

変形FLIC法による亀裂性岩盤内の熱・物質拡散解析

Analysis of heat and pollutant diffusions by means of the modified Fluid in Cell (FLIC) method in fractured rock models

(株)熊谷組(埼玉大学研究生) 正員 ○伊藤 洋
 埼玉大学工学部 正員 佐藤 邦明
 (株)熊谷組 正員 清水 昭男

はじめに

最近、岩盤地下空洞を利用して燃料を地下貯蔵したり、放射性廃棄物を地下処分しようという今後の問題が注目されている。これらに係る現象の中で空洞や構造物周辺の地下水理、伝熱、物質拡散は支配的に大切な研究課題となってくるが、今日十分に研究が進んでいるわけではないので、亀裂系岩盤における熱・物質分散・拡散現象を基礎的に理解するためには、空間構造をもつ流れの場での伝熱・拡散をいかにモデル化し、解析・評価するか足掛りを得たい所である。

本研究では、こういった場での伝熱および移流分散方程式の解法に変形FLIC法を適用し、亀裂を有する岩盤内の熱・物質拡散現象の基本的メカニズムをBarenblattらの二重空隙概念を用いて理論的に明らかにしようとしたものである。新しいいくつかの成果を得たのでここに報告する。

1. 基礎式と変形FLIC法¹⁾

初めに本論の解析に用いられる基礎式を示すと、岩盤が二重空隙構造をもつか否かは別として飽和浸透流の基礎式は次式(1)で与えられ、浸透流の場における放射性核種の反応、減衰、吸収を伴う拡散方程式は式(2)で表される。また、同じく浸透流場における伝熱方程式は式(3)で与えられることになる。²⁾

$$\text{div}(k \cdot \text{grad } h) = 0 \quad \text{: 浸透流, (1)}$$

$$\left(1 + \frac{1-n}{n} \rho K_{ad}\right) \frac{\partial C}{\partial t} + \text{div}(CV) = \text{div}(D \cdot \text{grad } C) - \left(\lambda + \frac{1-n}{n} \rho K_{ab}\right) C \quad \text{: 核種輸送, (2)}$$

$$(\rho c) \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}[(\rho c)_f VT] = \text{div}(\kappa \cdot \text{grad } T) \quad \text{: 熱輸送, (3)}$$

ここで、 k : 透水係数、 h : ピエゾ水頭、 n : 岩盤の空隙率、 ρ : 岩盤を構成する固相の密度、 C : 液相における核種濃度、 K_{ad} : 核種の吸着係数、 V : 浸透移流速度ベクトル、 D : 拡散係数、 λ : 核種の減衰係数、 K_{ab} : 核種の吸収係数、 c : 比熱、 (ρc) : 等価熱容量、 T : 温度、 $(\rho c)_f$: 液相の定圧熱容量、 κ : 等価熱伝導率 とする。

浸透流場における拡散現象は上述の式(1)、(2)を用い、伝熱は式(1)、(3)を用いそれぞれを coupling させて解析することになる。以下の定常飽和浸透流の数値解析では、式(1)を従来の Galerkin 有限要素法により、核種および熱輸送方程式の解法には変形FLIC法を適用する。この種の移流分散方程式の解析に当たって、普通の差分法や有限要素法を用いると流速の増大に伴ってうまく解析できないことがよく知られており、特に、岩盤の亀裂部と岩石部でレイノルズ数が空間的に大きく異なる二重構造流場では精度上優れた解法が必要となる。変形FLIC法は、高レイノルズ数の非粘性非圧縮流解析にその有用性が認められているので、本解法に応用することとする。

変形FLIC法は、FLIC差分法を有限要素法にしばしば用いられる三角形要素系に対して展開し得るよう足立(1977)³⁾により考案されたもので、FLIC法そのものは、Los Alamos 科学研究所グループの Rich(1963)⁴⁾らによって開発されたもので、計算領域を直交格子によって多数の Cell に分割し、各 Cell 内

