

円柱橋脚前面での局所洗掘機講のモデル化

Physical Modeling of Local Scour at a Front Foot of a Circular Cylindrical Pier

金沢大学工学部 正 員 辻本 哲郎
○金沢大学工学部 学生員 水上 敏昭

1. まえがき

橋脚周辺の局所洗掘は洪水時の橋梁被災の最も大きな原因で、これまでも多くの研究がなされている。しかしながら洗掘機構の解明を目指す研究と工学的な最終（平衡）洗掘深の予測とは必ずしも斉合性のとれた状況にない。前者の立場ではいわゆる静的洗掘（clear water scour）が対象とされる一方、後者は主として洪水時の動的洗掘（scour with continuous sediment motion）を対象とする。両者を統一のメカニズムで検討した研究例は少ない。また、静的洗掘時は混合砂れき床に固有な armor coat の形成、動的洗掘時には河床波の進行に伴う洗掘深の変動、さらには洪水時の流路変遷（砂州の移動を含む）など、洗掘現象をとりまく様々な事象をも統一的に説明されるべく、洗掘モデルが構成されることが望ましい。本研究はこの点を最優先し、円柱橋脚前面のみに着目してモデル化を試み、主として静的洗掘過程の記述、動的平衡洗掘深の予測、河床波の進行に伴う洗掘深の変動を考慮した設計洗掘深の考え方について考察した。橋脚周辺の局所洗掘の最大要因は前面に循環が集中してできる回転流が円柱に沿って発達するいわゆる馬蹄型渦であることから、その難型の形成される前面に着目した。また、これまでの局所洗掘に関する研究の蓄積より洗掘形状は比較的時間的に相似に保たれることから、前面の洗掘深で洗掘孔そのものを代表し得ると考えている。

2. 洗掘の基礎式と渦によるpick-up rate

円柱前面の洗掘孔形状は図-1に示す通りで、渦の集中する狭い領域から砂が系外へ運び出される。一方ある程度以上大きくなった洗掘孔では安息角があらわれるなど、河床変形の生じる領域は渦のスケールと洗掘深とによって決まる。この領域に一般には上流側から土砂が供給される。すなわち図-1に示す領域（図の θ は微小とする）についての土砂収支を考える。まず渦によって砂が運ばれる領域の面積は、 $\{L_1(z_s) + D\} L_1(z_s) \cdot (\theta/2)$ である。この領域での平均 pick-up rate を $p_{svo} \cdot \psi_p(z_s)$ と表わす。 p_{svo} は $z_s = 0$ のときの値で $\psi_p(z_s)$ は洗掘の進行に伴う掃流力減による遞減を示す。また、この領域から系外へ出る確率は $p_E(z_s)$ とする。このとき Δt 時間当りの流出土砂体積 ΔV_1 は、

$$\Delta V_1 = \{L_1(z_s) + D\} \cdot L_1(z_s) \cdot (\theta/2) \cdot p_{svo} \psi_p(z_s) (A_3/A_2) d \cdot p_E(z_s) \Delta t \quad (1)$$

である。 A_2, A_3 は砂の形状係数で他の記号は図-1に準拠する。

上流からの給砂は今考えている系では幅 $\{A_s(z_s) + (D/2)\} \cdot \theta$ に亘って供給される。円柱前方での掃流力の場所的分布に伴う非平衡流砂量の洗掘孔上流端での値 $q_B(A_s)$ を $\phi_B(A_s) q_{B0}$ (q_{B0} : 円柱から充分離れたところでの非擾乱平衡流砂量) と書くと、 Δt 時間当りこの系への流入土砂体積 ΔV_2 は、次式で与えられる。

$$\Delta V_2 = q_{B0} \phi_B(A_s(z_s)) \{A_s(z_s) + (D/2)\} \cdot \theta \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (2)$$

また洗掘孔形状の時間的相似性を認めると、 Δz_s の洗掘深変化時の洗掘孔変化体積を砂の実質体積によって表示する (ΔV_3 と書く) と、砂の空隙率を ρ_0 として次のようである。

$$\Delta V_3 = (1 - \rho_0) \{A_s(z_s) + D\} A_s(z_s) \cdot (\theta/2) \cdot \Delta z_s \quad \dots\dots\dots (3)$$

