

側壁上の境界層の発達  
Development of Boundary Layer on Side Wall

早稲田大学 大学院 学生員 村 重 宏  
早稲田大学 理工学部 学生員 佐 藤 達 也  
早稲田大学 理工学部 学生員 高 瀬 卓 弥  
東 洋 大 学 工 学 部 正 員 福 井 吉 孝  
早稲田大学 理工学部 正 員 吉 川 秀 夫

1. はじめに

実河川上においては、河道修正等のため、図に示すような突堤を設けたりすることがあるが、この場合、新たに側壁上に境界層が発達し、この結果、流入点近傍では、過大なせん断力が生じると考えられる。こうした過大なせん断力は、護岸の破壊を生ぜしめ、ひいては、大規模な災害をひきおこしかねない。したがって、こうした側壁上のせん断力の算定は、大きな意味をもつ。

上記の事項の基礎的研究として、本研究では、図2に示すような装置を使い、内部の乱れ特性を調べ、さらに筆者らが、急変流に対し用いてきた、境界層理論に基づくせん断力算定法<sup>(1)</sup>、<sup>(2)</sup>、<sup>(3)</sup>を用い、側壁上のせん断力の算定を試みた。

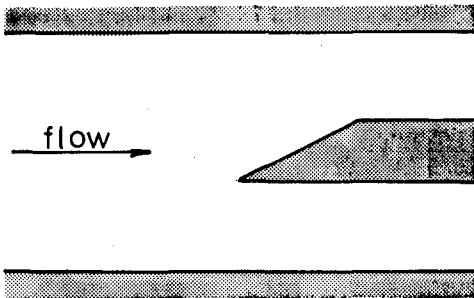


図1 河川内の突堤

2. 実験

実験は、図2に示す装置を用いた。このような装置で、一様流速の流れが流入する研究<sup>4)</sup>、<sup>5)</sup>は、いくつか行なわれているが、それらは、あくまで、2次流の十分発達した段階での3次元解析を、適切なモデルを用いて行なうことが主眼となっている。本研究では、上記の事項を想定するため、図2の装置に、境界層の十分発達した流れを流入させる。そのため、底面に、径16mmのビー玉を敷きつめた。とくに、側壁にはペンキを塗ったベニア板、および、径16mmのビー玉をはりつめたものを滑面、および粗面として用いている。実験内容を表1に示す。実験は、流下方向に、数断面において、ホットワイヤーを用い、乱れを測定し流下方向の乱れのり歴を調べた。

表1. 実験内容

| RUN | 底面の状態 | 側面の状態 | 相当粗度 $K_s$       |
|-----|-------|-------|------------------|
| 1   | 粗     | 滑     | $0.73\text{ cm}$ |
| 2   | 粗     | 粗     | $0.73\text{ cm}$ |

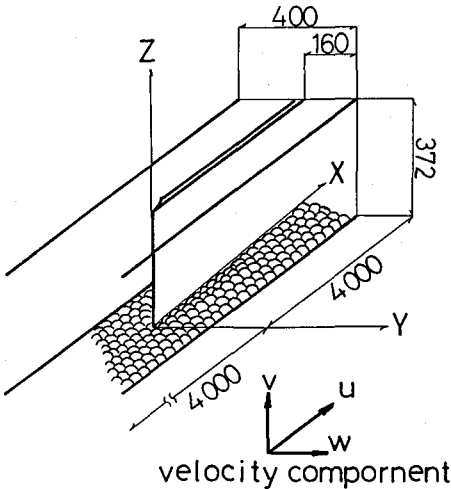


図2 実験装置

### 3. 実験結果

#### (1) $x$ 方向の流速分布

図3に、 $x$  方向の流速  $u$  の断面内分布を示す。いづれも、断面内の平均流速  $U_b$  で無次元化し、長さを風路幅  $B$  で無次元化してある。

