

高 Reynolds 数の流れにおける乱れエネルギーのスペクトル特性 Spectral Properties of Turbulence at High Reynolds Numbers

九州大学工学部 正 員 椿 東一郎
九州大学工学部 正 員 小 松 利 光
九州大学工学部 正 員 柴 田 敏 彦
九州大学大学院 学生員 松 本 泰 司

1. ま え が き

乱れの波数空間において、その中・高波数帯に局所等方性とみなされる平衡領域が存在し、慣性領域ではスペクトルの $-5/3$ 乗則が成立することが良く知られている。粘性域についても著者らが $-13/3$ 乗則^{1),2)}を提唱して以来、いくつかの室内実験で $-13/3$ 乗則が成立することが報告されている。^{3),4),5)}

一般に次元解析や物理的考察により推測されたスペクトル関数型の妥当性を確かめるためには、べきの勾配が実験結果と一致するだけでなく、スペクトル定数が広範な条件のもとに一義的に決められていることが必要である。 $-5/3$ 乗則については Bradshaw⁶⁾や Townsend⁷⁾が従来の実験・実測結果を整理して、データに相当のばらつきはあるものの、一応スペクトル定数 $A_{5/3} = 0.50 \pm 0.05$ を与えている。一方、粘性域については著者ら⁸⁾が開水路乱流や格子乱流の実験を行ない、 $-13/3$ 乗則のスペクトル定数 $A_{13/3}$ と $A_{5/3}$ との間の一義的な関係を求めている。しかしながら室内実験のため乱流 Reynolds 数 $Re_t = \sqrt{u^2} l / \nu$ ($\sqrt{u^2}$: 流れ方向の乱れ強度, l : 積分スケール, ν : 動粘性係数) が比較的小さいデータのみに依っていること、また従来の $A_{5/3}$ の値にも不確実性が残っていることなどから、正確な $A_{13/3}$ の値を確定するには至っていない。

ところで、最近の乱流が関係した研究において、粘性逸散率 ϵ をどう算出するかが大きな課題となっている。従来より ϵ の算出に際しては(i)慣性域のスペクトルの $-5/3$ 乗則から逆算する方法や(ii)等方性乱れを前提として逸散スペクトル $k^2 F(k)$ を波数空間で積分する Dryden の方法が用いられてきた。 $-5/3$ 乗則がきれいに成立しているときは(i)は有力な ϵ の算出法であるが、 Re_t 数が小さい流れでは $-5/3$ 乗則が成立しない場合も多く、密度勾配の存在する流れでも低波数側のスペクトルは浮力の影響を受けて変形し、慣性域までその影響を受けることが多い。^{1),5),9)} また表面波や内部波の近傍でも波の引き起こす orbital motion によりスペクトル形が変形し、 $-5/3$ 乗則が成立しない場合もみられる。このような場合は(i)の方法は使えない。(ii)の Dryden の方法も密度効果を受けると乱れの非等方性が強くなること、また高波数側の noise の影響を直接受けて過大評価し易いなどの理由で厳密に使えない場合も多い。一方、粘性域の $-13/3$ 乗則は生成域や慣性域のスペクトルと異なり、高波数のため、浮力や波の影響を受けずに成立する¹⁾ ことから成層流や波の近傍においても ϵ の算出に応用することができる。そのためにはスペクトル定数 $A_{13/3}$ の正確な決定が望まれている。

このような背景から、今回 Re_t の大きな流れの測定を試み、遠賀川河口堰での実測を1984年10月23～24日にかけて行なった。最近の乱流計測技術の発達によりスペクトルの粘性域の測定自体はそれ程難しくはないが、実測の場合乱れが広い波数成分に拡がっており、エネルギーも慣性域と粘性域だけでも6 decade に渡っていること、また最終的な目標を $A_{13/3}$ の値の決定においていることなどから、できるだけ高い $S-N$ 比のデータを得るため、いくつかの新しい測定方法を採用した。本論文は、これらの実測結果から得られた高い乱流 Reynolds 数の乱れのスペクトルの平衡領域の特性について考察を加えている。