の流体が有する輸送量（質量，運動量，エネルギー等）の時間的变化を次のように２段階に分けて計算するものである。つまり，初めの第一段階では，Cell の移動に関する輸送項を省いた式を各 Cell について解き，この Euler 的段階での中間的諸量を求める。つぎの第２段階では，Cell が前時点で求めた中間的諸量を持って空間格子を移流によって移動するとして，新しい時刻の流れ場の諸量を求めるものである。この方法では，流体運動を記述する Lagrange，Euler の２通りの方法の特長が一体となって取り入れられている点の特徴といえる⁵⁾。以下に核種輸送方程式(2)に注目してその定式化を具体的に述べる。

いま，計算領域を有限要素法と同様に図-1 のように三角形に分割し，その中の任意の要素 j に注目する。ここに，図中の $i, \bar{i} : i = 1, 2, 3$ は三角形の頂点および対辺を意味する。また， $j, j_i (i = 1, 2, 3)$ は各三角形の図心であるとする。そこで，式(2)を図-1 の任意の閉曲線内で面積積分し，時間変換係数 K_f ⁶⁾ を用いて整理すると次のようになる。

$$\int_{S_j} \left(\frac{\partial C}{\partial T} + \text{div}(C V) \right) dS = \int_{S_j} [\text{div}(D \cdot \text{grad } C) - bC] dS \tag{4}$$

ここに， $T = t/K_f$ ， $K_f = 1 + (1-n)/n \cdot \rho K_{ad}$ ， $b = \lambda + (1-n)/n \cdot \rho K_{ab}$ ， S_j ：要素 j の領域・面積である。

式(4)に Gauss の発散定理を適用して整理すると次式を得る。

$$\int_{S_j} \frac{\partial C}{\partial T} dS + \int_{\Gamma_j} C V_n ds = \int_{\Gamma_j} \epsilon_n ds - \int_{S_j} bC dS, \tag{5}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_n \\ \epsilon_s \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \ell & m \\ -m & \ell \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \end{Bmatrix} = D \cdot \text{grad } C = \begin{pmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \partial C / \partial x \\ \partial C / \partial y \end{Bmatrix}$$

ここに， Γ_j ：要素 j を構成する境界， V_n ：境界線上における n 方向の速度， ℓ, m ：外向き法線 n の方向余弦である。

そこで，上述したように F L I C 法を適用して２段階に分けて差分化するため，初めに式(4)の左辺を Lagrange 的微分を用いて表し式(5)を書き直すと次のようになる。

$$\frac{D}{DT} \int_{S_j} C dS = \int_{\Gamma_j} \epsilon_n ds - \int_{S_j} bC dS \tag{6}$$

さらに，Lagrange 的微分を前進差分で近似すると，

$$\frac{\tilde{C}_j - C_j^{(n)}}{\Delta T} S_j = \sum_{i=1}^3 \ell_{\bar{i}} \epsilon_{n\bar{i}} - b C_j^{(n)} S_j \tag{7}$$

となる。ここに， $\tilde{C}_j$ ：要素 j における中間的な値， $C_j^{(n)}$ ：要素 j における時刻 $T = n \Delta T$ の濃度， ΔT ：時間増分， $\ell_{\bar{i}}$ ：辺 $\bar{i}$ の長さであり，図の辺上の値 $\epsilon_{n\bar{i}}$ は辺 $\bar{i}$ を共有する２要素の平均値で表す。これより，時刻 $(n+1) \Delta T$ における中間的な濃度 $\tilde{C}_j$ は，式(7)から次のように算定される。

$$\begin{aligned} \tilde{C}_j &= C_j^{(n)} (1 - b \Delta T) \\ &+ \frac{\Delta T}{S_j} \sum_{i=1}^3 \ell_{\bar{i}} \epsilon_{n\bar{i}} \end{aligned} \tag{8}$$

つぎに，第２段階では式(5)と(6)のそれぞれの左辺を等置することにより，

$$\begin{aligned} \frac{D}{DT} \int_{S_j} C dS &= \int_{S_j} \frac{\partial C}{\partial T} dS \\ &+ \int_{\Gamma_j} C V_n ds \end{aligned} \tag{9}$$

