

幅水深比および粗滑が壁面せん断力に及ぼす影響

An Effect of Aspect Ratio and Roughness on the Wall Shear Stress of Open Channel

立命館大学理工学部 正員 大同 淳之

1. はしがき

水路模型実験においては、物理的制約から限られた大きさの水路で行なわれる。この場合、現象を二次元的に解析するとしても測定値に側壁の影響が必然的に生じている。流砂現象の解明等で、底面せん断力のみを取り出したいとき、あるいは模型歪みが抵抗係数に及ぼす影響等を評価するためには、側壁、底面のせん断応力を評価する必要がある。

底面、側壁の影響を分離する方法として、Einstein¹⁾、足立²⁾、木村³⁾、馬場⁴⁾、等の研究があるが、一般にはEinsteinの方法が慣用されている。Einsteinの方法は、直観的に求められたもので、かつ壁面の粗さをManningのnで表わしているため、この方法で求めた底面せん断力は、ときには、算定結果が必ずしも首こうできるものではない。

本研究は、長方形断面水路において、流速分布よりの摩擦速度の算定値、せん断力計による直接測定値をもとにして、これら算定値が示す結果と従来の理論値との比較を行ない、これをもとにして若干の考察を行ったものである。

2. 実験の概要

1) せん断力測定の方法

測定に用いた水路は幅0.2m、深さ0.3m、長さ8.0mの亚克力製水路で、上流から6.0mの位置で壁面せん断力を測定した。用いたせん断力計はせん断力が作用すると棒の先端に取りつけられた支持板が変位しこの変位を検出して、力に変換するものである。用いたせん断力計は0~200mgの範囲が測定できるもので、検出結果は測定の範囲で直線性を示している。同時に外径2.0mmのピトー管を用いて流速を測定した。流速の測定値より底からの高さz一定あるいは壁からの距離y一定の線上の流速と、それぞれyおよびzに対して図示して、図上の傾きから $\alpha=0.4$ として U_* を求めた。

表-1 測定の範囲

壁面の状態	勾配	水 深	摘 要
両面滑面	1/400	8-10cm	
底面のみ粗面	1/400	8-11cm	d=0.142mm
側壁のみ粗面	1/400	8-11cm	d=0.142mm
全面粗面	1/400	8-11cm	

2) 測定範囲

測定の範囲を表1に示す。滑面は亚克力板表面で、粗面は $d=0.142\text{mm}$ の砂が塗布されたサンドペーパーを貼布したものである。

3) 測定の概要

流路の半断面について流速分布をピトー管で測定し等流速線を描いたものが図1である。必ずしもきれいな等流速線図ではないが、流心の片寄りなどはみられない。ただ、すでに多くの研究者⁵⁾⁷⁾によって指摘されている隅角部の速度の増加は、把握できていない。

この局所流速を壁面および底面より法線方向線の流速を用いて、流速から $\alpha=0.4$ 一定として、 U_* を求めた結果の一例を図2 a), b)に示す。a)は、底面のみ砂粒粗度 $d=0.142\text{mm}$ をはりつけた場合、b)は、両

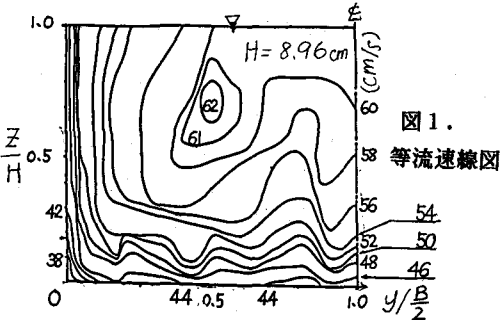


図1. 等流速線図

側面にのみ同じ大きさの砂粒粗度をつけた場合である。

せん断力計で直接測定した結果も、同じ図に示した。両者は、ほぼ同じような値を示している。

局所摩擦速度 U_* の分布は、隅角部で0で、 y および z の増加にしたがって増加するが、 U_{*0} は水路中心で、 U_{*u} は水面近くで低下する傾向を示す。これは、Ghosh⁵⁾ らによって測定された結果とも一致する。

