

蛇行河道三次元流の数値解析と河床変動の計算

Calculation Of Three-Dimensional Mandering Flow and Bed Topography

北大・工 ○ 森 明 巨

北大・工 岸 力

蛇行流は強い三次元性を有し、これが河床形状に大きな影響を与える。著者等(1)は、この点を重視して三次元蛇行流を求めて河床形を計算する数値解法の開発を進め、川幅が一定の場合については実験結果を良好に再現出来ることを示した。次に、この計算法を自然河川に適用することを考え、川幅が任意に変わる流れが解ける様に計算法を改良し、石狩川に適用して実測値に近い結果が得られることを確かめた。しかし、部分的に実測値と計算値が大きく異なり、その原因が高水敷上の流れを無視したためと思われたのでこの点を改良することにした。本報告では、計算結果を基に高水敷上の流れが低水路の流れと河床形状に与える効果について述べる。

1. 低水路の座標系と流れの基礎方程式

n_0 軸、 s_0 軸を図-1の様に取る。 n_0 軸は河道中心線にほぼ直交する様に取り、低水路左岸を原点とし n_0 を左岸からの距離に比例させ右岸を $n_0 = 1$ とする。 z 軸を鉛直上方を正に取る。この座標系での運動方程式および流れの連続の式を (1) ~ (4) 式で与える。

$$U \frac{\partial U}{\partial s} + V \frac{\partial U}{\partial n} + W \frac{\partial U}{\partial z} + C_v^{11} U^2 + C_v^{12} UV + C_v^{22} V^2 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial s} + 2 \frac{\partial}{\partial s} \left(\nu_t \frac{\partial U}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\nu_t \frac{\partial U}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (1)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial s} + V \frac{\partial V}{\partial n} + W \frac{\partial V}{\partial z} + C_v^{11} U^2 + C_v^{12} UV + C_v^{22} V^2 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\nu_t \frac{\partial V}{\partial s} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial n} \left(\nu_t \frac{\partial V}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial s} + V \frac{\partial W}{\partial n} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\nu_t \frac{\partial W}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\nu_t \frac{\partial W}{\partial n} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t \frac{\partial W}{\partial z} \right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{B \cos \delta \varphi} \frac{\partial B \cos \delta \varphi U}{\partial s} + \frac{1}{A \cos \delta \varphi} \frac{\partial A \cos \delta \varphi V}{\partial n} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

ここに

$$C_v^{11} = \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial s} \left(\frac{1}{\cos^2 \delta \varphi} - 1 \right) - \frac{\tan \delta \varphi}{\cos \delta \varphi} \left(\frac{1}{A \cdot B} \frac{\partial A B \sin \delta \varphi}{\partial s} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial n} \right)$$

$$C_v^{12} = \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial n} \left(\frac{2}{\cos^2 \delta \varphi} - 1 \right) + 2 \frac{\tan \delta \varphi}{\cos \delta \varphi} \cdot \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial s}$$

$$C_v^{22} = -\frac{1}{\cos^2 \delta \varphi} \left(\frac{1}{AB} \frac{\partial A B \sin \delta \varphi}{\partial n} + \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial s} \right)$$

$$C_v^{11} = \frac{\tan \delta \varphi}{\cos \delta \varphi} \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial s} - \frac{1}{\cos^2 \delta \varphi} \left(\frac{1}{AB} \frac{\partial A B \sin \delta \varphi}{\partial s} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial n} \right)$$

$$C_v^{12} = -\frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial s} + 2 \frac{\tan \delta \varphi}{\cos \delta \varphi} \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial n} + 2 \frac{1}{\cos^2 \delta \varphi} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial s}$$

$$C_v^{22} = -\frac{\tan \delta \varphi}{\cos \delta \varphi} \left(\frac{1}{AB} \frac{\partial A B \sin \delta \varphi}{\partial n} + \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial s} \right)$$

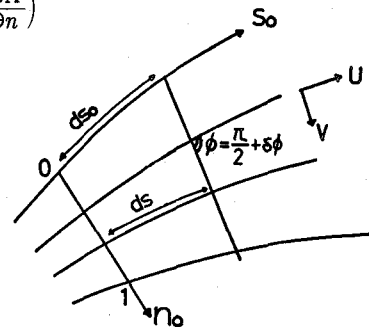


図-1 座標系の定義

U, V, W : 流速成分、 $A = ds / ds_0$ 、 $dn = B \cdot dn_0$ 、 B : $n_0 = 0 \sim 1$ 間の距離である。