RUN 2では、下流にいくにつれ、角の二等分線方向 ( $45^\circ$ ) に、等流速線がふくれ出しているが、これは、二次流の影響によるものであると考えられる。これに比べ、RUN 1の場合、こうしたふくれ出しは見られない。これは、側壁の粗、滑の状況によるものと考えられる。底面が粗面であることを考えると、渦辺が粗なものほど、2次流の発生しやすい、3次元流が生じやすいといえる。また、RUN 1の場合、これは乱れ分布が、より明確に表わしているが、等流速線のふくれ出しの方向が、 $45^\circ$ より、やや急な方向になっている。これは、底面および側面の粗度の違いによるものと考えられる。

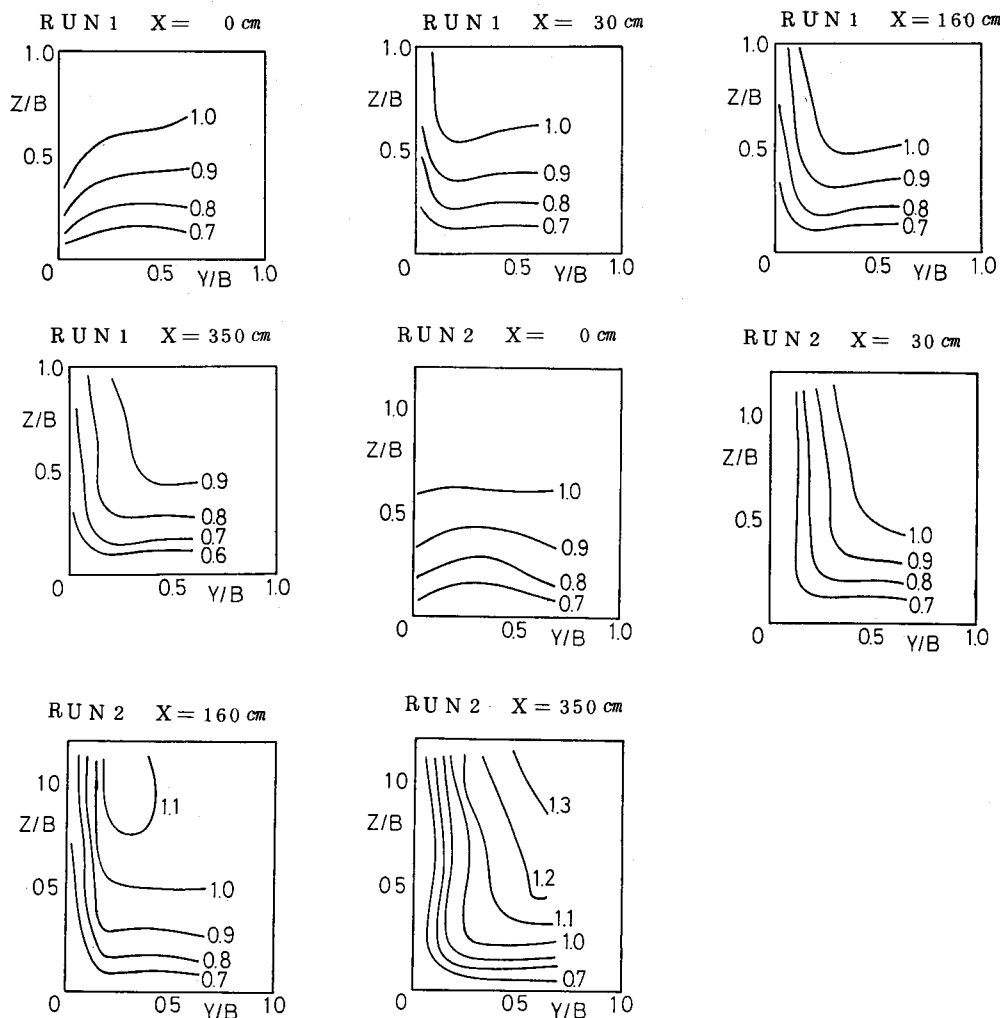


図3 断面内の  $u$  の分布

## (2) 乱れ強度の分布

$u'/v'$ 、および  $u'/w'$  の分布を、図4、および図5に示す。 $u'/v'$ について着目すると、RUN 1、2、いづれも、はじめのうちは、流入前の、風洞の角の影響を残しているものの、下流にいくにつれ、新たな側壁の角の影響が、支配的になる。やはり、この角の影響の大きさも、新たな側壁の表面粗度に負うところが大きく、RUN 2の方が、早く影響を及ぼしている。これは、2次流の発達が早いためであろう。

