

# 砂州を有する蛇行水路内の3次元流れ Three Dimensional Flow over Alternating Bars in Meandering Channels

東京大学大学院 学生員 池 谷 毅  
東京大学工学部 正 員 玉 井 信 行

## 1. 緒論

河川では蛇行と呼ばれる交互に向きを変える湾曲した河道形状を見ることが多い。湾曲部における流れを理解することは治水、利水上重要課題である。しかしながら、蛇行河道内の流れは河道法線の曲がりど、それに伴う砂州の存在により3次元的な複雑なものとなるため、現象の理解や再現が十分になされているとは言えない。

本研究では理想化された砂州を有する蛇行水路内の3次元流れを、実験と数値計算を通じて理解を深めることを目標とする。実験では理想化された砂州を有する水路で流速及びレイノルズ応力の分布を計測し、これらの遷移過程の特徴に考察を加える。また数値計算では、一般曲線座標系と $k-\epsilon$ モデルを用いて支配方程式を表現し、差分法を用いてこれを解き、実験結果と比較し解析手法の有効性・限界について考察する。

## 2. 実験

2.1 目的 砂州を有する蛇行水路内の流速分布に関する実験としては、Yen, C. L. (1967), 長谷川(1983)等の研究があり、水位、流れ方向及び横断方向の流速分布等が測定されている。本研究ではこれらの他に、水深方向の流速分布及びレイノルズ応力の計測を行い、乱れ成分をも含んだより詳細な

情報を得ることを目的とする。

2.1 実験水路 実験水路の概要及び実験に用いる座標系を図-1に示す。水路平面形状は木下(1981)が用いたものと同じものであり、中心線は最大偏角 $20^\circ$ 、蛇行長160cmのsine-generated curveとし水路幅は20cmである。勾配は蛇行帯軸に沿って1/1000であり河床形状は池田ら(1976)を参考に $h_s = -1.0 \sin(2\pi s/L)$ cmとした。河床はモルタル製ベンキ塗装で、側壁はプラスチック製である。

2.3 実験条件・実験方法 流量は3l/sであり、単位蛇行部の入口と出口とで水深が等しくなるように調節し、測定は上下流の影響の少ない水路中流部分で行った(図-1)。平均水深は約5.2cmである。測定項目は水位と流速である。水位の測定にはポイントゲージを用い、図-1に示した9断面で横断方向に2cm間隔で行った。流速計測には熱膜流速計を用い、センサーには2成分の流速測定ができるスプリット型を用いた。計測は9断面各54-58点合計505点で行った。レイノルズ応力の測定方法としては津津・中川(1982)の用いた方法と同様の方法を用いた。すなわち、2成分センサーを3通りに回転させて測定し、これらからレイノルズ応力を求めた。測定した流速はデータレコーダーを用いて記録し、100HZで30秒間AD変換した後、種々の処理を行った。