2. 高水敷上の流れの計算

複断面の流れでは高水敷と低水路の流れが相互に干渉する。特に蛇行流では低水路から高水敷への乗り上がり、高水敷から低水路への戻り流れが生じ、流れに大きな影響を与えることが木下(2)により指摘されている。流れを計算するためには Reynolds stress の評価が必要である。最近の乱流モデルの進展により断面急変部の流れが、かなり正確に再現できるようになってきているが、この方法では格子点間隔をかなり小さくする必要があり、さらに、解くべき方程式が少なくとも2本は増えるため、計算機のメモリの必要量と所要計算時間が多大となるため実用的でない。本報告の計算例では格子点の間隔は、 $ds = 100 \sim 200 \text{ m}$ 、 $dn = 10 \sim 20 \text{ m}$ 、 $dz = 1 \sim 2 \text{ m}$ 、であるが、上述の乱流モデルを用いると、少なくともこれらの1/10～1/1000程度にする必要がある。

このため Reynolds stress の代数モデル(0-方程式モデル)を与えることにするが、複断面流れに関する実験的研究は、始まったばかりで、流れの構造を定式化する段階にない。そこで、本計算では以下のような簡略なモデルを与えることにした。Reynolds stress を渦動粘性係数を用いて表し、これの水深平均値を(5)式で与える。

$$\bar{u}_t = \frac{k}{6} [U_* h + V_f h_w \cdot f(\eta)], \quad \eta = |n - n_b| / h_w \quad (5)$$

ここに、 u : 摩擦速度、 h 、 h_w は図-2に示した水深、 V_f は低水路と高水敷の境界での横断方向流速、 n_b は左岸または右岸の n であり、 f は図-2中に示す関数で、 n の一次式で与える。図中の E_e は高水敷から低水路に流入するときは4、逆の場合は2を与えた。高水敷の流れには浅水流を仮定し、流速 U_f 、 V_f に関する運動方程式を(6)、(7)式で与え、計算点を図-2中に示した位置に配置した。

$$U_f \frac{\partial U_f}{\partial s} + V_f \frac{\partial U_f}{\partial n} + \frac{U_f V_f}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_f}{\partial s} - N U_f \quad (6)$$

$$U \frac{\partial V_f}{\partial s} + V_f \frac{\partial V_f}{\partial n} + C_v V^2 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_f}{\partial n} - N V_f + 2 \frac{\partial}{\partial n} \left(\nu_t \frac{\partial V_f}{\partial n} \right) \quad (7)$$