また、直接測定による U_* は、隅角部に近い点の値が、底面および側壁のいずれにおいても、少し突出した値を示す。これは、二次流の影響をあらわすものとも考えられる。

いずれにしても、直接測定した U_* と、流速分布の傾きから求めた U_* とがほぼ一致していることから、求めた U_* は正しいものと考えることができる。

3. 実験結果の考察

1) 解析の考え方

底面および側壁の摩擦速度を求めた研究に、i) 隅角部の流速が、底面および側壁の影響をうけるとする考え方と、ii) 水路の中央および断面分割線上での運動量の交換は0で、面を境として、その両側における速度分布は互に独立であるとする考え方に分けられる⁶⁾⁷⁾。

二次流の存在を考えたとき後者の立場によらざるを得ない。したがって、断面を分割したとき、互に独立であるという考えに立って測定値を解析した。

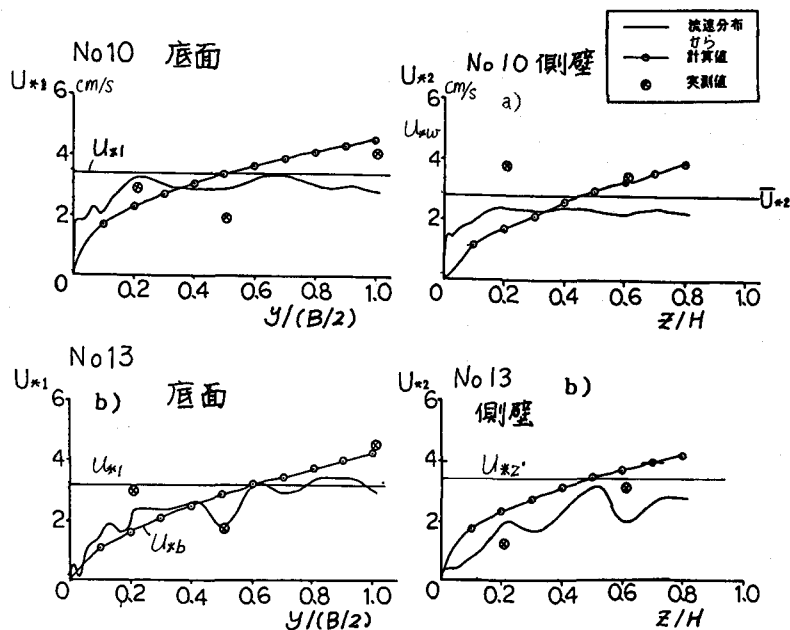


図2. 摩擦速度の実測値と計算値の比較

2) 断面分割法にしたがった測定値の整理

Einsteinは断面分割に2つの仮定を用いた。その1は、流水断面積と潤辺をそれぞれ適当なある単位に分割すれば、単位面積内の流水のポテンシャルエネルギーは、相対応する単位潤辺長に沿う渦動エネルギーに変換される。その2は、たとえ断面の他の部分の粗度が変わったとしても、同じエネルギー損失公式が相対応する単位面積と単位潤辺長との間に適用できる、というものである。この方法は、断面の分割法が明確でなく、また潤辺の粗度が均一の場合、各面積部分の径深 R が、水路の形状に全く無関係に全断面の径深 R に等しくなり、断面効果が表わされないことになる。

足立は²⁾、断面分割の分割線上では流速が等しいとおき、かつ、Einsteinの第1の仮定が成立つとして平衡条件をみたした。

長方形断面において、流水断面積を二つに分割し、それぞれの領域における流水の流速分布が、水路底面および側壁に対応して、それぞれ独立に表せるものとする。流速分布に対数則を適用すると、各分割断面積の流速は、それぞれつぎのように表される。

$$\frac{U_1}{U_{*b}} = \frac{1}{\kappa} \log_0 (M_1 z) \quad (1), \quad \frac{U_2}{U_{*w}} = \frac{1}{\kappa} \log_0 (M_2 y) \quad (2)$$

