4には、波長がそれぞれ50cm, 100cm, 250cm の場合について先ほどの図1における同時刻の峰から谷までの長さすなわち、finger 振幅の時間変化を示したものである。波長100cm及び250cmにおいて、30分以後特に finger 振幅が顕著になるという特徴を有するのは、図2からもわかるように、土壌上部に比べ下部では水分量が多く、 $K \sim \theta$ 曲線の勾配が急になり、透水係数の水分量依存性が大きくなるためである。

ここで降雨開始から28分までと、finger の発達が特に顕著な28分から40分について、図4に示されているような finger 振幅の時間変化を $H = H_0 e^{\sigma t}$ で近似し、成長率 σ を求めてみた。図5(a)(b)には、波長と28分までの成長率 σ 及び28分から40分までの成長率 σ の関係が示されている。これらの図より、**波長が長くなる程成長率が大きくなる**ことがわかる。このことは、数値計算により波長の長い時に finger が発達するケースが起こり得ると指摘したDiment と Watson (1983)の結果とも一致している。また図5(a)(b)

を比較すると、時間的にも成長率が変化している、すなわちより下方に浸透するに従い成長率が大きくなっていくことがわかる。これは、前述したように、不飽和土壌の特徴であり、より下方に浸透していく程、 $\psi \sim \theta$ 及び $K \sim \theta$ 関係の非線形性が増大し、より成長率を大きくしていくと思われる。

3.2 降雨強度による効果

降雨強度が小さくなると、fingering 現象が起こり得ることを先ほどの田所、日野、山田(1980)の実験は示している。このような降雨強度による効果を

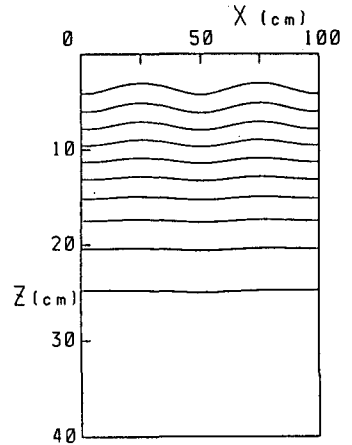


図3(a) 波長50cmのケース

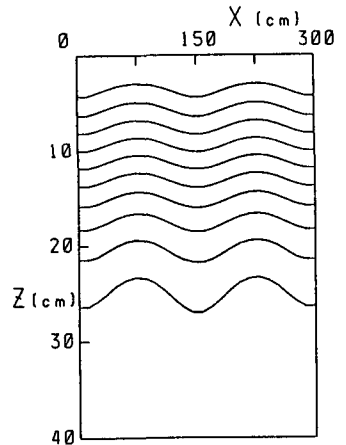


図3(b) 波長150cmのケース

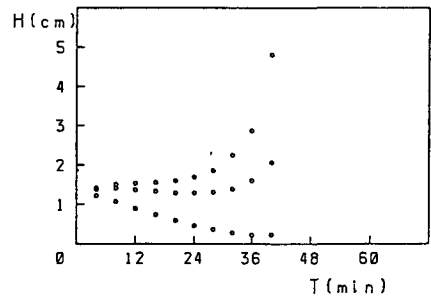


図4 finger 振幅の時間変化

把握するため、降雨強度を変えて計算を行なった。図6(a)(b)は、それぞれ強度24mm/hr及び48mm/hrの降雨を一様に与え続けた時の、2分おき及び1分おきの等流量 flux 線（流量 $q = 0.01 \text{ cm/min}$ ）を示している。これらの図からも明らかなように、降雨強度が小さい程、fingering 現象が起りやすいことがわかる。これは、降雨強度が小さい程、その降雨を浸透させるための圧力勾配はより小さく、そのため同量の降雨量が与えられた場合、圧力プロファイルがよりなめらかになり、その結果 $K \sim \theta$ 及び $\psi \sim \theta$ 関係の非線形効果をより強く受け、fingering 現象が発達しやすくなっていると思われる。また本論文には図として載せてないが、より小さい流量 flux 線に関して図示した方が fingering 現象が明確に現われ、そのことも降雨強度による効果と同様なメカニズムによるものと考えられる。