$$N = n_f^2 g \sqrt{U_f^2 + V_f^2} / h_f^4$$

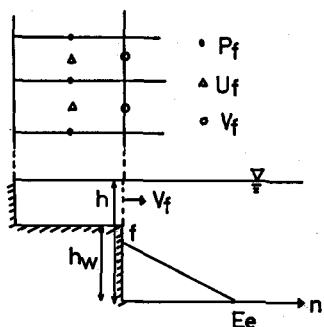


図-2 高水敷上の計算点の配置と f

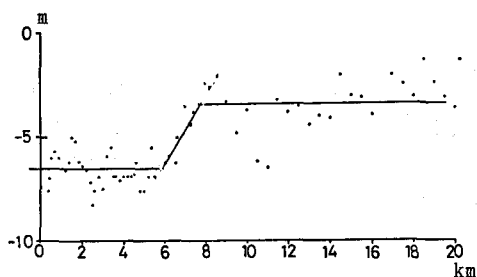


図-3 昭和56.5の平均河床高

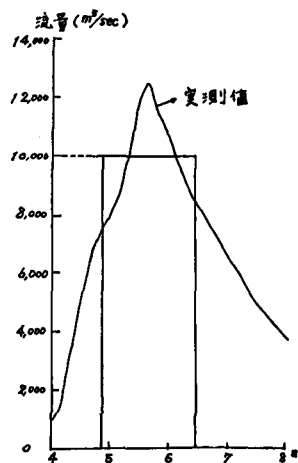


図-4 昭和56.8の洪水のハイドログラフ

3. 石狩川 (KP=0~10.6 km) への適用

図-5

計算区間の平面図と高水敷
流れのベクトル

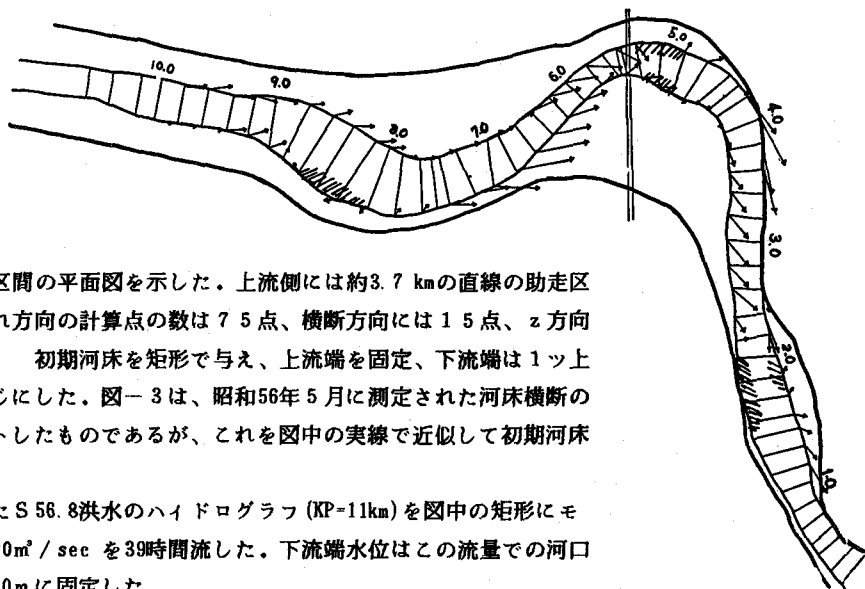


図-5に計算区間の平面図を示した。上流側には約3.7 kmの直線の助走区間を設けた。流れ方向の計算点の数は75点、横断方向には15点、z方向には9点である。初期河床を矩形で与え、上流端を固定、下流端は1つ上流の計算点と同じにした。図-3は、昭和56年5月に測定された河床横断の平均値をプロットしたものであるが、これを図中の実線で近似して初期河床とした。

図-4に示したS 56.8洪水のハイドログラフ(KP=11km)を図中の矩形にモデル化し、 $10,000 \text{ m}^3/\text{sec}$ を39時間流した。下流端水位はこの流量での河口水位の測定値 1.0mに固定した。

河床の粗度は、洪水ピーク時の河床が平坦と考えられているので相当粗度 $k_s = 2 d_m$ と置いた。 d_m は河床材料の平均粒径で0.26mmである。高水敷の粗度係数には0.06を与えた。

3-1 初期の流れの構造 (矩形断面)

高水敷上の流れ 高水敷と低水路の境界の流速ベクトルを図-5中に矢印で示した。高水敷上の流れは低水路の蛇行とは逆位相であり、堤々間を1つの流路とする流れになっている。

水位 図-6に低水路左右岸と高水敷の水位変動を示した。内岸側高水敷は低水路より水位が低くなっている。ただし、5.7km付近の低水路右岸は曲率が大きく、これに対応して低水路の水位が急減しているが、高水敷では曲率変化の影響