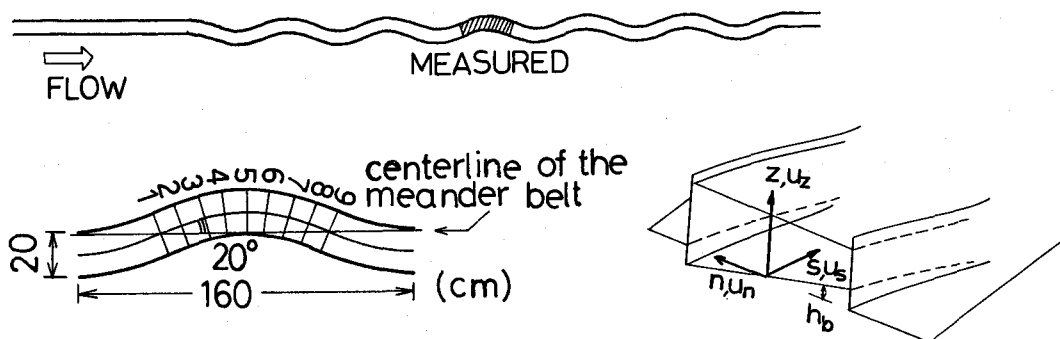


図-1 実験水路及び実験に用いた座標系

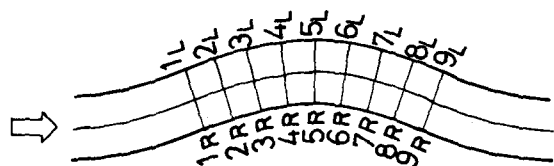
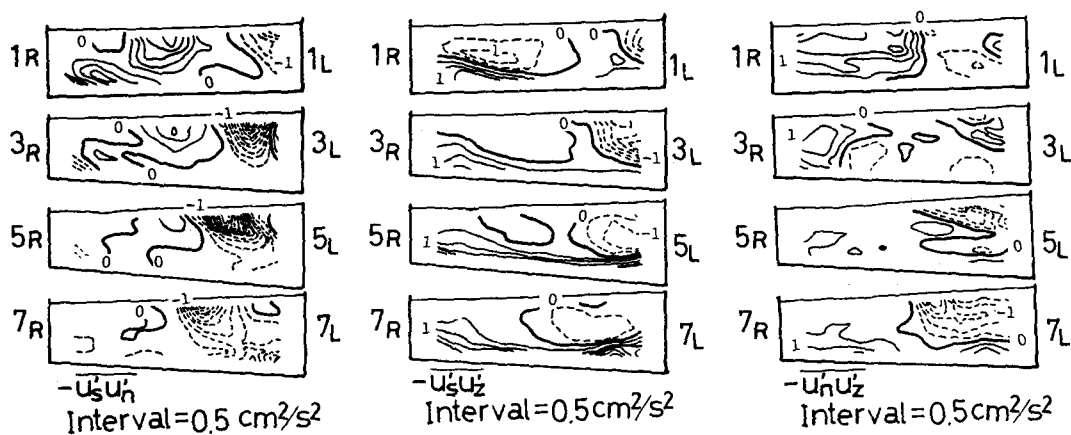
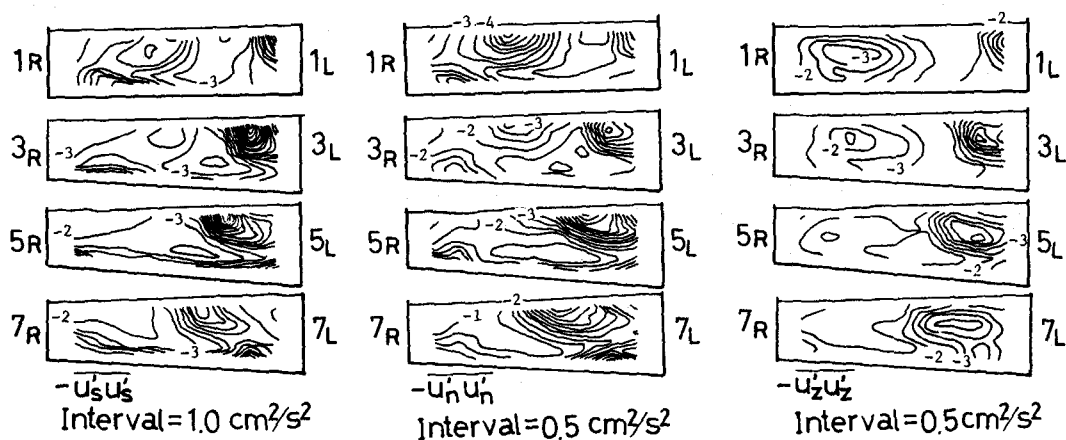
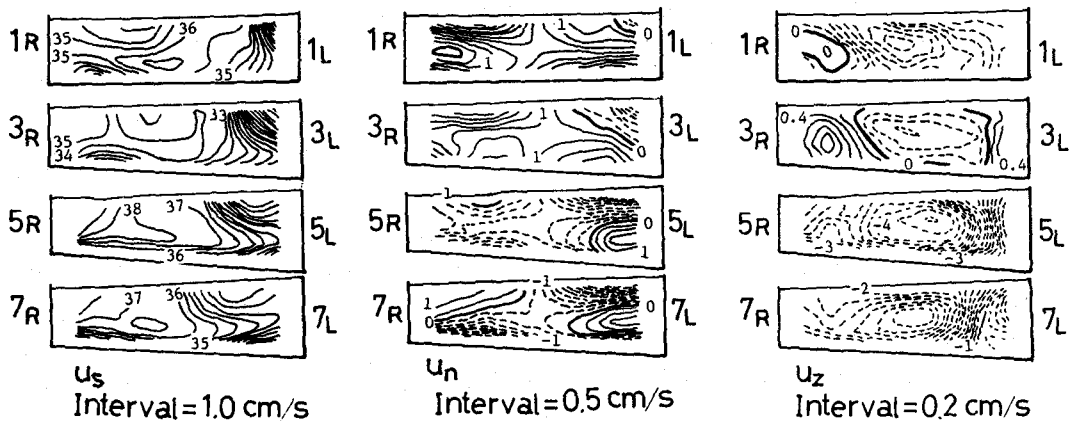