流砂の連続式 ($\Delta V_1 - \Delta V_2 = \Delta V_3$) により得られる基礎式を、長さスケールとして橋脚径 D を、速度スケールとして沈降速度に比例した $\sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd}$ (σ/ρ : 砂の比重, g : 重力加速度, d : 砂粒径) を用いて無次元

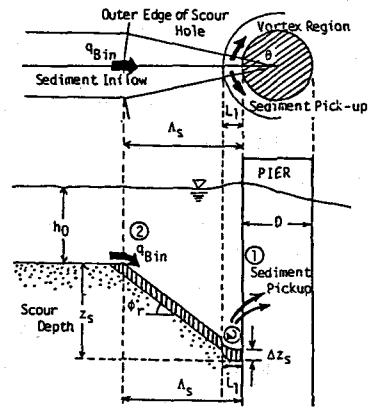


図-1 説明図

化することで次式を得る。

$$\{\Psi_1(\zeta) - \Psi_2(\zeta)\} \cdot (d/D) \Delta t_* = \Psi_3(\zeta) \Delta \zeta \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\Psi_1(\zeta) \equiv (A_3/2A_2) p_{s*vo} \{ \lambda_1(\zeta) + 1 \} \cdot \lambda_1(\zeta) \cdot p_E(\zeta) \psi_p(\zeta) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\Psi_2(\zeta) \equiv (d/D) q_{B*0} \tilde{\phi}_B(\zeta) \{ \lambda_2(\zeta) + (1/2) \} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\Psi_3(\zeta) \equiv (1 - \rho_0) \{ \lambda_s(\zeta) + 1 \} \cdot \lambda_s(\zeta) / 2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

但し、 $p_{s*} \equiv p_s \sqrt{d/(\sigma/\rho - 1) g}$ 、 $t_* \equiv t \sqrt{(\sigma/\rho - 1) g/d}$ 、 $\lambda_1 \equiv L_1/D$ 、 $\lambda_s \equiv A_s/D$ 、 $\zeta \equiv z_s/D$ 、 $q_{B*} \equiv q_B / \sqrt{(\sigma/\rho - 1) g d^3}$ 、 $\tilde{\phi}_B(\zeta) \equiv \phi_B(\lambda_s(\zeta) D)$ である。式(4)によって静的・動的を問わず洗掘の時間進行過程が記述される。

上述の基礎式には定式化すべき諸要素が含まれている。まず渦による無次元掃流力 τ_{*v} が知られると、中川らの pick up rate 推定式¹⁾が適用できる。すなわち、 τ_{*v} の洗掘進行に伴う変化を $\tau_{*v}(\zeta) = \tau_{*v0} \cdot \psi_\tau(\zeta)$ と書くと、 p_{s*vo} 、 $\psi_p(\zeta)$ は次のように決まる。

$$p_{s*vo} = F_0 r_0 \tau_{*c} \eta (1 - k_a/r_2 \eta)^3 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\psi_p(\zeta) = \psi_\tau(\zeta) [1 - k_2 / \{ r_0 \eta \psi_\tau(\zeta) \}]^3 / (1 - k_2/r_0 \eta) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに $F_0 \approx 0.03$ 、 $k_a = 0.7$ であり¹⁾、 $\eta \equiv \tau_{*0}/\tau_{*c}$ 、 τ_{*0} ：円柱の影響を受けない領域の無次元掃流力、 τ_{*c} ：無次元限界掃流力である。また、 $r_0 \equiv \tau_{*v}/\tau_{*0}$ は、中川ら²⁾や著者³⁾により、Shen⁴⁾の循環保存則による渦の循環と接近流速の関係、中川ら²⁾の渦のスケールの実測結果を用い、渦流による摩擦抵抗係数 ($\phi_v \equiv v/U_{*v}$ 、 v ：渦の外縁流速、 $U_{*v} \equiv \sqrt{\tau_v/\rho}$) が知られれば決定できることが示されており、例えば次式で表わされる³⁾

$$r_0 = (\phi_v / 4\pi\omega_0 \phi_v)^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