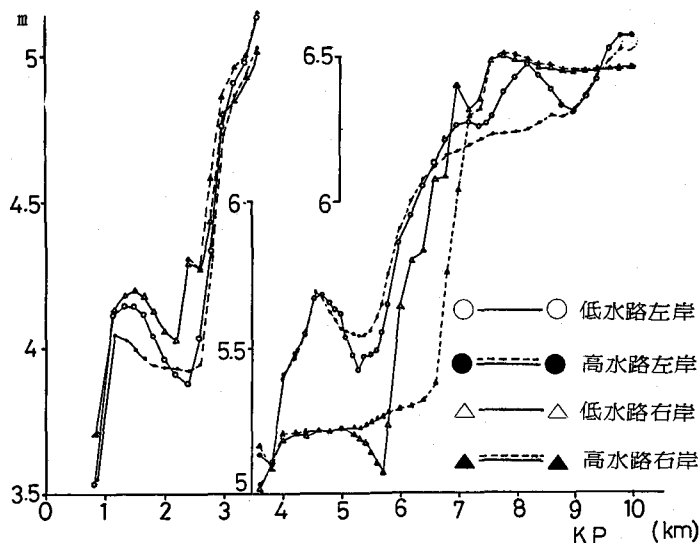


図-6 初期河床での水位

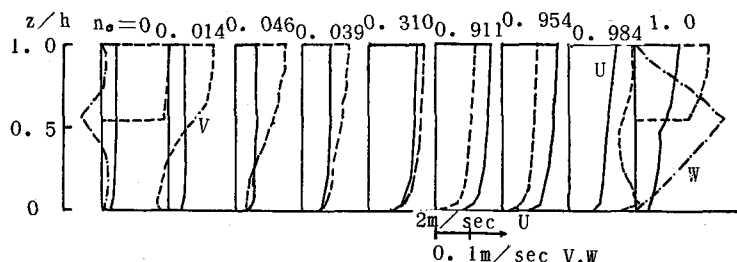


図-7 6.3kmのU、V、W

をそれほど受けず、低水路より水位が高くなっている。このため図-5に見られる様に6~7kmで高水敷に乗り上げた流れの一部が5.7kmで低水路に戻っている。

低水路直線部の流れ

6.3kmでは堤々間の流路は低水路を横断している。この

地点のU、V、Wの分布を図-7に示した。

高水敷からの戻り流れのある左岸ではVは水面で大きな値となっているが、河床に近づくに従い急減し、河床付近では逆流域を形成している。これに対応して低水路側岸では $W > 0$ である。Uは高水敷からの低速流体の流入により最大値が水面下になっている。左岸から離れるとUとVの分布形は相似になり、流向は全水深にわたってほぼ同じである。

高水敷に乗り上げる右岸では河床付近の低速流体が上昇するため、Uの分布形は逆三角型になっている。

流れの剝離 剝離域は図-5中の斜線部に見られた。これらと図-6を比較すると水面が逆勾配の所で流れが剝離しているのがわかる。

ただし、8km左岸は右岸より強い逆勾配になっているが剝離は起こっていない。これは、図-8に示した8.2km横断面での流速分布からわかる様に、二次流により水路中央部の高速流体が左岸に輸送され、左岸付近の低速流体は高水敷に乗り上がるためである。

次に、5.0~5.2km左岸の剝離域の構造を調べる。図-9に4.9~5.3km左岸近傍のU、V ($n_0 = 0.028$)と低水路左岸のWの分布を示した。図からこの地点の流れは次の様に考える。

すなわち、5.0~5.3kmで高水敷から低水路に流入した低速流体は下降しつつ流下するが、 $dP/ds > 0$ であるため図中の太い実線の位置に達すると逆流する。その一部は5.3km付近で上昇するが、大部分はラセン流に乗って右岸に向かう。図-10は5.2km横断面の流速分布である。左岸から水路中央部に向うと共にUは増大するが、強いラセン流により水面付近には水路中央部から高速流体が流入し、河床では左岸から低速流体が流入するため分布形は逆三角型になっている。強い二次流は、主として低水路が曲率の大きい彎曲部であることによるが、右岸高水敷からの戻り流れも二次流の強度を強めている。この地点の左岸では高水敷の戻り流れが剝離の発生を促進し、水路中央部から左岸に向かうラセン流が剝離域の発達を阻害している。