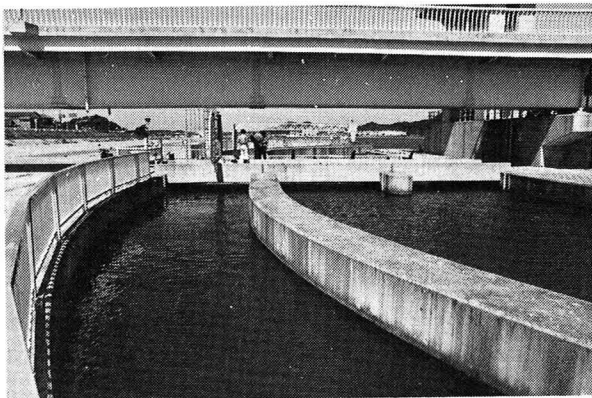
2. 遠賀川河口堰と現地計測の概要

2.1 遠賀川の河口堰について

遠賀川は馬見山(標高978 m)に源を発し、筑豊炭田を東北に貫流し、直方市に至って大分県境英彦山を水源とする支川彦山川を合せ、更に犬鳴川等の支川を合せて北部九州を北上し、響灘に注いでいる一級河川

である。遠賀川河口堰は河道の洪水疎通能力の増大と塩害の防除を計ると共に、新規都市用水の確保を図るため、河口より2.0Km地点に設置されており、幅は約517mである。この河口堰の側岸に魚を通過させるための魚道が設置されており、常時放流されている。

今回の乱れの計測はこの魚道の流れを対象にして行なわれたが、ここを測定地点として選んだ理由は以下のようである。(i)乱れの計測にhot film流速計を用いたが、hot film流速計を用いる際の大敵は気泡と水の汚れであり、特に気泡には細心の注意が要求される。この河口堰で一担湛水された河川水が魚道を通して流れて来るわけであるが、湛水されてほぼ静止している間に気泡は上昇して除去されていることが期待される。(ii)魚道(写真-1)は、断面がきれいな矩形となっており好都合である。(iii)魚道の流量は下流側に設けられた3段の可動堰により行なわれるが、上流の水位はほとんど変化しないため、堰の上下により希望する流速が得られる。



2.2 計測条件と計測方法

計測を行なった魚道(図-1)は幅3.5m、高さ1.8mでゆるくカーブしているが測定地点の上流約5mは直線水路となっている。今、座標を水表面を原点として流れ方向x、鉛直下向きにz、奥行方向にyとする。水深は下流の堰の上下により若干異なるが約 $h=1\text{m}$ 、平均流速は $U=10\sim20\text{cm/s}$ である。平均

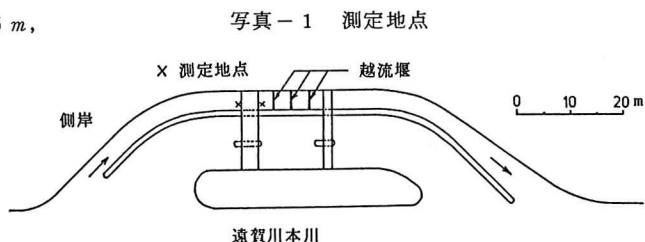


図-1 魚道平面図

均流速や乱れの測定には1日目は日本科学工業社製1方向コニカルhot filmプローブ(受感部の大きさ約0.5mm)を用い、2日目はDISA社製V型2方向hot filmプローブ(受感部の大きさ約2mm)を使用して、乱れ u 、 w を測定し、また軸方向に 90° プローブを回転させて乱れ u 、 v を測定した。測線は側壁から水路幅の1/3程度のところに固定し、水深方向に $z=0\sim45\text{cm}$ とした。断面平均のReynolds数は $Re=\bar{U}h/\nu=94,000\sim187,000$ で水温は測定期間中ほとんど変わらず $T=18.0^\circ\text{C}$ であった。