但し、 $\phi_v \equiv U_{s0}/U_{*0}$ 、 U_{s0} ：円柱の影響を受けない領域での表面流速、 $U_{*0} \equiv \sqrt{\tau_0/\rho}$ である。 ϕ_v は対数測流速分布式を用いて知られる。また ω_0 は、円柱前面底部に形成される vortex core の $z_s = 0$ における半径 r_0 の無次元量 (r_0/D) で、中川ら²⁾による渦に巻き込まれる領域についての染料を用いた実測結果より、その水平、鉛直スケールで形成される三角形に内接する円の半径として評価すると^{2), 3)} $\omega_0 = 0.183$ である。中川ら²⁾によるとこの値はほとんど一定とみなせる。なお、ここでは簡単のため、 r_0 を一定値として扱う。吉川ら⁵⁾の実測によると、 $r_0 \approx 1.5$ で、この値は式(10)による推定値と大差無い。

洗掘進行に伴って洗掘孔が拡大してくるとともに渦が拡散して大きくなり、循環保存則によると渦の外縁流速が減少、ひいては渦による pick-up region の掃流力が減少してくると予想される。現状ではこれについての実測データや検討が充分でなく、ここでは Baker⁶⁾の用いた仮定を採用する。すなわち、

$$\omega(\zeta) \equiv \tau(\zeta)/D = \omega_0(1 + k_\omega \zeta) \quad \dots\dots\dots (11)$$

で、循環保存則を用いると、 $v(\zeta)/v_0 = \omega_0/\omega(\zeta)$ で、 ϕ_v を一定とすると、 $\tau_v \sim v^2$ であるから、

$$\psi_\tau(\zeta) = (1 + k_\omega \zeta)^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。 k_ω は未知定数であるが間接的に次のように推定する³⁾。静的洗掘の場合の最終洗掘深 $z_{sf} \equiv \zeta_f D$ は渦による掃流力が丁度限界値になった時と考えられることから、式(12)より、次式が得られる。

$$r_0 \tau_{*0} (1 + k_\omega \zeta)^{-2} = \tau_{*c} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\therefore \zeta_f \equiv z_{sf}/D = (1/k_\omega)(\sqrt{r_0 \eta} - 1) \quad \dots\dots\dots (14)$$

Laursen⁷⁾によると、動的洗掘の平衡洗掘深は ζ_f の最大値 ($\eta = 1$) の 90% 程度であり、また動的洗掘深がほぼ $\zeta_e \equiv z_{se}/D \approx 1.5$ であることを考慮すると $(1/k_\omega)(\sqrt{r_0} - 1) \approx 0.9 \zeta_e$ より、 $k_\omega \approx 1/7$ である。

3. 洗掘孔形状と静的洗掘過程

便宜的に渦によって砂粒が pick-up される領域の空間スケールを評価してみよう。図-2 を参考に、pick-up region の先端 (θ_c で表現) において砂粒が外向き (上向き) に移動限界にあること、渦による駆動力が抵抗力を上まわっても θ_c の最大値は $\pi/2$ であることを考慮すると、次式が得られる。

$$\theta_c = \begin{cases} \pi/2 & [(r_0 \eta/k_3) \sin \phi_r \cdot \psi_\tau(\zeta) > 1 \text{ の場合}] \\ \text{ancsin} \{ r_0 \eta/k_3 \sin \phi_r \cdot \psi_\tau(\zeta) \} - \phi_r & [\text{その他の場合}] \end{cases} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで ϕ_r : 砂の安息角であり、また $k_2 \leq k_3 \leq 1.0$ である。 L_1 は次式で与えられる。

$$\lambda_1(\zeta) \equiv L_1/D = \omega_0(1 + k_\omega \zeta)(1 + \sin \theta_c) \quad \dots\dots\dots (16)$$

洗掘の初期過程では洗掘孔形状は図-3 (a) に示す通りで、vortex core は洗掘の進行とともに下降してくる。この状態での洗掘孔の上流側の最大傾斜角 (θ_{cc}) は、渦の掃流力によって保持されており、 θ_c と同様に図-2 を参考に決定できる。

$$\theta_{cc} = \text{Min} [\theta_c + 2\phi_r, \pi/2] \quad \dots\dots\dots (17)$$