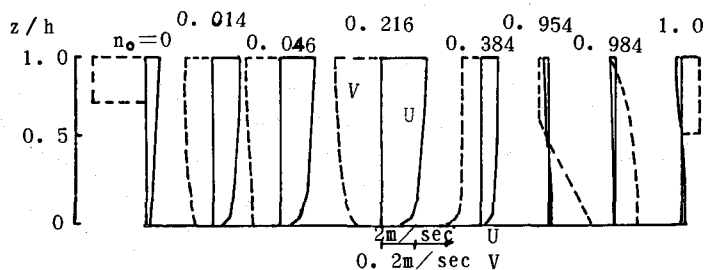


図-8 8.2kmのU、V

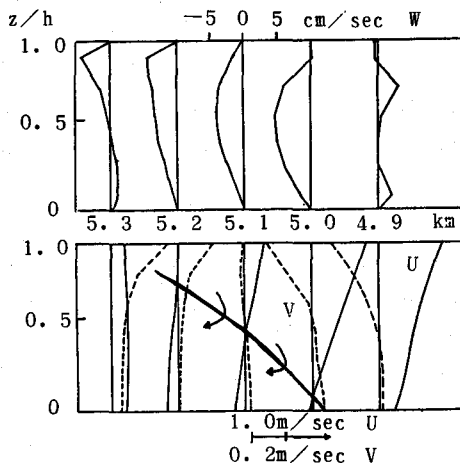


図-9 5.0~5.2kmのU、V

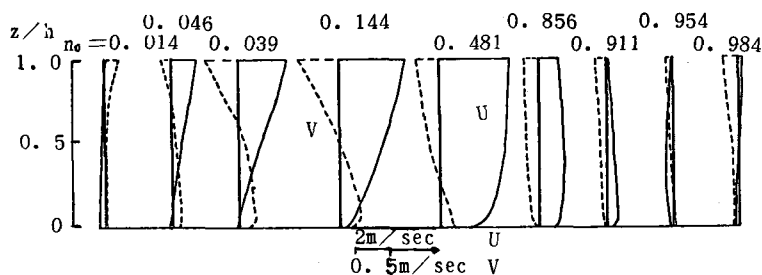


図-10 5.2kmのU、V

以上のことから、高水敷の流れは低水路流れに対しその状況に応じて様々な働きをしているのがわかる。

3-2 水流による河床形の計算と流れの構造の変化

図-11に河床形の計算値と実測値の比較を示した。実測値は北海道開発局土木試験所によって洪水のピーク直後に測定されたものである。計算された河床形は河床変動量が極めて小さく、実測値に比べてなだらかである。両者の違いには以下に述べる2つの要因が重なっている様に思われる。

(1) 流れの構造の変化

実測値で最も洗堀深の大きい5.2 km地点について調べる。図-12は河床での $V = V_B$ の時間変化を見たものである。 $t = 0$ ではほとんどの部分で $V_B > 0$ であり、外岸が洗堀される分布形になっている。しかし、時間の経過とともに $V_B < 0$ の部分が左右岸に広がり、かつ、 $V_B > 0$ の部分の大きさが小さくなるため、河床の洗堀速度が減少する。

図-13に $t = 0$ と $t = 36$ の V の分布形を示した。 $t = 0$ では左岸から水路中央にかけてラセン流が発達しているが、 $t = 36$ では水路中央部で右岸から左岸に向かう強い流れはあるがラセン流とはなっていない。

U (U の水深平均値)の最大値は図-16に示す様に $t = 0$ は $t = 36$ に比べ左岸側にある。このため $t = 0$ では左岸付近で強い二次流が発生し、これに伴う反流が河床に発生してラセン流が形成されている。これに対して、 $t = 36$ では左岸の U が小さいため遠心力による二次流が左岸高水敷から流入する流れと干渉して反流がほとんど形成されていない。ラセン流は外岸側の洗堀に大きな役割を果たすことから、このことが、外岸側での洗堀速度を低下させているものと考えられる。

(2) 河口河床の洪水流による flush

図-15に河口平均河床高の計算値の時間変化を示したが洪水流の通過とともに河床の洗堀が進行しているのがわかる。このため図-16に示す様に横断水位の平均値は、 $t = 39$ (時間) は $t = 0$ より低下している。図中には洪水ピーク時の観測水位も示したが、これは $t = 39$ よりも更に低くなっている。このことは河口での洗堀が計算値よりも更に進んだことを予想させる。

計算値の水位が実測値と同程度に低下すれば、5 km左岸の高水敷の水深は1~2 mであるから低水路流れへの高水敷流れの影響は小さくなりラセン流が形成され、左岸の洗堀が進むものと予想される。このことは、高水敷