この実測ではデータのS-N比を高めるため、平均流速を求めるためのデータ(a)と乱れの成分を精度良く求めるためのデータ(b)、そしてエネルギーレベルの低い高周波(高波数)成分だけを取り出すデータ(c)に分けて収録した(図-2)。すなわち、(a)のデータはhot film流速計(CTA)からの生のデータで、(b)のデータは平均量を差し引いた乱れの成分だけを取り出し、データレコーダの許容入力範囲ぎりぎりまで増幅(1~3倍)して収録した。また(c)のデータは高周波の乱れの特性を精度良く得るためにエネルギーレベルの高い低周波の成分をhigh-pass filterで除去した後、やはりデータレコーダの入力範囲ぎりぎりまで増幅(10~40倍)して収録した。(b)、(c)のデータについてはモニターとして2ch

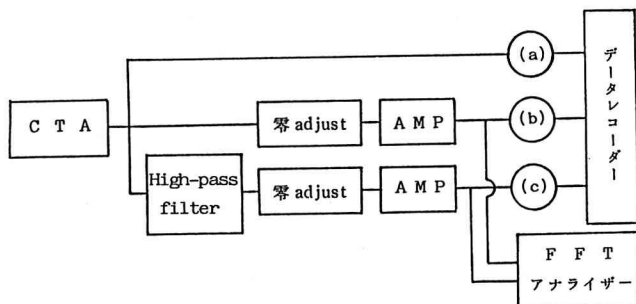


図-2 データの収録方法

FFT Spectrum Analyzer (小野測器製) に入力させ、displayされたスペクトルを見ながら high-pass filter の cut の境界を決定した。測点によって多少変わるが多くの測点で 10Hz を採用した。ここで使用した high-pass filter は active filter で内部にコンデンサーを使用しているため、周波数により位相特性に違いが生じる。これは 1ch だけの測定の場合は問題ないが 2ch の場合は両データの加減から $u, v(\omega)$ を求めるため無視できない。したがってこの問題を避けるため両 ch に全く同じ構造の high-pass filter を使用して、同じ周波数に対しては同じ位相特性の変化が得られるようにした。

2.3 データ処理

データレコーダーに収録されたデータの時系列の 1 例を図-3 に示す。これらのデータは A-D 変換の後、統計処理された。サンプリング間隔は $\Delta t = 1/375$ sec, データ個数は 1 測点につき $N = 16,384$ 個である。

スペクトルは FFT 法で計算し、周波数空間から波数空間への変換は Taylor の凍結乱流の仮定を用いた。得られたスペクトルの 1 例を図-4 に示す。(b), (c) のデータにより高波数のスペクトルが精度良く得られていることが良くわかる。

なお、測定 1 日目は川上から川下への風が強く、その為風波が生じられ、その波が魚道に進入・伝搬していた。2 日目はほぼ無風状態であった。後にデータを解析して初めて明らかとなったのであるが、1 日目のデータは波によって引き起こされた orbital motion によりスペクトルの慣性域に相当する領域に顕著なピークが見られ、 $-5/3$ 乗則の成立が明らかでなかった。そこで本論文で用いたデータは全て波の影響のない 2 日目の V 型 hot film を用いて測定したデータを採用した。

3. 実測結果とその考察

3.1 平衡領域のスペクトル

測定断面の平均流速分布は $z = 0 \sim 45\text{cm}$ の範囲でしか測定していないので全体像は良くわからないが、測定された範囲ではほぼ一様の流速分布を示していた。(b), (c) のデータより得られたスペクトルを high-pass filter の cut の境界よりやや高波数の両者のスペクトルが良く一致する領域で連結し、低波数側を (b) から計算されたスペクトル、高波数側を (c) から計算されたスペクトルで表わせば広い波数域に渡る高精度のスペクトルが得られる。 u のスペクトルの代表的な 1 例を図-5 に示す。慣性域で $-5/3$, 粘性域で $-13/3$ の勾配と良く一致している。このときの乱流 Reynolds 数は $Re_t = 1,525$ であるが高 Re_t 数のスペクトルの特徴として $-5/3$ 乗則の慣性域が広い波数帯 (およそ 2 decade) に渡って成立していることが注目される。他の測点のスペクトル ($Re_t = 964 \sim 3,343$) も同様であった。