となって，離散化すると，

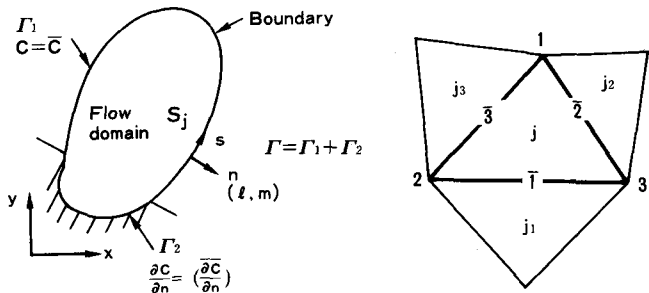


図-1 場の境界と三角形要素

$$\frac{\tilde{C}_j - C_j^{(n)}}{\Delta T} S_j = \frac{C_j^{(n+1)} - C_j^{(n)}}{\Delta T} S_j + \sum_{i=1}^3 \ell_i \bar{P}_i \quad (10)$$

となる。従って、時刻 $T = (n+1)\Delta T$ における要素 j における濃度 $C_j^{(n+1)}$ は次のように導びかれる。

$$C_j^{(n+1)} = \tilde{C}_j - \frac{\Delta T}{S_j} \sum_{i=1}^3 \ell_i \bar{P}_i \quad (11)$$

ここで、 $\bar{P}_i$ は風上差分の考え方を導入して次のように表す。

$$\bar{P}_i = V_{ni} (\delta_i \tilde{C}_{ji} + (1 - \delta_i) \tilde{C}_j) \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_i &= \delta & V_{ni} < 0 & \quad (\text{辺 } i \text{ を通じて流入}) \\ \delta_i &= 1 - \delta & V_{ni} > 0 & \quad (\text{辺 } i \text{ を通じて流出}) \end{aligned} \right\}$$

ここに、 δ は上流パラメータで、 $0.5 \leq \delta \leq 1$ の値をとる。

以上が変形 F L I C 法による定式化の概要であり、境界条件としては次のようにとる。

$$C = \bar{C} \quad \text{on } \Gamma_1, \quad \partial C / \partial n = (\partial \bar{C} / \partial n) \quad \text{on } \Gamma_2, \quad (13)$$

ここで、 $-$ (バー) はその境界において既知であることを示す。

他方、熱輸送方程式(3)の定式化は上述した核種輸送方程式(2)の定式化において $b = 0$ とした場合に準じたものとなり、上述同様である。

従って、岩盤の拡散や伝熱現象を式(8)と式(10)を用いて、式(13)の境界条件を考慮することにより時刻 $T = (n+1)\Delta T$ の濃度 $C_j^{(n+1)}$ を求めることができる。

2. 二重空隙モデルと熱・物質拡散の解析

すでに1.で述べた亀裂性岩盤をBarenblattらが提案した概念により二つの岩盤モデルを用いて、岩盤内の熱・物質拡散現象の基本的性質を理論的に吟味してみる。二重空隙モデルの概念は、岩石のもつ一次空隙と後続して生じた亀裂、すなわち二次空隙とが二つの共存流れ場となるとしている。本解析モデルでは、この性質を導入して図-2、3の右上に示したような簡単な矩形岩ブロック集合配列による二重空隙モデル2ケースを考える。図-2に示したものは、格子状割れ目をもつ岩盤モデルでRect-1、図-3は千鳥配列のそれでRect-2と略記することとする。すべての岩ブロック寸法 ℓ と構成割れ目幅 d の寸法比は $d/\ell = 0.04$ とし、透水媒体の長さは $L = 6\ell + 5d$ とする。