ここに、 U_1 、 U_2 はそれぞれ、底面および側壁の支配領域において、底面および側壁からの距離を z および y の点の流速を、 U_{*b} 、 U_{*w} はそれぞれ底面および側壁の局部摩擦速度、 κ はKarman常数、 M_1 、 M_2 は底面および側壁の粗滑に関する常数で、滑面および砂粒粗度に対して、

$$\text{滑面: } M_1 = U_{*b}/m_s \nu \quad M_2 = U_{*w}/m_s \nu \quad (3)$$

$$\text{砂粒粗面: } M_1 = 1/m_r k_s \quad M_2 = 1/m_r k_s \quad (4)$$

であり、Nikuradse によると、 $m_s = 1/9$ 、 $m_r = 1/30$ である。

足立は、領域の境界線上では、 $U_1 = U_2$ でなければならないとして、

$$U_{*b} \log_0 (M_1 z) = U_{*w} \log_0 (M_2 y) \quad (5)$$

とおいた。ただ、 U_{*b} 、 U_{*w} はその分布形が分からないとして、平均値を用いている。2-3で示したように、 U_{*b} 、 U_{*w} は隅角部を0として、水路中心および水面方向に向って放物状に増加し、水路中央および水面近くで減少する傾向を持っている。

このように断面を分割したとき、それぞれの分割面積について、流水の力学的平衡を満足する必要があるすなわち、分割線上のせん断力を0とみなす以上、

$$\int_0^B \tau_1 dy = \bar{\tau}_s B = 2 A_1 \rho g I. \quad \int_0^H \tau_w dz = \bar{\tau}_s H = A_2 \rho g I. \quad (6)$$

でなければならない。

分割したそれぞれの部分との摩擦速度の代表値として、 U_{*b} 、 U_{*w} の平均値、 U_{*1} 、 U_{*2} を

$$U_{*1} = \sqrt{\bar{\tau}_b / \rho} \quad (7), \quad U_{*2} = \sqrt{\bar{\tau}_w / \rho} \quad (8)$$

として、 $U_{*1}/U_{*2} = a$ とすると、分割線の方程式は

$$y = (M_1^a / M_2) z^a \quad (9)$$

となる。したがって、底面の支配断面積を $2 A_1$ 、側壁のそれを A_2 とすると

$$A_1 = \int_0^{z_0} \left\{ \frac{B}{2} - \left(\frac{M_1^a}{M_2} \right) z^a \right\} dz = z_0 \frac{B}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{a+1} \left(\frac{M_1^a}{M_2} \right) \frac{z_0^a}{(B/2)} \right\}$$

$$A_2 = \int_0^{(M_1^a / M_2) z_0^a} \left[H - \left\{ \frac{y}{M_1^a / M_2} \right\}^{1/a} \right] dy = \left(\frac{M_1^a}{M_2} \right) z_0^a H \left\{ 1 - \frac{a}{a+1} \frac{z_0}{H} \right\} \quad (10)$$

これを、 $R_1 = A_1/B$ および $R_2 = A_2/H$ とすると、

$$R_1 = z_0 \left\{ 1 - \frac{1}{a+1} \frac{(M_1^a / M_2) z_0^a}{B/2} \right\} \quad (11)$$

$$R_2 = \left(\frac{M_1^a}{M_2} \right) z_0^a \left(1 - \frac{a}{a+1} \frac{z_0}{H} \right) \quad (12)$$

したがって、

$$a^2 = \frac{R_1}{R_2} = \frac{z_0 \left\{ 1 - \frac{1}{a+1} \frac{(M_1^a / M_2) z_0^a}{B/2} \right\}}{z_0^a (M_1^a / M_2) \left(1 - \frac{a}{a+1} \frac{z_0}{H} \right)} \quad (13)$$