3.2 慣性域の $A_{5/3}$ と粘性域の $A_{13/3}$ の間の関係

スペクトルの平衡領域では ε と ν が支配パラメーターであることから ε と ν で無次元化されたスペクトルと波数は単一曲線で普遍表示されることになる。したがって、粘性域で著者らが提唱している $-13/3$ 乗則

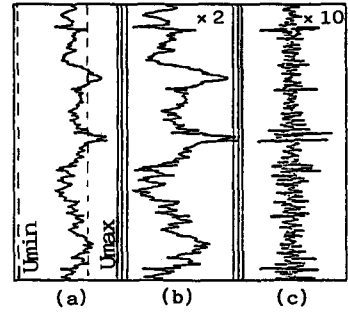


図-3 乱れ変動の計測データ

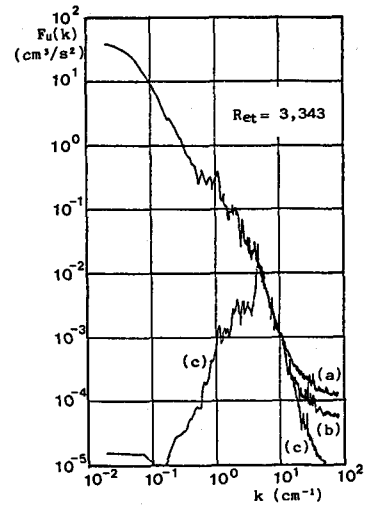


図-4 乱れのスペクトルの 1 例

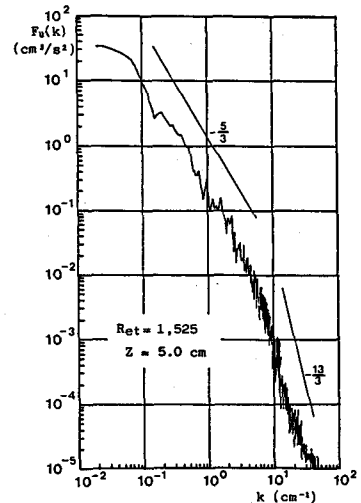


図-5 u -変動のスペクトル

$$F(k) = A_{13/3} \varepsilon^{4/3} \nu^{-2} k^{-13/3} \quad (1)$$

が普遍的に成立するならば、上述のように波数 k のべきがスペクトルの勾配と一致するだけでなく、 $-13/3$ 乗則のスペクトル定数 $A_{13/3}$ が慣性域の $-5/3$ 乗則のスペクトル定数 $A_{5/3}$ と一義的に結びつけられなければならない。

今、流れ方向 u の慣性域のスペクトル

$$F_u(k) = (A_{5/3})_u \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (2)$$

を用いて、 ε に比例する量 χ を次のように定義する。

$$\chi = (A_{5/3})_u^{3/2} \varepsilon = \{ k^{5/3} F_u(k) \}^{3/2} \quad (3)$$

u -変動のスペクトルの慣性域に属する 1 点の k と $F_u(k)$ を読み取り (3) 式に代入すれば各測点ごとの χ の値が算出される。

粘性域の $-13/3$ 乗則の式 (1) を変形し、 ε の代わりに χ を用いて表わすと次式のようになる。

$$k^{13/3} \nu^2 F(k) = A_{13/3} \varepsilon^{4/3} = \{ A_{13/3} / (A_{5/3})_u^2 \} \chi^{4/3}$$