次に不飽和土壌特性の一つである飽和透水係数 K_s を変えて計算を行なった。というのは、一定のある飽和透水係数のもとでは降雨強度が小さい程、fingering 現象が顕著であるから、逆に降雨強度を一定とした場合、飽和透水係数が大きい程同様な効果が得られるのではないと考えたからである。図7は、砂モデルを想定した先ほどより1オーダー高い飽和透水係数600mm/hrを持つものの他の土壌物理条件は同じである土壌に対して強度12mm/hrの降雨を一様に与え続けた時の30秒おきの等流量 flux 線（流量 $q = 0.01 \text{ cm/min}$ ）を示している。この図から明らかなように同じ降雨強度に対しても、飽和透水係数が高い土壌程より $K \sim \theta$ 及び $\psi \sim \theta$ 関係の非線形効果を強く受け fingering 現象が発達しやすくなっていることがわかる。

3.3 降雨停止による効果

次に降雨を途中で止め、その後の浸透の影響を検討した。図8(a)(b)は、強度24mm/hrの降雨をそれぞれ4分および2分与えた時の2分おきの等流量 flux 線（流量 $q = 0.001 \text{ cm/min}$ ）を示している。図8(a)において、降雨停止後（2本目の等流量フラックス線以後）、峰の部分の浸透速度は遅くなるが谷の部分では、浸透速度は速くなるため、finger 振幅はより大きくなっていくのがわかる。これは主に降雨

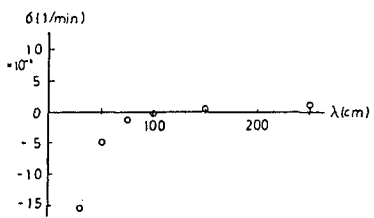


図5(a) 28分までの発達率と波長の関係

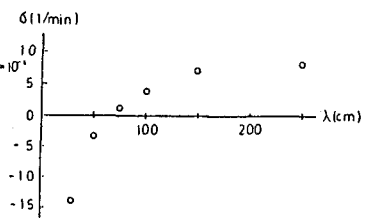


図5(b) 28分から40分までの発達率と波長の関係

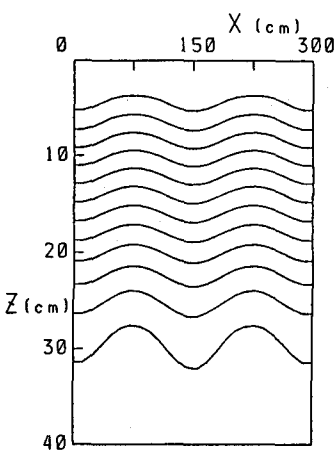


図6(a) 降雨強度24mm/hrのケース

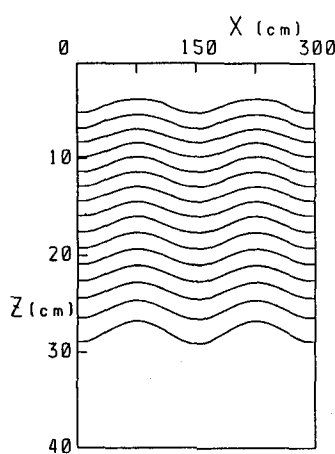


図6(b) 降雨強度48mm/hrのケース

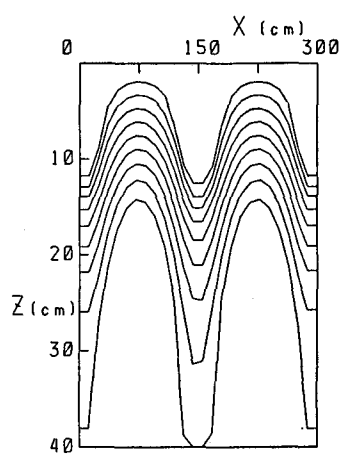


図7 飽和透水係数600mm/hrのケース

を停止した地点での峰と谷を持つその地点の拡散係数の違いによるものと思われる。すなわち、降雨停止時において、不飽和土壌特性からわかるように、土壌層上部にある峰の部分での拡散係数は小さく浸透しにくくなっているのに比べ、より土壌層下部にある谷の部分は浸透がしやすくなっており、そのためより fingering 現象が発達しやすい方向に働くと思われる。また図 8 (b) の降雨継続時間が短い場合、その効果がより顕著に現われているのがわかる。また峰の部分では、圧力勾配がよりなめらかになり等流量 flux 線が後