図-2 で定義された $\theta = 0$ で砂が運動している条件を課すと常に $\theta_{cc} = \pi/2$ である³⁾

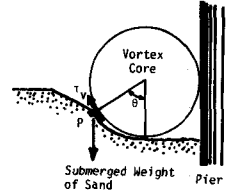


図-2 記号図

それゆえこのように渦の形状に支配される洗掘孔形状の水平、鉛直スケールを L_2, H_2 とすると、 $L_2/2 = H_2 = r$ である。すなわち、こうした形状は $0 < \zeta < H_2$ ($0 < \zeta < \omega$) のときに生じ、 $\zeta > H_2$ では図-3 (b) のように安息角を呈する斜面があらわれる。図-3 の(a)から(b)へ遷移する時の無次元洗掘深 ζ_1 は次のように求められる。

$$\zeta_1 = \omega_0 / (1 - k_\omega \omega_0) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$k_\omega \approx 1/7$, $\omega_0 = 0.183$ より $\zeta_1 \approx 0.188$ である。

$0 < \zeta < \zeta_1$ のとき、洗掘による河床変形領域の水平スケール A_s は次式で与えられる。

$$\lambda_s(\zeta) \equiv A_s/D = \omega(\zeta) \cdot [1 + \sqrt{\zeta \{2\omega(\zeta) - \zeta\} / \omega(\zeta)}] \quad (0 < \zeta < \zeta_1) \quad \dots\dots\dots (19)$$

一方 $\zeta > \zeta_1$ では洗掘孔形状は図-3 (b) に示すようになり A_s には安息角を形成する斜面域が含まれるようになる。図-3 (b) を参考にするとこの段階での $\lambda_s(\zeta)$ の表記は次のようになる。

$$\lambda_s(\zeta) = \{\cot \phi_r + (2 - \cot \phi_r) k_\omega \omega_0\} \zeta + (2 - \cot \phi_r) \omega_0 \quad (\zeta > \zeta_1) \quad \dots\dots\dots (20)$$

次に渦によって巻き上げられた (pick-up された) 砂が系外へ排除される確率 $p_E(\zeta)$ を考える。この場合、渦域での step length を考え、これが渦域スケールよりも大きい確率に相当すると考える。渦によって動かされる砂の step length が平均値 λ_{0v} の指数分布に従うならば、

$$p_E = \text{prob} [\text{step length} > \alpha A_1] = \exp \{(\alpha \lambda_1(\zeta) / \lambda_{0v})(d/D)\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

で与えられ、 $\alpha = 1/2$ とした。渦流による step length は平坦河床の平行流によるものより格段に大きいものと思われる。

さて、静的洗掘過程は流入土砂量 $= 0 (\Psi_2(\zeta) = 0)$ の場合に相当する。このとき式 (4) より次式が得られる。

$$K_0 p_{s*0} \left(\frac{d}{D} \right) dt_* = \frac{\{\lambda_s(\zeta) + 1\} \lambda_s(\zeta)}{\{\lambda_1(\zeta) + 1\} \lambda_1(\zeta)} \frac{d\zeta}{p_E(\zeta) \psi_p(\zeta)} \quad (K_0 \equiv A_3 / \{A_2(1 - \rho_0)\}) \quad \dots\dots\dots (22)$$

上式は簡単に数値積分され図-4 のように洗掘深の時間的変化を計算記述することができる。図-4 には $D/d = 100, 500, 1000$ の場合に対し、 η をそれぞれ $0.7 \sim 1.0$ まで4種類変えて計算曲線を示している。