u -変動のスペクトルについては、定数 a を次のように定義する。

$$a \equiv (A_{13/3})_u / (A_{5/3})_u^2 = k^{13/3} \nu^2 F_u(k) / \chi^{4/3} \quad (4)$$

u -変動のスペクトル図の粘性域に属するデータから 1 つのスペクトルにつき 1 点の k と $F_u(k)$ を読み取り (4) 式に代入して a の値が求められる。各々の u のスペクトルから求められた a の値は若干の散らばりはあるがほぼ一定値となっており、16 個の平均を取ると

$$a = 0.047 \pm 0.010$$

すなわち、 $(A_{5/3})_u$ と $(A_{13/3})_u$ の間の関係は次のようになる。

$$(A_{13/3})_u = (0.047 \pm 0.010) (A_{5/3})_u^2 \quad (5)$$

この関係は、著者⁸⁾が開水路乱流や格子乱流、また振動格子乱流の数多くの実験から得た結果と良く一致している。 a が一定値となることから Re_t 数の大きい乱れでも粘性域で (1) 式の $-13/3$ 乗則が良く成立していることがわかる。

k と $F_u(k)$ を χ と ν で無次元表示して図-6 に示す。若干の散らばりはあるがほぼ 1 本の線で普遍表示できることがわかる。なお、勾配は慣性域で $-5/3$ 、粘性域で $-13/3$ にきれいに一致している。

3.3 乱れの局所等方性について

Kolmogoroff (1941) により普遍平衡理論が提唱されて以来局所等方性は乱流理論の重要な根幹をなすものとして今日まで受け入れられて来た。しかしながら室内実験では高い Re 数の実験が容易でないことから実験による局所等方性の直接的な検証は少ない。スペクトルに関しては Grant, Stewart & Moilliet¹⁰⁾ が海峡における潮流の乱れの測定から、また Gibson¹¹⁾ が round jet の乱れの測定から各方向の乱れの慣性域のスペクトルを比較検討して、慣性域で等方性が成立することを示している。ここでは今回得られた高 Re_t 数の乱れのスペクトルから慣性域だけでなく粘性域についても局所等方性について検討を加えてみる。

等方性乱流の場合、主流方向の乱れのスペクトル $F_u(k)$ とそれに直角な方向の乱れのスペクトル $F_v(k)$, $F_w(k)$ は次式で関係付けられる。

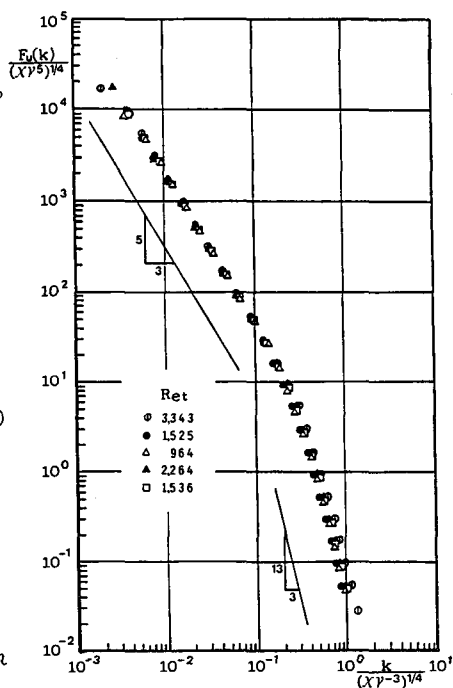


図-6 u -変動のスペクトルの無次元表示

$$\frac{d}{dk} F_V(k) = \frac{d}{dk} F_W(k) = -\frac{k}{2} \frac{d^2}{dk^2} F_U(k) \quad (6)$$