図-2 平均流速及びレイノルズ応力の等値線(実験値)

2.4 実験結果 測定した流速分布及びレイノルズ応力分布の等値線を代表的な断面について図-2に示す。

始めに $u_s$ の分布をみると、 $u_s$ は湾曲の入り口部では水路中央部、頂部で内岸側、出口部で再び中央部に大きな値が出現する。外岸では、水面付近で特に流速が小さく、また水深中央部には水路中央部からの高速域の張りだしが存在し、水深方向にも横断方向にも大きな速度勾配がある。このため水路中央部から外岸にかけては同一鉛直線上で最も流速の大きな点は水深の中心より下に出現している。

次に $u_n$ の分布をみると、等値線の間隔は断面6-8にかけてこみ合い、湾曲の頂部を過ぎてから発達する。また、この水域の外岸部では、水深中央部で外岸向き、水面付近と底面付近で内岸向きとなり、また内岸部では、水面付近で外岸向き底面付近で内岸向きとなる。湾曲の入り口では、この分布が逆の傾向にあり、先行する湾曲の影響が残っていることがわかる。

また $u_z$ の分布についても $u_n$ と同様に頂部を過ぎてから発達し、相対的に水路中央部で下向き両岸で上向きとなる。今回の実験では、断面5-7にかけて絶対値が大きくなっている。これは、センサーの設置がわずかに傾いていたためであり、主流速の分布がほぼ一様であるため、全体のパターンには大きな影響を与えないと考える。

$u_n$ と $u_z$ の分布をみると、二次流の発達した水域では図-3に示した2重のセルパターンが存在することがわかる。この分布形は、長方形断面での実験も含めて従来行われた蛇行水路内の流れの実験(Yen, B. C. (1965), Yen, C. L. (1967), 玉井ら(1982), 木下(1981))においてもみられる。しかしながら、管路で行われた実験(Yen, B. C. (1965)のair model, 池田ら(1984))ではこの分布がそれほど顕著には

現れていない。現在のところ、この差異の原因については不明な点が多いが、開水路においては管路に比べて最大流速の出現する位置が水面下に大きく下がるため、遠心力の分布が変化するのではないかと考えている。

さらに $-\overline{u_s' u_s'} - \overline{u_n' u_n'}$ の分布をみるとこれらの絶対値の大きな領域が湾曲の入り口付近で外岸よりの水面付近に現れ、これが頂部にかけて水路中央部に移動し拡散している。また、内岸側では、底面付近で絶対値が大きく、水面付近で小さい。また $-\overline{u_z' u_z'}$ の分布をみると $-\overline{u_s' u_s'} - \overline{u_n' u_n'}$ とほぼ同じ傾向を示すが、絶対値の大きな領域が外岸側の水面下に現れている。これは水面の存在のために水面付近では水深方向の乱れが小さくなったためと考えている。