$u'/w'$ について考えると、始めのうちは、等  $u'/w'$  線が、壁に対し平行にならんだ、2次元の流れの様相を呈しているが、下流にいくにつれ、角の影響をうけた分布を呈している。しかし、これも RUN 2の方が、角の影響の及び方が早い。

$u'/v'$  線、 $u'/w'$  線の分布状況から、前述のとおり、角の影響の及び方は、RUN 2の場合、 $45^\circ$  の方向に RUN 1では、 $45^\circ$  よりやや上向きの方へと、図3に比較して、明確に現われている。

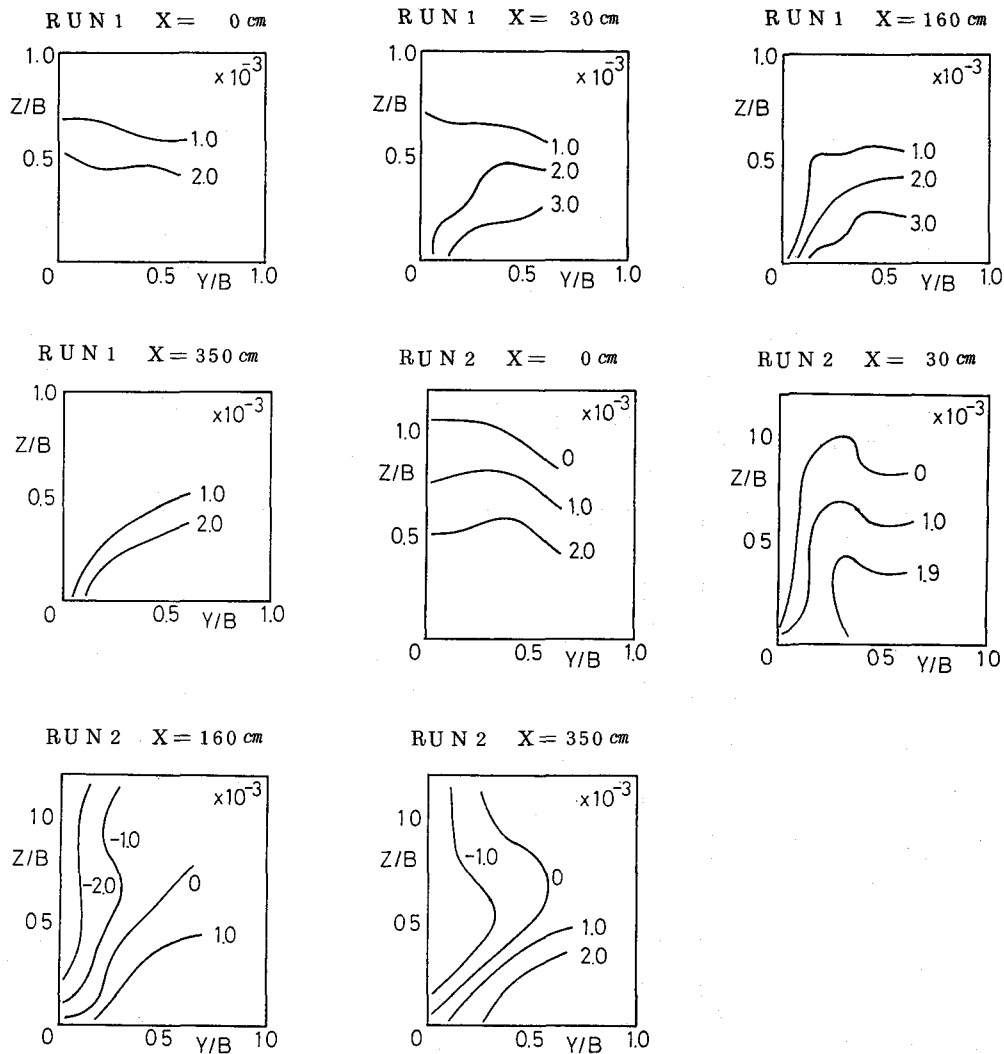


図4 断面内の  $u'/v'$  の分布

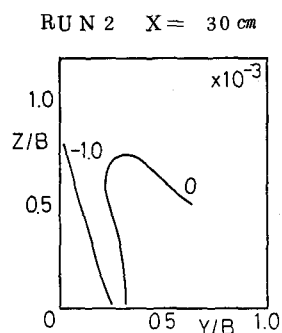