したがって u , v , w の慣性域のスペクトル

$$F(k) = A_{5/3} \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (7)$$

を(6)式に代入すると次の関係が得られる。

$$(A_{5/3})_v = (A_{5/3})_w = \frac{4}{3} (A_{5/3})_u \quad (8)$$

一方、粘性域については(1)式の $-13/3$ 乗則を(6)式に代入して

$$(A_{13/3})_v = (A_{13/3})_w = \frac{8}{3} (A_{13/3})_u \quad (9)$$

が得られる。

実測から得られたスペクトル $F_V(k)$, $F_W(k)$ を χ と ν で無次元化して図-7, 図-8に示す。多くの測点でのスペクトルがともに1つの曲線に収束して良くまとまっており、普遍関数表示されていることがわかる。これらの図には、図-6の $F_U(k)$ の無次元表示の慣性域・粘性域から得られる値をそれぞれ $4/3$ 倍、 $8/3$ 倍した値が実線で記入されている。慣性域では v, w のスペクトルはともに実線と良く一致しており(8)式が成立していることがわかる。粘性域については $F_W(k)$ は良く一致しているが、 $F_V(k)$ はやや小さめとなっている。計算から求めると $(A_{13/3})_v / (A_{13/3})_u \approx 2.0$ 程度で $8/3$ よりはやや小さい。この原因は今のところ明らかではないが、全体としては慣性域・粘性域の平衡領域では局所等方向性が良く成立していることがわかる。

特に慣性域は $F_V(k)$, $F_W(k)$ ともにおよそ 2 decade に渡って(8)式を満足する $-5/3$ 乗則が成立している。これは Re_t 数の小さい室内実験から得られる v, w のスペクトルではほとんど(8)式が成り立たず、 $-5/3$ 乗則も狭い波数域でしか見られないことを考え併せると非常に興味深い。

4. むすび

乱流 Reynolds 数 Re_t の大きい乱れの場合を求めて遠賀川河口堰まで出向き、乱れの測定を行なった。測定した場所が魚道だったため hot film プローブのそばで時折魚影が見かけられた。魚が hot film プローブに衝突するなどのハブニングはなかったが、様子のよくわからない水中に高価なプローブを設置しなければならないためスリルな富んだ測定となった。スケールの大きい流れの特徴を生かすため、低波数側の乱れの測定も試みたが、水中の気泡や汚れが hot film へ付着するため、2分以上の連続測定は困難だった。また、進入して来る風波をどうすることもできなくて、その影響でデータの半分はダメにしまった。ただ、条件の整った室内実験でも操作がそれ程容易とは思えない hot film プローブを屋外で使用した割には良いデータが得られたと思っている。