となり、 a は

$$z_0 = H \text{ のとき、 } a^2 = \frac{M_2 H (a+1)}{(M_1 H)^a} - \frac{2H}{B} \quad (14)$$

$$y_0 = \frac{B}{2} \text{ のとき、 } \left(\frac{M_1^a}{M_2} \right) H^{(a-1)} = \frac{B}{2H} \left\{ \frac{a^2 + \frac{2H}{B}}{a(a+1)} \right\}^a \quad (15)$$

を満たす必要がある。

したがって、各断面の平均摩擦速度 U_{*1} 、 U_{*2} は、式(11)、(12)の R_1 、 R_2 を用いて

$$U_{*1} = \sqrt{g I_0 z_0 \left\{ 1 - \frac{1}{a+1} \frac{(M_1^a / M_2) z_0^a}{B/2} \right\}} \quad (16)$$

$$U_{*2} = \sqrt{g I_0 z_0^a (M_1^a / M_2) \left(1 - \frac{a}{a+1} \frac{z_0}{H} \right)} \quad (17)$$

と表わすことができる。この結果流れ全体の平均流速が確定し、以上求めてきた諸量が、平均流速あるいは断面全体の平均摩擦速度 U_{*K} によって再表現でき、例えば、式(16)、(17)は、

$$U_{*1} = U_{*K} \cdot \left(1 + \frac{2H}{B} \right) / \left(a^2 + \frac{2H}{B} \right) \quad (18)$$

$$U_{*2} = U_{*K} \frac{1 + (2H/B)}{a^2 + (2H/B)} \quad (19)$$

として与えられる。

全面滑面、全面粗面のときの M をそれぞれ M_1 、 M_2 とし粗度の組合せに応じて、 M_1 、 M_2 および式(14)または式(15)を与えて 実験資料の a を定め、平均の摩擦速度 U_{*1} 、 U_{*2} と式(16)、(17)から求めた結果を図2中の実線に示した。

したがって、底面および側壁の支配する径深を求めるのに、(5)式の考え方が正しいといえる。その結果それぞれの領域の平均せん断力を求めるには、式(11)、(12)の R_1 、 R_2 を用いて求めることができる。また、以上の方法で求めた a の値によって断面を分割した結果は、図3のようである。

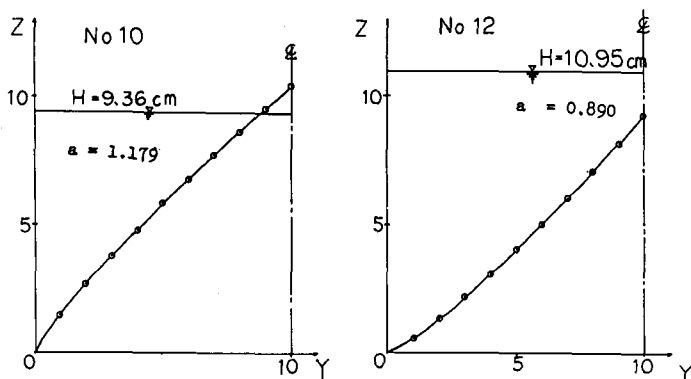


図3. 計算した a による断面の分割

(3) 局所摩擦速度

断面隅角部がほぼ対角線上に流れを分割することは、乱れを考慮したときに正しく、これをここに行なったように、 $U_1 = U_2$ として分割することは許されよう。しかし、分割断面内をさらに細分することは、細分線

を通して運動量の輸送が考えられるため正しくない。

しかし、二次流れとみなせるときは、分割断面内の単位境界面の摩擦速度 U_{*b} 、 U_{*w} は、境界面の法線方向の微小細片状断面のポテンシャル力とつり合っていると考えることができよう。