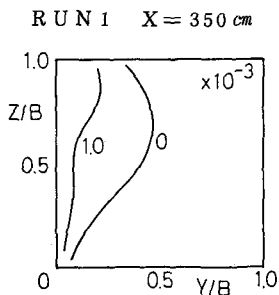
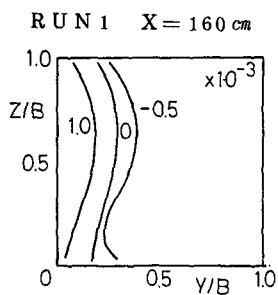
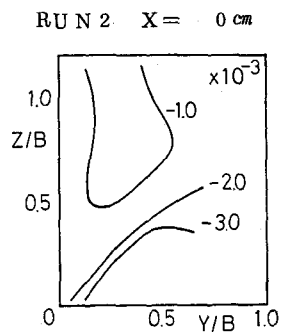
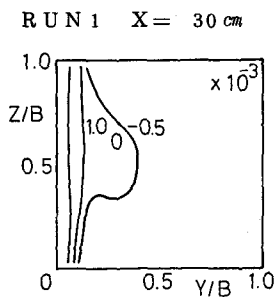
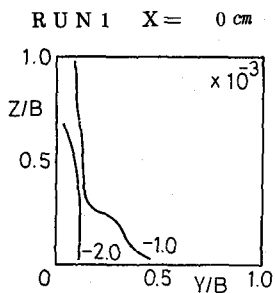


図5 断面内の  $u'/w$  の分布

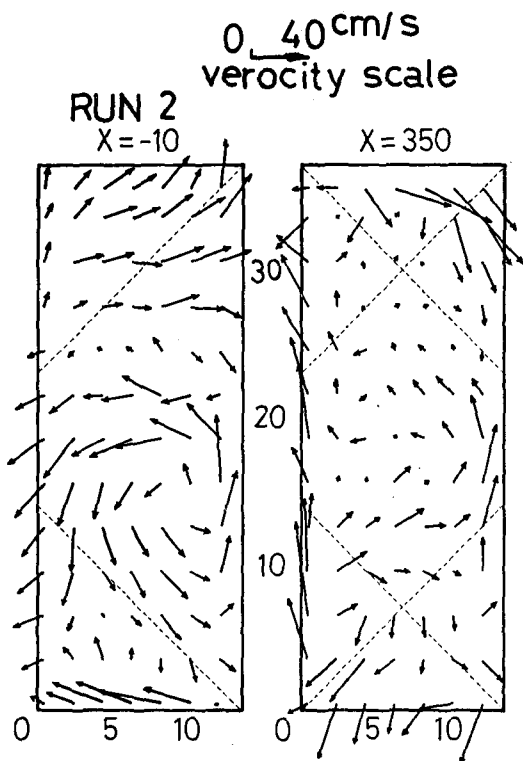
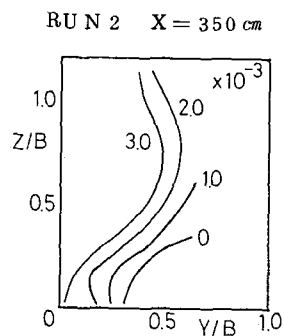
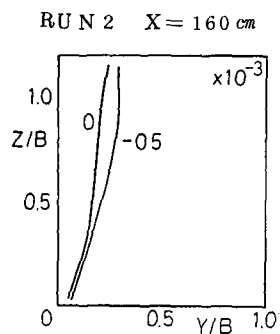