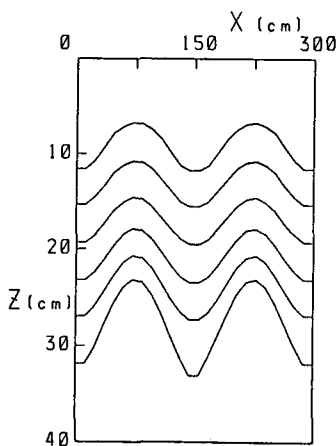


図 8 (a) 降雨継続時間 4 分のケース

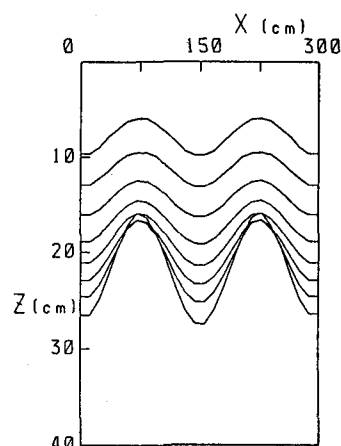


図 8 (b) 降雨継続時間 2 分のケース

退しているため、より一層 finger 振幅は長くなっている。これは、降雨量が少ないため、圧力勾配が早くならされより非線形効果の影響を強く受けるためと思われる。すなわち、降雨停止にともない浸透と逆の圧力勾配が起ると、勾配の崩れが速やかに起こり、その擾乱の地点の $K \sim \theta$ 及び $\psi \sim \theta$ 関係の非線形効果に強く影響を受け、しかも降雨継続時間が短いもの程その影響が顕著となり、fingering 現象が発達すると考えられる。

3.4 水分量変化に対する不飽和特性が一様化する効果

土壌水分量が鉛直方向にもほぼ一定（乾燥している場合として）の条件で、透水係数を高くし砂のモデルに合わせ、なおかつ降雨を途中で止めて行なった計算では、波長 $\lambda = 150$ cm でも、降雨停止後安定していた。これは、深さの方向の場所的透水係数の差がほとんどないためであり、このことは、Diment と Watson (1983) の結果と一致している。

【謝辞】 本研究は昭和 60 年度文部省科学研究費総合研究 (A) 「流出現象の物理機構に関する研究」 (代表者：高棹琢馬) の補助により行なわれたことを付記し、感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Miller, D. E. ・ W. H. Gardner : Soil Sci., Vol. 26, pp 115-119, 1962.
- 2) Peck, A. J. : Soil Sci., Vol. 100, pp 44-51, 1965.
- 3) Philip, J. R. : Soil Sci., Vol. 113, pp 294-300, 1972.
- 4) Raats, P. A. C. : Soil Sci., Vol. 36, pp 681-685, 1973.
- 5) Philip, J. R. : Soil Sci., Vol. 39, pp 1042-1053, 1975 a ・ b.
- 6) White, I. ・ P. M. Colombero ・ J. R. Philip : Soil Sci., Vol. 41, pp 483-489, 1977
- 7) 田所・日野・山田：第 35 回年次講演会概要集, pp 568-569, 1980
- 8) Diment, G. A. ・ K. K. Watson ・ P. J. Blennerhassett : Water Resour. Res., Vol. 18, 1982
- 9) Diment, G. A. ・ K. K. Watson : Water Resour. Res., Vol. 19, pp 1002-1010, 1983
- 10) Diment, G. A. ・ K. K. Watson : Water Resour. Res., Vol. 21, pp 979-984, 1985
- 11) 玉井・浅枝・塚原：第 40 回年次講演会概要集, pp 169-170, 1985
- 12) 細川・阿部：第 40 回年次講演会概要集, pp 171-172, 1985
- 13) Hill, D. E. ・ W. H. Gardner : Soil Sci., Vol 36, pp 697-702, 1972
- 14) 谷 誠：日林誌, 64(11), pp 409-418, 1982