さらに、 $-\overline{u_s' u_n'}$ は $-\overline{u_n' u_n'}$ と似たパターンを示し、外岸側水面付近に負の領域が存在しこの領域は底面と外岸の側壁との接合部に向かってのびている。また、 $-\overline{u_s' u_z'}$ は底面付近で正となるが、外岸の水面付近の領域では負となる。これは、主流速の水深方向の勾配の分布とほぼ一致する。さらに、 $-\overline{u_n' u_z'}$ については今回の実験では十分な精度が得られなかったが、大局的には、内岸側と外岸側底面付近で正、外岸側水面付近で負となる。これらのレイノルズ応力の分布においても、平均流速同様に湾曲の入口付近においては先行する湾曲の影響が残っていることがわかる。

今回の実験で得られた結果をみると、外岸側の水面付近に特徴的な分布がある。そこで、水面にパンチくずを流して可視化を行い、図-4に示すような領域に渦を観察した。この種の渦は木下(1981)により、長方形断面の水路でもほぼ同じ水域で観察されている。この水域は乱れの分布に特徴のあった領域とほぼ一致し、乱れの内部機構が水表面にあらわれたものと考ええる。

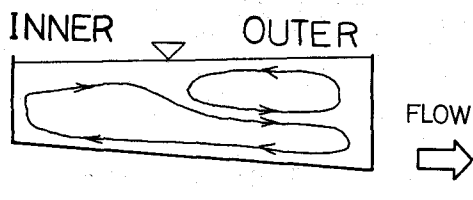


図-3 2重のセルをもつ2次流の  
パターンの模式図

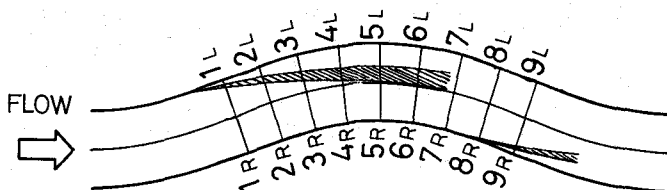


図-4 水面に渦が頻繁に出現する領域

### 3. 数値計算

3.1 目的 長方形断面をもつ蛇行水路内の3次元流れの解析は、Demuren(1983)、池田ら(1984)らによりk-εモデルを用いて行われている。ここでは砂州を有する蛇行水路内の流れを同様の手法を用いて解析を行う。

3.2 座標変換 本研究では、複雑な形状をもつ水路内の解析領域を次の座標変換により直方体領域に変換する(池谷・玉井(1984))。

$$\begin{aligned} y^1 &= \left\{ \int_0^{x^1} \frac{L}{2\pi} \cos\theta dx^1 - \frac{B}{2} x^2 \sin\theta \right\} \cos\alpha \\ &\quad + \left\{ (h_s - h_b) x^3 + h_b \right\} \sin\alpha \\ y^2 &= \int_0^{x^1} \frac{L}{2\pi} \sin\theta dx^1 + \frac{B}{2} x^2 \cos\theta \quad (1) \\ y^3 &= - \left\{ \int_0^{x^1} \frac{L}{2\pi} \cos\theta dx^1 - \frac{B}{2} x^2 \sin\theta \right\} \sin\alpha \\ &\quad + \left\{ (h_s - h_b) x^3 + h_b \right\} \cos\alpha \end{aligned}$$

ここに、 $y^1, y^2, y^3$ は直角座標系、 $x^1, x^2, x^3$ は一般曲線座標系である。その他の記号は図-5に示した。

3.3 基礎方程式及び解析手法 基礎方程式及び解析手法に関しては、基本的にはDemuren(1983)のものを応用している。ここでは、従来から行われていることに関しては詳しい記述を避ける。