図6 断面内の2次流の分布の一例



### (3) 2次流の分布

図6に、RUN2の $X=-10$ 、および、350の2次流の分布を示す。これは、ホットワイヤーの生の実測値に対し、連続の式による補正を行なったものである。RUN2の場合、 $45^\circ$ の線に沿って、2次流が分布しており、2次流関係のいくつかの研究<sup>6)</sup>で示されるものと、同様の結果が得られている。

今後は、流下方向のいくつかの断面での、2次流の発生状況も、調べてみたい。

### 4. 境界層理論による壁面上のせん断力算定

本研究と似たケースの場合の3次元解析がいくつか行なわれている。<sup>4) 5)</sup> しかしながら、これは、流下方向に関する諸量の追跡ができず、なおかつ、ある程度、2次流の発達した断面でないと、解析はできないのが実情である。そこで、こうした流れを考えるうえで、境界層理論に基づく解析を試みた。これは、急変流において、実績のあるせん断力算定法であって、<sup>1) 2) 3)</sup> 2次元流れにおいては、十分適用できる。

図4の $u'w'$ の分布から、流入後、ある程度の距離までは、等 $u'w'$ 線は、角近傍を除いて、ほぼ平行に並んでおり、側壁上のせん断力算定の場合、図7の概念により、2次元解析が可能であると考えられる。

さて、図7の概念から得られる、任意のZ断面における流れの概念を図8に示す。図中の①が、実際の流れの状況であり、②が境界層流れである。①のような流れの生じる大きな要因のひとつに、2次流の存在が考えられるが、オーダー的には、角近傍を除いて、主流よりは十分小さいといえる。そこで、図8のように主流速 $U$ 、境界層厚 $\delta$ を定義すれば、境界層内部において、①の流れと②の流れは一致する。以下の計算は、①の流れが、反対側の壁の影響を受けない範囲でのみ適用できることを明記しておく。

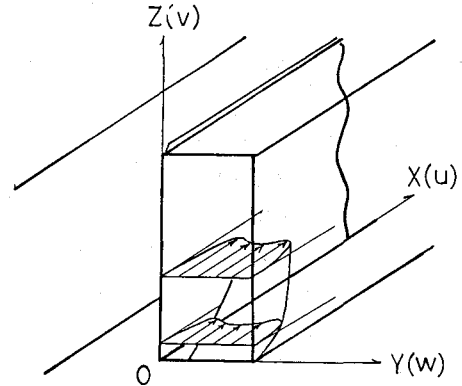


図7 2次元解析の概念

主流方向の2次元運動方程式は次式で示される。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1)$$

一方、連続の式は、次式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

また、近似的に、①の流れと②の流れは一致しているとみなして、断面全体にベルヌーイの定理を適用すると、

$$U \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3)$$

(2)、(3)式を(1)式へ代入し、 $0 \leq y \leq \delta$ で積分すると、カルマンの運動方程式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial x} (U^2 \theta) + \delta^* U \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\tau_0}{\rho} \quad (4)$$

$\delta^*$  : 排除厚  $\theta$  : 運動量厚  $\tau_0$  : 壁面せん断力

一方、 $0 \leq y \leq \delta$ 内での流速分布は、次式のベキ乗則が成立する。

$$u = U \left( \frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{滑面で } n=7) \quad (5)$$