(1) 流れの性質

熱・物質拡散を検討するに先立って流れの基本的性質について調べてみることにする。水理条件は、図-2、3のように、岩盤モデルの最上下流側境界で一定とし、水理定数として岩ブロックの透水係数 $k_r = 1.0 \times 10^{-7} \text{ m/s}$ 、割れ目のそれを $k_f = 1.0 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ ($k_f/k_r = 100$) と与え、岩ブロックの空隙率は $n_r = 5\%$ とする。流れは左から右に流れ、ピエゾ水頭差 dh は $x=0$, $h=h_a$, $x=L$, $h=h_b (< h_a)$ であり、 $dh = (h_a - h_b)$ よりその動水こう配は $i = 1/10$ である。1.で示した式(1)により定常飽和浸透流解析を行うが、計算領域全体の要素分割は四角形とし、割れ目系およびそれに沿う岩ブロック部は計算精度を向上させるため必要に小さくとり、Rect-1の要素数は820、節点数913、Rect-2では1148、1245とした。図-2、3はこのような諸条件下におけるRect-1および2の流速ベクトルおよび等ピエゾ水頭分布を示したものである。

Rect-1に着目すると、割れ目に相当する流路で流速が大きくなっており、流れの主流方向が上流から下流に向かっているため、ブロック中の等ピエゾ水頭分布はほとんど主流に直交している。また、同時に主流方向と直行する割れ目部は死水域となっていることが認められる。しかし、図-3のRect-2では、割れ目系が千鳥構造であるためピエゾ水頭分布はやや歪み、割れ目系に支配された流況となっていることが判る。単純化された岩盤モデルではあるが、二重空隙多孔岩盤の流れの特色、構造を知ることができよう。

(2)物質の分散・拡散

図-2, 3における流況下で式(2)を用い, 上流側境界に定濃度の物質・溶質が与えられた場合の移流分散・拡散現象について吟味する。計算条件は, 上述の水利条件と同じとし, 拡散係数は流速および代表寸法とそれに関する無次元量であるペクレ数 Pe を用いて表して, 岩ブロック部で $Pe(r) = (k_{ri}\ell)/(n_r D_r) = 1000$, 割れ目中で $Pe(f) = (k_f d)/(n_f D_f) = 40$ とした。⁷⁾ また, 吸着項は無次元時間 τ に含まれ, $\tau = (k_{ri}T)/(n_r \ell)$ に表せる。減衰項 b は, ^{60}Co の場合(半減期 5.3 年)を参考に $\beta = (b\ell n_r)/(k_{ri}) = 30 \times 10^{-3}$