支配方程式は連続式及び定常状態に対するレイノルズ方程式である(例えば玉井(1979))。

$$u^i_{;i} = 0 \quad (2)$$

$$(u^i u^j)_{;j} = - \left( Gy^3 + \frac{p}{\rho} \right)_{;i} - \overline{(u^i u^j)}_{;j} \quad (3)$$

ここに、 $u^i$  平均流速の反変成分、 $u^i$  : 変動流速の反変成分、 $G$  : 重力加速度、 $\rho$  : 密度、 $p$  : 圧力、記号 $_{;j}$  : 共変微分、 $\overline{\quad}$  : 平均操作である。

レイノルズ応力は渦動粘性係数 $\nu_t$ を用いて次式であらわす。

$$-\overline{u^i u^j} = \nu_t (u^i_{;j} + u^j_{;i}) - \frac{2}{3} \delta^{ij} k \quad (4)$$

ここに、 $k$  : 乱れの運動エネルギー、 $\delta^{ij}$  : クロネッカーのデルタである。

渦動粘性係数はk-εモデルによりあらわす。

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

$$(k u^j)_{;j} = \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} k^j \right)_{;j} + \nu_t (u^i_{;j} + u^j_{;i}) u^i_{;j} - \epsilon \quad (6)$$

$$\begin{aligned} (\epsilon u^j)_{;j} &= \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \epsilon^j \right)_{;j} \\ &\quad + c_1 \frac{\epsilon}{k} \nu_t (u^i_{;j} + u^j_{;i}) u^i_{;j} - c_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (7) \end{aligned}$$

$c_\mu = 0.09$ ,  $c_1 = 1.44$ ,  $c_2 = 1.92$ ,  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\epsilon = 1.3$ ここに、 $\epsilon$  : 乱れの逸散率、 $u_i$  : 平均流速の共変成分である。

式(2) - (7)を放物流の仮定とDemuren(1983)と同様の手法を用いて差分化し、計算を行った。なお、移流項の差分化には、QUICK (Leonald(1979))を用いている。

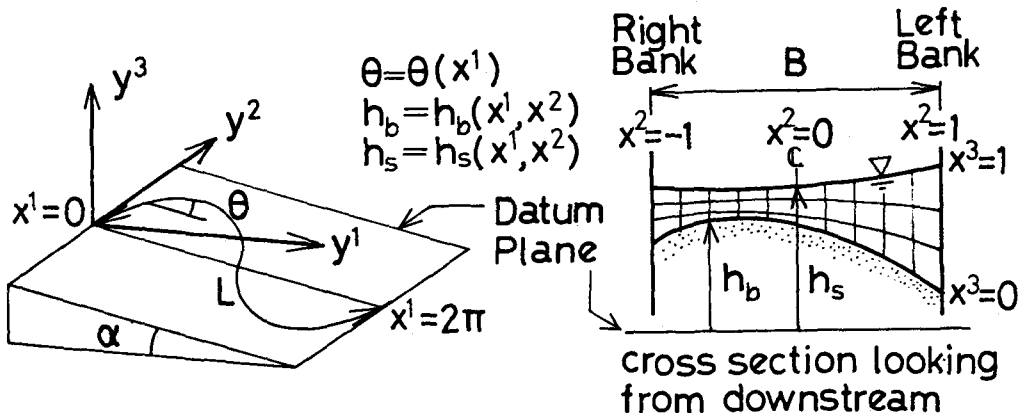


図-5 数値計算に用いた座標系

3.4 境界条件 壁面及び底面における境界条件には、wall function法を用いた。すなわち壁面に最も近いグリッドにおける値を次式で与える。

$$U/u_* = \left( \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} \right) + A_r \quad (8)$$

$$k = \frac{u_*}{\sqrt{c_\mu}} \quad \epsilon = \frac{u_*^3}{\kappa y}$$

ここに、 $U$ :壁面に平行な流速の大きさ、 $k_s$ :粗度高さ、 $A_r$ :定数、 $\kappa$ :カルマン定数、 $y$ :壁面までの距離、 $u_*$ :摩擦速度 ( $\sqrt{\tau/\rho}$ ) であり、 $\tau$ は壁面に働く応力ベクトルの壁面に平行な成分とした。