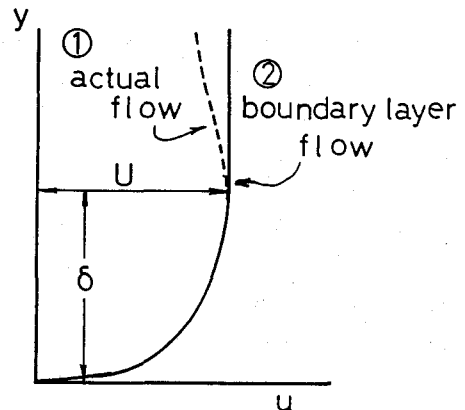


図8 任意のZ断面での流れの場合

(5) 式により、(4) 式は、次のように簡略化される。

$$\frac{n}{(n+1)(n+2)} U^2 \frac{\partial \delta}{\partial x} + \frac{3n+2}{(n+1)(n+2)} \delta \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\tau_0}{\rho} \quad (6)$$

一方、セン断力は、Manning-Strickler の抵抗則から、次式で決定される。

$$\tau_0 / \rho = f / 8 \cdot U_\theta^2 \quad (7)$$

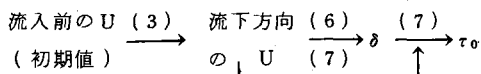
$U_\theta$  : 運動量厚上の流速

$$f = 0.136 (ks / \delta)^{1/3}$$

$$ks^{1/6} / (n\sqrt{g}) = 7.66 \text{ (m s 単位)}$$

$ks$  : 相当粗度  $n$  : マニング数

(6) 式、(7) 式を連立させると、以下に示す手順により、流下方向の  $\tau_0$  と  $\delta$  が算定される。



計算結果の一例を図 9・10 に示す。

## 5. 2次元解析の適用限界

前述のとおり、等  $u'w'$  線が、壁面とほぼ平行なところは、2次元流れと見なすことができ、前述の計算が可能となる。角近傍の状況を察すると、全断面に対し、この計算は困難である。こうした計算の適用限界を考える一つの手段として、断面内の混合距離の分布を調べてみた。

なお、混合距離は、実測値をもとに、次式で求めた。

$$ly = \sqrt{-u'w' / \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|}$$

$$lz = \sqrt{-u'v' / \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right|}$$

混合距離分布の一例を図11に示す。等混合距離線を見ると、壁とほぼ平行に並んでおり、流れは2次元とみなせると考えられる。こうしたことから、混合距離の分布が流れの2次元解析の適用の可否のひとつの目安と考えられるが、今後、より一層の洞察を行なう予定である。

——  $y$  方向の混合距離

-----  $z$  方向の混合距離

参考文献

図11 混合距離の断面内分布

- 1) 片山・吉川・福井「段落ち部近傍の底面セン断力」(土木学会論文集1984 2月号)
- 2) 橋本・吉川・福井「開水路流れ急縮部の底面セン断力の一評価法」(土木学会論文集 投稿中)
- 3) 村重・吉川・福井「鉛直落下噴流による流水の減勢効果」(第28回水理講演会)
- 4) A. O. DEMUREN & W. RODI J.F.M. vol 140 P189
- 5) F. B. GESSNER etc F. I. S. on T. S. F
- 6) 富永「開水路流の乱流構造に及ぼす側壁の効果について」(第39回年講)

$\tau_0$  は、壁面近傍の  $U'w'$  の実測値

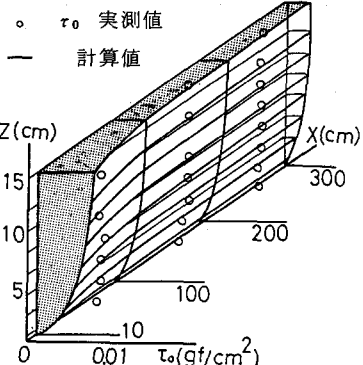


図9 流下方向の壁面セン断力分布

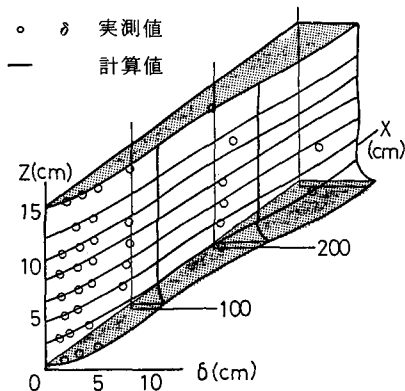


図10 流下方向の境界層の発達