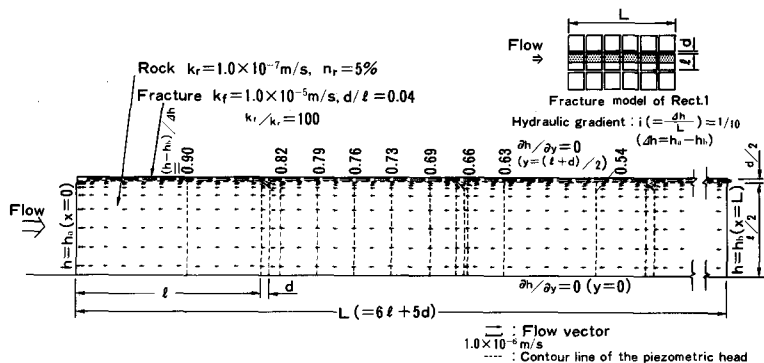


図-2 岩盤モデル Rect-1 における流速ベクトルと等ピエゾ水頭

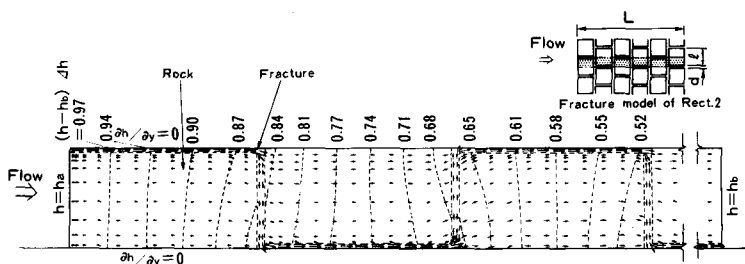


図-3 岩盤モデル Rect-2 における流速ベクトルと等ピエゾ水頭

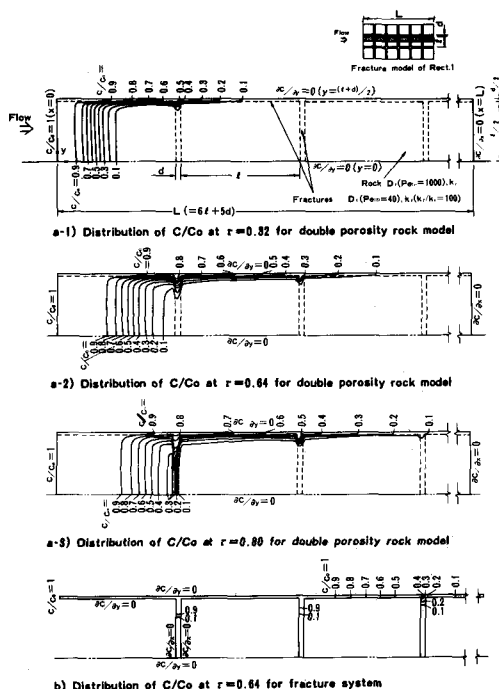


図-4 Rect-1 における濃度分布 C/C_0 の時間的変化

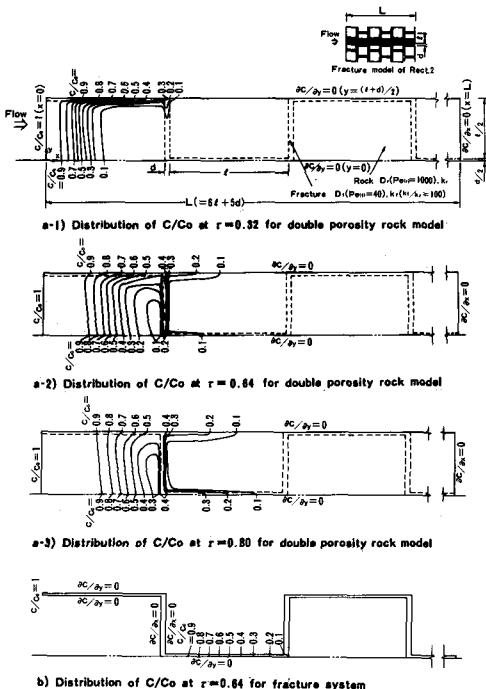


図-5 Rect-2 における濃度分布 C/C_0 の時間的変化

とする。この場合の計算領域の要素分割は三角形をとり、Rect-1では要素数1640、節点数913、Rect-2では2296、1245とした。図-3、4は、このような条件下でRect-1、2における溶質比濃度 C/C_0 の分布とその経時変化を示したものである。各々の図中(b)は、参考のため割れ目系のみをネットワークモデルとし、岩ブロックも境界も共に不透水性で流れは割れ目系のみで起こるとしたものである。図-4、5の(a)図に注目すれば、Rect-1では割れ目系で移流分散が卓越し、岩ブロック部への拡散は上流からの移流分散と割れ目系からのそれと同時に生じていることが

判る。Rect-2では、Rect-1と共に溶質の分散・拡散は割れ目系で先行するが、それが千鳥になっているため全体に複雑な移流分散形状が認められる。両濃度分布共に明らかに割れ目系で移流分散が早期に生じていることが認められる。他方、両図中の(b)に示したネットワークモデルにおける $\tau=0.64$ の比濃度 C/C_0 の分布に注目すると、同図のa-2)におけるRect-1、2における割れ目系におけるそれより早くなっていることが判る。これは、二重空隙モデルでは割れ目系より岩ブロック部に分散が生じることに起因していると考えられる。