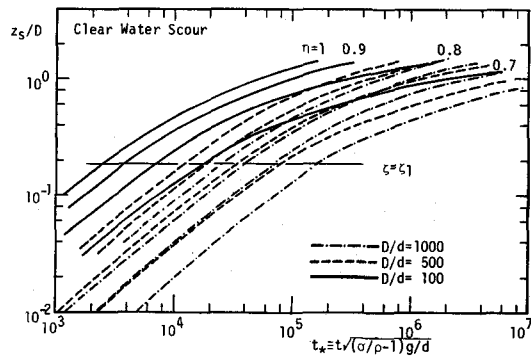


図-4 静的洗掘における洗掘深の時間的変化

図によると、 $\zeta < \zeta_1$ では洗掘深は時間にほぼ比例して増加し、その後ほぼ時間の平方根に比例する過程が続く、さらに洗掘進行は鈍化する傾向を示し、これまで蓄積された実験的研究の成果²⁾と良く一致している。但し、従来の静的洗掘過程の実験では非擾乱領域での底面せん断応力を明確にしていなかった場合が多く、モデルの詳細な実験的検証には至っていない。

4. 円柱前方での非平衡流砂過程と動的平衡洗掘深

動的洗掘では、洗掘孔への上流からの流入流砂量を評価しなければならない。円柱前方では流れの変化により、掃流力が場所的に変化しており、それに伴って pick-up rate も場所的に分布している。円柱前方激み面で、上流へ D で無次元化した座標 $\xi (\equiv s/D)$ をとる (図-5 参照)。動的洗掘状態で、充分洗掘孔が発達し、洗掘孔のスケール λ_s が渦域のスケール L_1 より充分大きいと考え、 $\xi \gg \lambda_1$ とする。 ξ 軸に沿う掃流力の場所的变化を、 $\tau_{*0} \cdot r_\tau(\xi)$ で表わすと、pick-up rate の場所的变化は $p_{s*} \sim \tau_{*0}$ 関係に中川らの式¹⁾を用いて次式のように書ける。

$$r_p(\xi) = \frac{p_{s*}(\xi)}{p_{s*0}} \cdot \left[\frac{1 - k_2 / \{ r_\tau(\xi) \cdot \eta \}}{1 - k_2 / \eta} \right]^3 \cdot r_\tau(\xi) \quad \text{..... (23)}$$

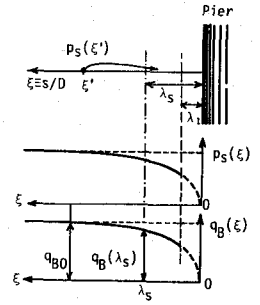


図-5 説明図

一方 step length とその分布はこの程度の掃流力の場所的变化に対して鈍感であると考えられるので、円柱の影響を受けない充分上流の非擾乱域のそれと同等とする。すなわちその確率密度関数 $f_X(s)$ は、

$$f_X(s) \equiv (1/A_0) \exp\{- (s/A_0)\} \quad \text{..... (24)}$$

であり、平均 step length A_0 は次のように平衡流砂量式と pick-up rate 推定式とから得られる⁸⁾

$$\lambda_0 \equiv A_0/d = (A_2/A_3) q_{B*0}/p_{s*0} \quad \text{..... (25)}$$

たとえば流砂量式としてはスイス公式等が用いられ、 λ_0 は η の関数となる。

上述のような円柱前方での非平衡流砂過程に中川ら⁸⁾の発展させた Euler 的に解釈された掃流砂の stochastic model を適用して、 $\xi = \lambda_s$ における流砂量は次のように表わされる。

$$\phi_B(\lambda_s) \equiv \frac{q_{B*}(\lambda_s(\xi))}{q_{B*0}} = \int_{\lambda_s}^{\infty} r_p(\xi) \int_{(\xi-\lambda_s)D}^{\infty} f_X(s) ds d\xi = \int_{\epsilon_0}^{\infty} r_p(\xi) \cdot \exp\{- (\epsilon - \epsilon_0)\} d\epsilon \quad \text{..... (26)}$$

但し、 $\epsilon_0 \equiv (\lambda_s/\lambda_0) \cdot (D/d)$ 、 $\epsilon \equiv \xi D/\lambda_0 d$ である。なお、円柱前方での掃流力の場所的分布は便宜上、次のような簡単なモデルで評価する。これについては実験による検討が必要であることは言うまでもない。円柱周辺のポテンシャル流流速を $U(s)$ とすると $\tau(s) \sim \{U(s)\}^2$ であると類推されるだろうから (但し円柱のごく近傍は除く)、 $r_\tau(\xi)$ は次式で近似されよう。