水面においては以下の条件を用いた。

$$p=0, \quad u^3=0, \quad \nu_t u^{1,3}=0, \quad \nu_t u^{2,3}=0, \quad k^3, \epsilon^3=0, \quad p=0 \quad (9)$$

計算の途中で水面を移動させることにより、 $p=0$ を満足させるようにした。

入口及び出口では周期条件を用いている。この条件は開水路流れでは等流条件に等しく、計算の過程で等流水深も算出している。

3.5 結果及び考察 実験における水利条件と同じ条件(粗度高さは2mmと仮定)に対する結果を図-6に示す。図には  $x^1, x^2, x^3$  方向の流速の物理成分、渦動粘性係数の等値線が示してある。

はじめに主流速分布についてみると、高速部の内岸へのシフト及び外岸の水深中央部付近への張り出しを表現しているが、実測値に比べるとその程度が小さい。これは開水路流れにおいては水面の存在がレイノルズ応力に強く影響するが、今回用いた  $k-\epsilon$  モデルではこれを十分表現できなかったためである。

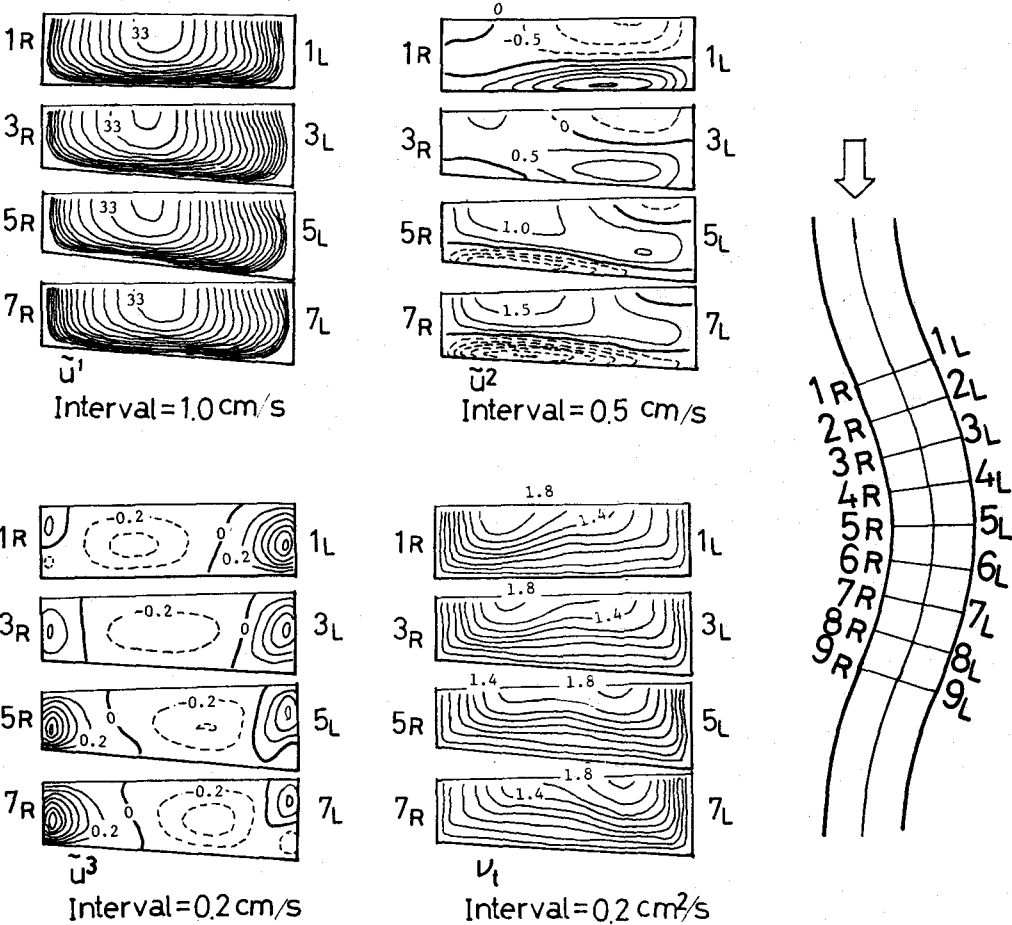


図-6 平均流速及び渦動粘性係数の等値線(計算値)