つぎに、主流を横切る断面 $(\ell+d)/2$ の単位断面における濃度の経時変化を割れ目系および岩ブロック中でのそれとの関係について見てみよう。図-6はRect-1の最上流から $x/\ell=0.55$ (A-A断面)におけるブロック内および割れ目中の平均比濃度をプロットしたものである。図中の濃度は、全体の空隙率 $n=(n_r\ell)/(\ell+d)+d/(\ell+d)=8.65\%$ とした時の岩ブロックおよび割れ目の空隙率が各々 $n_1=(n_r\ell)/(\ell+d)=4.8\%$ 、 $n_2=d/(\ell+d)=3.85\%$ となるから、各々の領域における平均比濃度に空隙比を乗じ、岩ブロック部は $(C/C_0)_r=n_1/n \cdot \int_0^{\ell/2} C dy/\ell/2$ 、割れ目部は $(C/C_0)_f=n_2/n \cdot \int_{\ell/2}^{(\ell+d)/2} C dy/d/2$ と求まる。これより、全濃度は初期に割れ目系における移流分散によって急激に上昇するが、岩ブロック部への移流分散が起こるにつれてその影響によってなだらかになり、全体としては一定濃度分布に移行していることが認められる。

(3) 温水浸透がある場合の伝熱

岩盤の伝熱現象において割れ目系と岩石の伝熱構造、形態を明らかにするため、Rect-1モデルを用いて図-2と同じ水理条件($k_f/k_r=100$ の場合)をもとに、 $k_f/k_r=1000$ および 10000 の場合に計算を進める。計算条件は、著者の

一人が行った実験を参考にし、上述と同様にペクレ数を用いて表すと、岩ブロック部では全ケースに対して $Pe_r=(k_r\ell)/(n_r a_r)=2.4$ 、また割れ目部では $k_f/k_r=100$ 、 1000 、 10000 に対し各々 $Pe_f=(k_f d)/(a_f)=2.62$ 、 26.2 、 262 とする。ここで、 a は温度伝導率($a=\kappa/(\rho c)$)であって、等価熱容量(ρc)と液相熱容

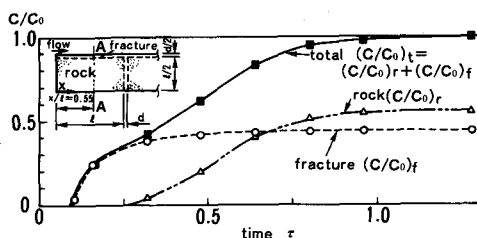


図-6 Rect-1のA-A断面($x/\ell=0.55$)における比濃度 C/C_0 の経時変化

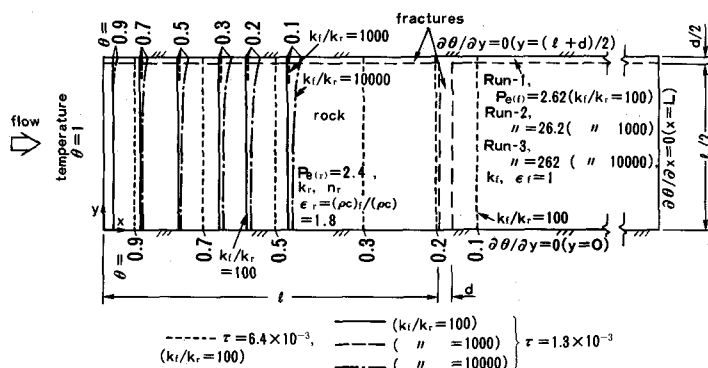


図-7 温水浸透による温度分布(Rect-1モデルの場合)

量 $(\rho c)_f$ との比は、岩ブロック部で $\varepsilon = (\rho c)_f / (\rho c) = 1.8$ ，割れ目部で 1.0 をとる。このような条件により図-6は，上流側に一定温度 T_0 を与えた場合，等無次元温度 $\theta = T/T_0$ の分布を示したものである。図中，実線は $k_f/k_r = 100$ ，破線は 1000，一点鎖線は 10000 の場合を示す。これらより， $k_f/k_r = 100$ および 1000 の場合は岩ブロック部と割れ目部における温度は一樣であり一次元的に熱輸送が行われているが， $k_f/k_r = 10000$ の場合にはわずかではあるが初めて割れ目部における移流伝熱が卓越してくることが認められる。つまり，温水浸透の場合は物質・溶質拡散の場合とかなり異なり，割れ目の流速がかなり大きくなると移流伝熱は顕著に表れず岩石部での伝導が支配的となることを示していると言えよう。