この考え方に立つとき、局所摩擦速度 U_{*b} 、 U_{*w} は、特性長として、底面および側面からそれぞれ分割線までの距離 z' 、 y' を用いて、

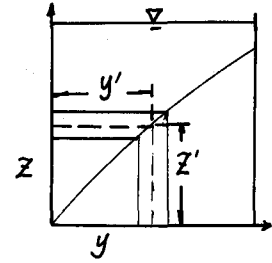


図4. 座標

$$U_{*b} = \sqrt{g I_0 (M_1^a / M_2) z'^a} \quad (20)$$

$$U_{*w} = \sqrt{g I_0 y'^a (M_1^a / M_2)^{-1/a}} \quad (21)$$

と表わすことができよう。

さきの例、図2 a), b)について示すと、図中の鎖線のようになる。実測値と比較すると、さきに求めた平均摩擦速度 U_{*1} 、 U_{*2} を平均とする曲線で示めされ、隅角部で0で y および z の増加に伴って漸増する。ただ、実測値が示すところの水路中央での U_{*b} 、あるいは U_{*w} の水面近くの減少はもちろん計算できない。この計算に用いた M_1 、 M_2 は全断面同一粗度の実験値より定めたが、この実験では、幅水深比がもともと小さく、測定値そのものにすでに側壁の影響を含んでいる。No.10で必ずしも測定値と式(16)、(17)による予測が必ずしも一致していないのは、このためといえる。

図5は、Ghoshらが測定したもので、この場合、直接測定、流速分布およびブレンストン管の三つから測定されたせん断力 τ_0 の分布を示している。三方法による測定結果がほぼ一致しているので精度は高いといえる。この実験値は(a)が全面滑面、(b)～(d)は全面人工粗度で実験を行ない、相当粗度 k_s は(b)、(c)および(d)について、それぞれ、 $k_s = 0.145\text{cm}$ 、 0.295cm および 0.590cm のものである。

実験値との比較は、いずれも隅角部では比較的良く一致するが、 U_{*b} は、水路中央部で大きくなることを示している。しかしながら、底面および側壁摩擦速度の予測としては十分役立つことを示している。

もともと本研究で用いている概念は、水路中央および隅角部対角線上では、断面が水理学的に独立であることを基礎としており、分割断面全体としては平衡を保つが、局部摩擦速度をより正確に表わすためには横断方向の運動量の交換による、応力の均一化を考慮しなければならないことになる。

4. むすび

1. 長方形断面水路の底面摩擦速度を取出す方法を考察するために、流速分布および直接測定によって底面および側壁の摩擦速度を測定して、その特徴を示した。

2. 足立の断面分割法を適用して、底面および側壁の平均摩擦速度を算定するのに、この方法が有効であることを見を見出した。

3. 局所摩擦速度を見出すために、分割断面内の単位境界面の摩擦速度は、その法線方向の分割線までの特性長をもつ流体のポテンシャルとつりあうと考えて算出した。こうして求めた結果は、水路中央および、側壁水面付近で大きめの値を示すが、大体としてその値を予測できることが示された。