$$r_\tau(\xi) = [1 - \{1/(2\xi + 1)\}^2]^2 \quad \text{..... (27)}$$

以上で動的洗掘にかかわる要素がすべて一応定式化されたので式 (4) によって動的洗掘過程をも記述できることになった。但し一般的に動的洗掘においては平衡洗掘深に達するまでの時間は相当短かく、工学的にも時間的変化過程そのものの記述より平衡洗掘深の予測に意義がある。平衡洗掘深が得られた状態は $\Delta z_s = 0$ で、式 (4) で左辺の $\{ \}$ 内を零とすること (流出土砂量 = 流入土砂量) で決められる。すなわち、

$$\frac{D}{d} \frac{\{ \lambda_1(\zeta_e) + 1 \} \lambda_1(\zeta_e) p_E(\zeta_e) \cdot \psi_p(\zeta_e)}{\phi_B(\zeta_e) \{ \lambda_s(\zeta_e) + (1/2) \}} = \frac{2A_2}{A_3} \frac{q_{B*0}}{p_{s*0}} \quad \text{..... (28)}$$

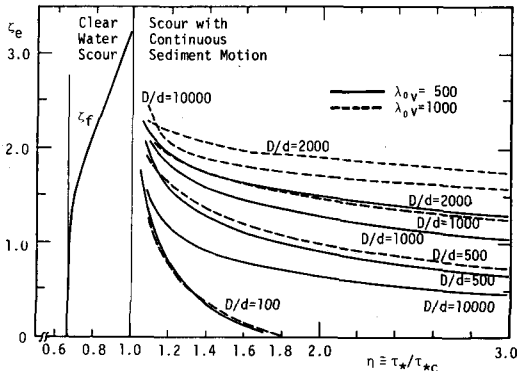


図-6 動的平衡洗掘 ζ_e と無次元掃流力 (η) の関係

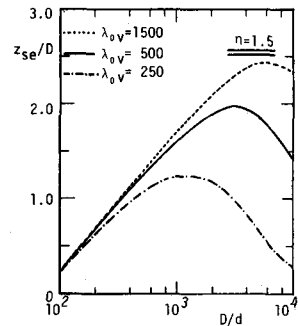


図-7 $\zeta_e \sim D/d$

を満足する ζ_e を決めればよい。右辺は η のみの関数であり、 ζ_e を含まないので、数値計算で容易に (D/d) をパラメータとして $\zeta_e \sim \eta$ 関係（平衡洗掘深と非擾乱域掃流力との関係）を求めることができる。その結果が図-6 に示される。動的洗掘となるのは一般に $\eta > 1$ で、動的平衡洗掘深は $\eta = 1$ で最大となり、 η の減少関数となる。同図では、渦流の平均step length ($\lambda_{0v}d$) を $500d$, $1000d$ と変えた計算結果を示している。また、 D/d の効果を見るため、 $\eta = 1.5$ に対し、 ζ_e と D/d の関係を調べたのが図-7 であり、 ζ_e は数1000程度の D/d までは D/d に対し増加、その後は減少する傾向を示す。 ζ_e の最大値やそれを与える D/d の値の決定には λ_{0v} の影響が著しい。図-6, 7 についても図-5 と同様、従来の実験資料における η の値が必ずしも明確でないため現在のところ十分な実験資料との比較がなされていない。局所洗掘も移動床過程の1つで、その重要なパラメータの一つは η であるにもかかわらず、これまでの研究では必ずしも η が重要視されていなかったようで、今後こうした点に留意して実験資料の充実に努めたい。

5. 河床波の進行に伴う洗掘深の変動

動的洗掘時には河床全般に河床波が形成されることになる場合が多く、これが洗掘領域を通過することにより洗掘深は相当著しく変動し、「設計洗掘深」を評価するという観点からはその変動量の予測も重要な工学的課題である。にもかかわらず、これまでただ河床波の波高を加算するだけであったり、最近やっと鈴木ら⁹⁾によりわずかな室内実験（狭い実験条件）で実験式が提示されただけにすぎない。本研究では、式(14)とその構成要素の評価が得られているので、河床波の効果はある程度解析的に評価し得る。