本研究で得られた主要な結論は以下のようである。

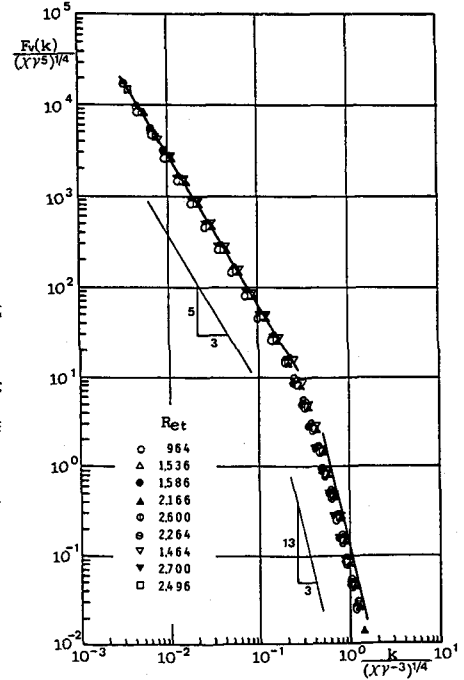


図-7 v-変動のスペクトルの無次元表示

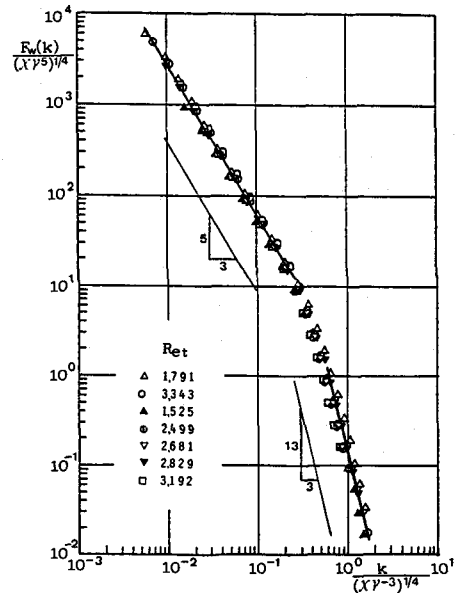


図-8 w-変動のスペクトルの無次元表示

- (1) 平衡領域の波数領域だけでも 6 decade に渡って乱れエネルギーが分布しているにもかかわらず, high-pass filter やアンプを組み合わせることによって高波数まで精度良く測定することができた。
- (2) 乱流 Reynolds 数 Re_t の大きい乱れでもスペクトルの慣性域では $-5/3$ 乗則, 粘性域では $-13/3$ 乗則が良く成立する。特に慣性域の $-5/3$ 乗則は広い波数域に渡って成り立っている。
- (3) スペクトル定数 $(A_{5/3})_u$ と $(A_{13/3})_u$ の間の一義的な関係が次式のように得られた。

$$(A_{13/3})_u = (0.047 \pm 0.010) (A_{5/3})_u^2$$

これは格子乱流や開水路乱流・振動格子乱流などの室内実験から得られた結果と良く一致する。

- (4) 各方向の乱れのスペクトルの比較検討から, 乱れの局所等方性が慣性域から粘性域に渡る広い波数域で成立していることが確認された。

最後に, 九州大学工学部松永信博助手には種々の貴重な助言を受けた。実測に際して献身的な協力を惜しまなかった大学院生仲敷憲和・大串浩一郎の両君にも深甚なる謝意を表します。

また, 建設省遠賀川工事事務所河口堰管理支所(笹原一徹支所長)の皆様には終始色々な便宜と御協力を願った。ここに記して各位に深甚なる謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 椿東一郎・小松利光: 成層密度噴流における乱れおよび密度変動のスペクトル特性, 土木学会論文報告集, No. 268, 1977.
- 2) 小松利光・椿東一郎: 平衡領域における乱れおよび Reynolds 応力のスペクトルについて, 九大工学集報, 第 50 巻, 第 4 号, 1977.
- 3) 椿東一郎・小松利光・下田五郎: 2 層境界面における内部波と乱れに関する実験的研究, 第 25 回水理講演会論文集, 1981.
- 4) 加藤始・中野晋・池田高則: 下層 2 層流の実験(2), 第 29 回海岸講演会論文集, 1982.
- 5) 鶴谷広一・中野晋・戸秀久: 吹送流による密度界面の混合と乱れ特性, 第 31 回海岸講演会論文集, 1984.
- 6) Bradshaw, P: Conditions for the Existence of an Inertial Subrange in Turbulent Flow, N. P. L. Aero Rep., 1220, 1967.
- 7) Townsend A.A.: The Structure of Turbulent Shear Flow, 2nd edition, Cambridge University Press, pp.93~99, 1976.
- 8) 椿東一郎・小松利光・柴田敏彦・松本泰司: 平衡領域における乱れエネルギー・スペクトルのスペクトル定数, 土木学会第 39 回年講, 1984.
- 9) 椿東一郎・小松利光・八尋明彦: 成層せん断流における乱流構造, 第 26 回水理講演会論文集, 1982.
- 10) Grant, H.L., Stewart, R. W. & Moilliet, A.: Turbulence Spectra from a Tidal Channel, J.F.M., vol. 12, 1962.
- 11) Gibson, M.M.: Spectra of Turbulence in a Round Jet, J.F.M., vol. 15, 1963.