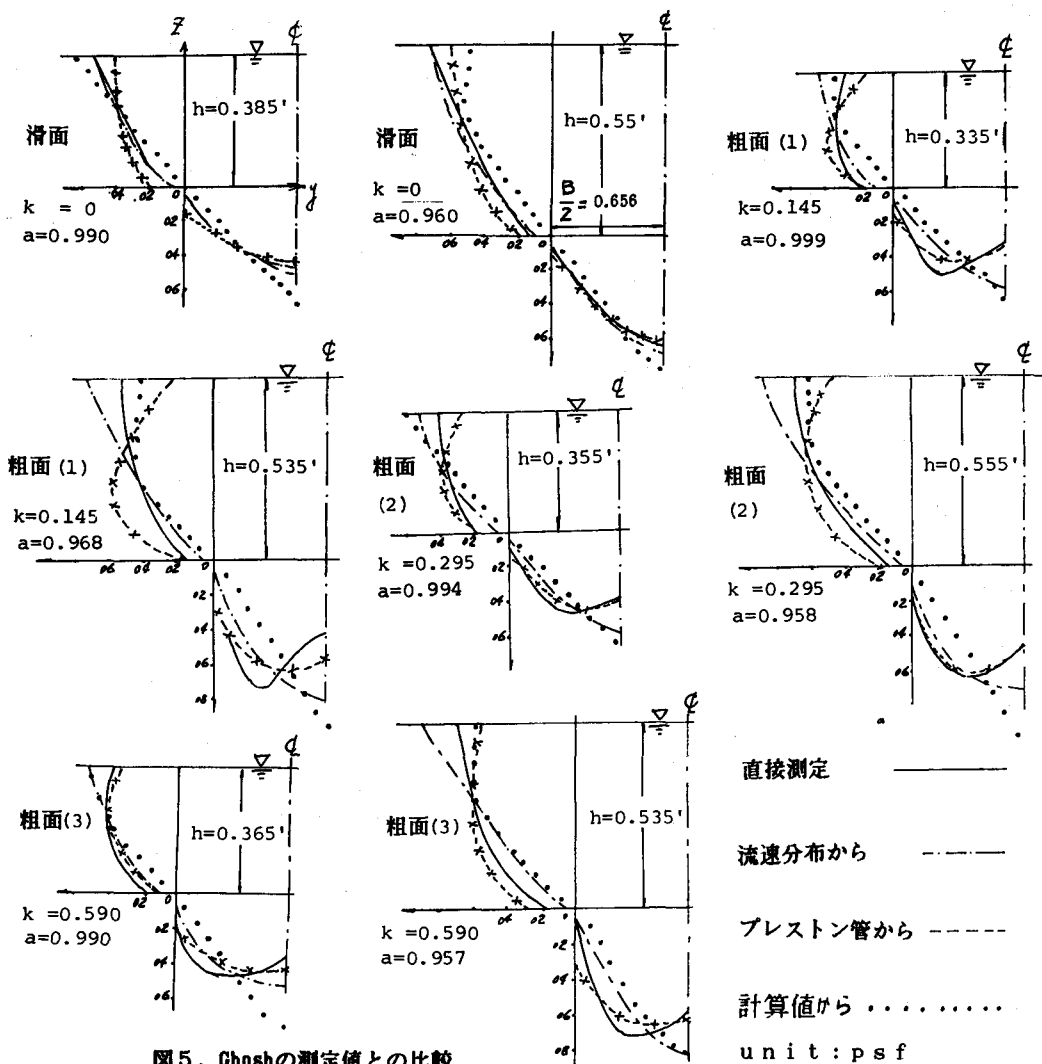


図5. Ghoshの測定値との比較

参考文献

- 1) Einstein H.A.: Formulas for Bed-Load Transportation, Trans. Amer. Soc. Civil Engr. vol.107, 1942 pp.575-577
- 2) 足立昭平: 長方形断面水路の側壁効果に関する研究: 土木学会論文集 第81号、昭和37年5月
- 3) 木村喜代治: 長方形水路における流れの一近似解析: 土木学会論文報告集 第251号、昭和51年7月
- 4) 馬場洋二: 河川隣岸近傍の水理に関する考察: 土木研究所報告 146号 昭和49年11月
- 5) Ghosh S. and Roy. N.: Boundary shear distribution in open channel flow, Prof. of ASCE, vol.96 No.HY4, April 1970
- 6) 吉川秀夫、池田駿介: 正方形断面水路をもつ直線水路の速度分布に関する研究: 土木学会論文報告集 第250号、昭和51年6月
- 7) Nelling A. et al.: Turbulent flow in a rectangular duct, J. Fluid Mech. vol.78 part2 pp.289-315