いま、洗掘孔がすでに充分大きくなっているとし、簡単のため $\phi_B = 1$ とする。これは円柱周辺の流砂の非平衡性を考慮していないことであるが河床波による流砂量の変動を考慮する場合、平均流砂量には河床波の運動としての慣性によりこの程度の非平衡性は打ち消されてしまっているのであると考えても良い。さて、 q_{B*0} が変動すると考え、これを $\bar{q}_{B*0}(1+\psi)$ と表わし、これに伴って洗掘深が $\zeta_e + \zeta'$ と変動するものとする。 ζ'/ζ_e が大きくないとすると、式(4)は次のように書ける。

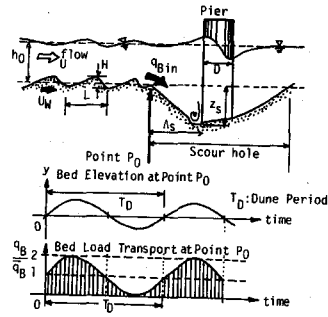


図-8 概念図

$$\begin{aligned} & \left[\Psi_1(\zeta_e) \left\{ 1 + \frac{1}{\Psi_1(\zeta_e)} \frac{\partial \Psi_1}{\partial \zeta} \bigg|_{\zeta_e} \zeta' \right\} - \Psi_2(\zeta_e) \left\{ 1 + \psi + \frac{1}{\Psi_2(\zeta_e)} \frac{\partial \Psi_2}{\partial \zeta} \bigg|_{\zeta_e} \zeta' \right\} \right] \left(\frac{d}{D} \right) \Delta t_* \\ &= \Psi_3 \left(1 + \frac{\partial \Psi_3}{\partial \zeta} \bigg|_{\zeta_e} \zeta' \right) d\zeta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$\{\partial \Psi_1 / \partial \zeta|_{\zeta_e}\} \zeta' / \Psi_1(\zeta_e)$, $\{\partial \Psi_2 / \partial \zeta|_{\zeta_e}\} \zeta' / \Psi_2(\zeta_e)$, $\{\partial \Psi_3 / \partial \zeta|_{\zeta_e}\} \zeta' / \Psi_3(\zeta_e)$ が充分小さいことからこれらを見捨てる、また ζ_e について、 $\Psi_1(\zeta_e) - \Psi_2(\zeta_e) = 0$ が定義より満足されているから、結局次式のように ζ' に関する微分方程式が得られる。

$$\frac{d\zeta'}{dt_*} = - \frac{\Psi_2(\zeta_e)}{\Psi_3(\zeta_e)} \left(\frac{d}{D} \right) \cdot \psi \quad \dots\dots\dots (30)$$

式(6), (7)を代入して整理すると、

$$d\zeta'/dt_* = -(d/D)^2 \{ 2 q_{B*0} / (1 - \rho_0) \} \{ 1/\tilde{\lambda}_s(\zeta_e) \} \psi \quad \dots\dots\dots (31)$$

となり、 $\tilde{\lambda}_s(\zeta_e) \equiv \lambda_s(\zeta_e) \{ \lambda_s(\zeta_e) + 1 \} / \{ \lambda_s(\zeta_e) + (1/2) \}$ である。

ところで図-8のように点 P_0 （洗掘孔の上流端）での河床高の時間的変化は、河床波の通過によって変動する。いま波高 H 、周期 T_D の河床波を考えると、点 P_0 での河床高の時間的変動は、

$$y = (H/2) \sin(2\pi t / T_D) \quad \dots\dots\dots (32)$$

と書ける。これに応じて点 P_0 を通過する流砂量は平均流砂量を $\bar{q}_{B0}$ として、

$$q_{B0} \sqrt{q_{B0}} \equiv 1 + \psi = 1 + \sin(2\pi t_* / T_{D*})$$

となる。但し $T_{D*} \equiv T_D \sqrt{(\sigma/\rho - 1) g/d}$ である。 ψ を上記のように考えると式(31)の解は次のようになる。

$$\zeta' = [\bar{q}_{B*0} / (1 - \rho_0) \pi] \cdot (d/D)^2 \{1/\tilde{\lambda}_s(\zeta_e)\} \cdot T_{D*} \sin\{2\pi t_*/T_{D*} + (\pi/2)\} \quad \dots\dots\dots (34)$$