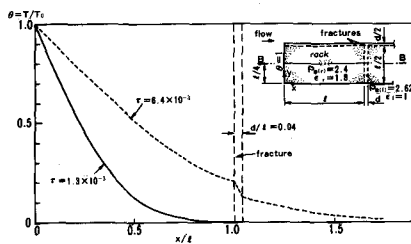


図-8 Rect-1のB-B断面における無次元温度 θ の分布($k_f/k_r = 100$ の場合)

つぎに，主流に沿う断面における無次元温度分布について見てみよう。図-8は，図中右上に示したB-B断面における $k_f/k_r = 100$ の場合の θ 分布を示したものである。図中，実線は $\tau = 1.3 \times 10^{-3}$ の θ 分布，点線は $\tau = 6.4 \times 10^{-3}$ のそれである。これより，主流に直交する割れ目に伝熱フロントが達しない $\tau = 1.3 \times 10^{-3}$ の時点では， θ 分布は均質多孔媒体中の移流伝熱温度分布と同じであるが，割れ目の下流側の $\tau = 6.4 \times 10^{-3}$ のそれは割れ目部で急激に低下していることが判る。これは，割れ目における a が岩ブロックのそれより小さいことによるもので，全体の伝熱は交差割れ目の影響を受けることを示唆している。結局，簡単な岩盤モデルではあるが，拡散と伝熱現象とでは拡散の方が経時的な変化が大きい事になり，伝熱の場合には岩石中の伝導が支配的となるのが特徴である。

むすび

近年，岩盤における熱・物質拡散現象が放射性廃棄物処分に係ってクローズアップされている。本研究では，亀裂性岩盤における伝熱と物質拡散の基本的メカニズムを明らかにするため，この種の数値解析に有効な変形FLIC法をそれらの基礎方程式の解法に適用し，二種類の二重空隙岩盤モデルを用いて理論的に検討を行った。その結果，岩盤内の物質・溶質拡散はまず割れ目系で卓越し，岩石部への拡散は割れ目系からの分散と岩石中の移流分散が一体となって生じることが判った。従って，岩盤中の分散現象においては濃度分布が空間的にも時間的にも割れ目系と岩石部分で異なった構造をもつことになる。つぎに，伝熱は物質・溶質拡散の場合とはやや異なり，割れ目中のレイノルズ数があまり大きくなければ岩石の伝導によって支配されることが判明し，岩石と割れ目の透水係数比が $k_f/k_r = 10^4$ 程度で割れ目中の移流伝熱の影響が表れるようになる事が判った。この事は岩盤中の対流現象の解明に有用な示唆を与えよう。最後に，本計算を進めるに際して協力していただいた熊谷組 西山勝栄氏にお礼申し上げる。

参考文献

- 1) 鷲津他：変形FLIC法による非圧縮粘性流解析，日本航空宇宙学会誌，第27巻，第307号，1979.8
- 2) Combarrous et al: Hydrothermal convection in saturated porous media, Advances in Hydroscience edited by Ven te Chow, Vol. 10, Academic Press., 1975
- 3) 足立他：分岐集合部を有する管内非定常流の一解析法，日本機械学会論文集，48巻，366号，1977
- 4) Rich: A Method for Eulerian Fluid Dynamics, LASL Report LAMS-2826, 1963
- 5) 廣瀬：流体力学における計算機実験の方法とその応用，日本航空宇宙学会誌，第20巻，第227号，1972
- 6) 井上他：地下水の汚染—その実態と傾向，公害と対策，Vol. 10, No. 9
- 7) 寺島他：セメント固化体中 ^{137}Cs , ^{90}Sr , ^{60}Co の溶出機構について，土木学会論文報告集，第201号，1972