次に2次流の分布をみると、横断方向、水深方向ともに全体のパターンの変化を良く表現している。特に、湾曲外岸部の2重のセルパターンを表現できている。しかし、流速の大きさは実測値よりも小さくなっている。これは主流速の分布形状を十分表現できていないために、2次流の起動力が十分に良く表現されていないためであると考え。このように、計算結果は流れの全体パターンをほぼ再現できるが、細部の分布や流速の大きさに関しては不十分である。

最後に、渦動粘性係数の分布をみると、外岸において内岸より大きな値を取る傾向がみられ、最も大きな値は湾曲頂部付近で起こる。実験データから渦動粘性係数を計算することも試みたが、誤差が大きくそれから分布形を得ることはできなかった。

なお計算には  $x^1, x^2, x^3$  方向に  $32 \times 20 \times 10$  のメッシュを用い計算時間は東京大学大型計算機センターS810で約40分である。

#### 4. 結論及び今後の課題

実験では理想化された砂州を有する蛇行水路内の平均流速及び乱流量の分布を測定した。今回の実験水路では主流速は内岸側で大きくなった。また、外岸の水深中央で高速部の張り出しが見られ、大きな速度勾配が観察された。乱れの量もこの水域で特徴があり、水表面には渦が観察された。数値計算は  $k-\epsilon$  モデルを用いて行われた。計算結果は2重のセルパターンを表現するなど実験値を良く説明する部分もあるが、不十分な点も多い。

本研究を通じて得られた今後の検討課題を以下に述べる。実験においては、熱膜流速計の使用に際して安定度の高い較正曲線を得る事が相対的に難しい。今後、高精度の測定を行うためにはこの点を克服する必要がある。数値計算においては、今回のように幅・水深比が小さい場合には側壁と水面の存在により最大流速点が水面下に下がることを表現できるモデルの使用も必要である。また、特に実験水路で得られた結果の再現計算をする場合には、低レイノルズ数用のモデルの使用、境界条件の検討が重要であると考え。

#### 謝辞

本研究の一部は文部省科学研究費、自然災害特別研究(1)(代表岸力教授)の援助を得て行われた。記して謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) 池田・日野・吉川(1976): 土木学会論文報告集, 第255号, PP. 63-73.
- 2) 池田・田中・千代田(1984): 土木学会論文集, 第351号, II-2, PP. 77-86.
- 3) 池谷・玉井(1984): 第38回土木学会年講, II-235.
- 4) 木下(1984): 緩流部蛇行の水流相似に関する検討業務報告書, 石狩川開発建設部.
- 5) 玉井(1979): 連続体の力学(III), 彰国社, 354P.
- 6) 玉井・池内・山崎(1982): 土木学会論文報告集, 第331号, PP. 83-94.
- 7) 祢津・中川(1982): 第26回水講, PP. 241-246.
- 8) 長谷川・山岡・渡辺・笹島(1983): 土木学会北海道支部論文報告集, 第39号, PP. 191-196.
- 9) Demuren, A.O. (1983): Proc. of 20th Congress of IAHR, pp. 29-36.
- 10) Leonald, B.P. (1979): Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., 19, pp. 59-98.
- 11) Yen, B.C. (1965): Characteristics of subcritical flow in a meandering channel, Inst. Hyd. Res., Univ. of Iowa.
- 12) Yen, C.L. (1967): Ph.D. Thesis, Univ. of Iowa.