すなわち、位相が $\pi/2$ ずれて洗掘深の変動が出現、その振幅は (d/D) , $\bar{q}_{B*0}$, T_{D*} によって決まる。河床波の周期 T_D は、河床波一個の体積を平均流砂量で運ぶに要する時間と考えられるので、

$$T_D = \hat{\zeta} (1 - \rho_0) LH / \bar{q}_{B*0} \quad \dots\dots\dots (35)$$

である。但し L は波長であり $\hat{\zeta} \approx 0.5$ である。 $\theta \equiv H/L$, $L = k_1 h$ とおいて無次元化すると、

$$T_D = \hat{\zeta} (1 - \rho_0) k_L^2 \theta (h/d)^2 / \bar{q}_{B*0} \quad \dots\dots\dots (36)$$

で、洗掘深変動の半振幅 a_z は次のようになる。

$$a_z \equiv a_{\zeta} \cdot D = \{k_L^2 \theta / 2\pi \tilde{\lambda}_s(\zeta_e)\} (h/D)^2 \quad \dots\dots\dots (37)$$

すなわちこのときの最大洗掘深 $z_{\max}$ は、

$$z_{\max} = \zeta_{\max} / D = \zeta_e + \{k_L^2 \theta / 2\pi \tilde{\lambda}_s(\zeta_e)\} (h/D)^2 \quad \dots\dots\dots (38)$$

となる。 ζ_e は (d/D) をパラメータとして η の関数であり、 θ も dunes を対象とするならば η の関数として表わされ、たとえば Fredsøe¹⁰⁾ の式を用いると η に対する θ の増減がうまく表現される。なお、河床波のスケールは一般に広く分布しており、最大洗掘深の評価についてはその考慮も重要で今後の研究課題としたい。

6. あとがき

本研究では局所洗掘機構のモデリングにより、最近とくに注目されている局所洗掘災害の予測に少しでも貢献できるよう、局所洗掘に絡む諸様相を統一的に説明、予測することを目的とし、まず第一歩としての成果を得た。本報では基礎式の誘導とそれに係わる諸要素の定式化を検討し、とくに静的洗掘過程の記述、動的平衡洗掘深の予測、河床波の進行に伴う洗掘深の変動の予測を統一のモデルから行った。これらの結果についてはまだ充分な実験的検証がされておらず、今後、仮定の妥当性も含めて詳細な実験的研究を付け加えてゆきたい。

なお、本研究は昭和 59 年度文部省科学研究費、自然災害特別研究(1)「河川構造物の洗掘防護工に関する研究」(代表：中川博次京都大学工学部教授)の補助を得たものであることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 中川・辻本：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第 244 号，1975.
- 2) 中川・鈴木：橋脚による局所洗掘深の予測に関する研究，京都大学防災研年報，第 17 号 B，1974.
- 3) Tsujimoto: Analytical description of scouring process due to vortex induced by a bridge pier—A theory of clear water scour—. Memoirs, Fac. of Tech., Kanazawa Univ., Vol. 17, No. 2, 1984.
- 4) Shen, Schneider and Karaki: Local scour around bridge piers. Proc. ASCE, Vol. 95, HY6, 1969.
- 5) 吉川・福岡・岩間・曾小川：橋脚の洗掘ならびにその防止に関する考察，土木学会論文報告集，第 194 号，1971.
- 6) Baker: Theoretical approach to prediction of local scour around bridge piers. Jour. of Hydraulic Research, IAHR, Vol. 18, No. 1, 1980.
- 7) Laursen: An analysis of relief bridge scour. Proc. ASCE, Vol. 89, HY 3, 1963.
- 8) Nakagawa and Tsujimoto: Sand bed instability due to bed load motion, Proc. ASCE, Vol. 106, HY 12, 1980.
- 9) 鈴木・道上・片岡：橋脚周辺の局所洗掘に及ぼす河床波の影響，第 27 回水理講演会論文集，1983.
- 10) Fredsøe: The friction factor and height-length relations in flow over a dune-covered bed. Progressive Report 37, Technical University of Denmark, 1975.