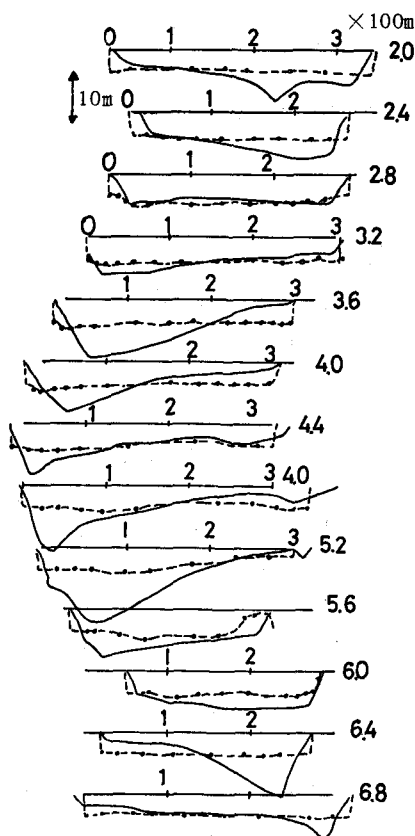


図-11 河床形の計算値と実測値の比較

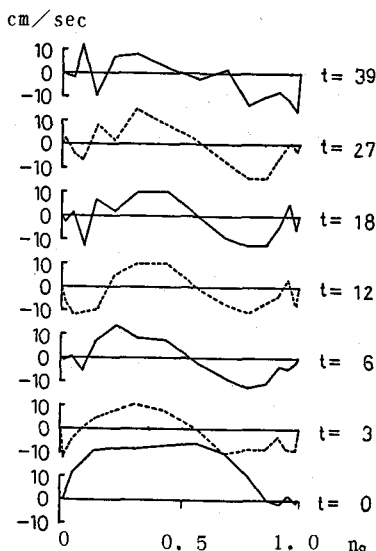


図-12 5.2kmでの V_B の時間変化

流れを考慮しない計算では同地点の洗堀が進んだことから充分に考えられる。

以上をまとめると、河口河床のflushされる速度の計算値が小さいため水位の計算値が上昇し、このため、高水敷流れと低水路流れが干渉しラセン流が充分に発達せず外岸側の洗堀が進行しなかったものと思われる。

なお、 $t=39$ では逆勾配の部分がほとんど消失するため8.2 km付近を除いて流れの剝離は発生していない。8.2 kmの剝離域も規模は小さくなっている。

4. おわりに

本報告で採用した高水敷上の流れの計算法では、座標系を直交曲線座標系とみなし、計算点は1つの横断線にU、V、Pそれぞれ1点であり、低水路の流れの

解に比べ精度は著しく劣るものであるが、このような計算法を採用したのは、高水敷の基本的な効果を調べ、その上で必要な精度の計算法を開発すれば良いと考えたからである。

計算結果から、本計算法で高水敷上の流れの定性的な特性は充分に表されることがわかり、また、高水敷上の流れが低水路流および河床形に与える効果が明らかになった。しかし、河床形の再現については充分な成果は得られなかった。この点については、河口河床の洗堀の計算法の改良が必要であり、今後の課題である。

参考文献

- (1) 森、岸、太田；蛇行流路の河床変動の数値解析、土木学会年次講演集、第39回、1984年
- (2) 木下；航空写真による洪水流解析の現状と今後の課題、土木学会論文報告集、No. 345/Ⅱ、1984年

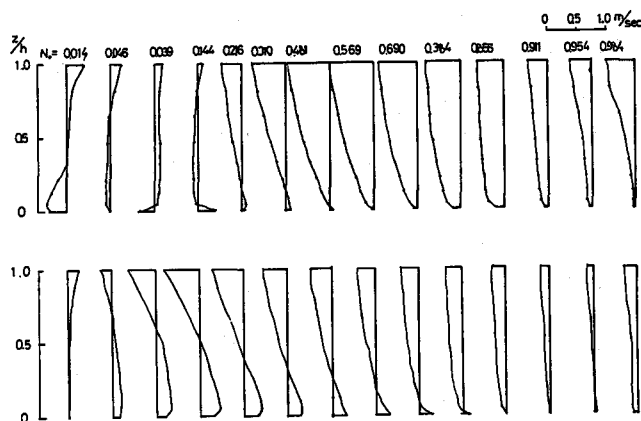


図-13 5.2kmにおける $t=0$ および $t=39$ のVの分布

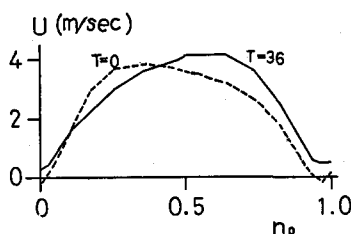


図-14 Uの時間変化

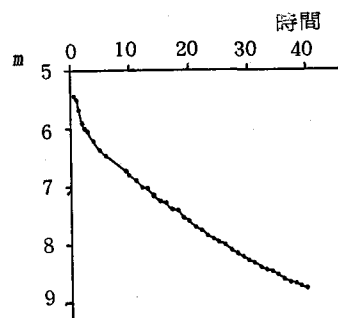


図-15 河口河床の時間変化

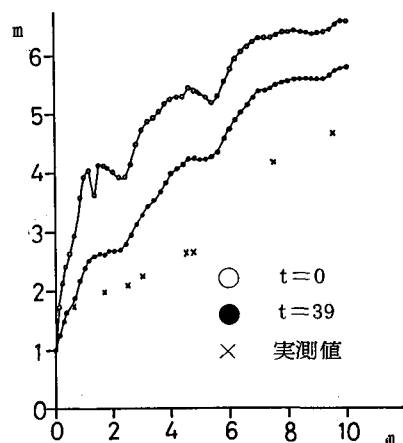


図-16 平均水位の比較