

急勾配河道の掃流砂量

Bed Load of Sediment in Steep Channel

立命館大学理工学部 正員 大同 淳之

立命館大学理工学研究科 学生員 橋本 健

1. はしがき

急勾配河道では、粒径分布の範囲が広く、掃流力 τ_0 の大きさが限界掃流力 τ_c に比べて、比較的小さくかつ、それぞれの粒径に対する τ_c の範囲が広いため、流砂現象のばらつきが大きい。

このような流砂現象の取扱いにおいて、水路床に作用するせん断力がどのように消費されていくかについて十分配慮する必要がある。本論文は、河床に作用する有効せん断力は、砂れきを移動するちからと底面摩擦力に消費されるという考え方方に立って、底面摩擦力は限界掃流力に等しいとした。

掃流砂量は、砂れきの移動厚さとその平均移動速度の積によって表わし、移動厚さについては、静的なせん断力のつりあいから、また砂れきの平均移動速度は、集団としての平均移動速度の関数形が、単一粒子の移動速度と同じパラメーターで表わされるとして、その関数形を求めた。このような考え方がどこまで流砂量を説明しうるかどうか実測値と比較し、その結果が流砂量と摩擦速度との関係を良く表現できるということを示めすつもりである。

2. 砂れきの移動に作用するせん断力

芦田ら¹⁾によって指摘されているように、河床面に作用する有効せん断力 τ_0 は、河床の摩擦にうちかつて流動するために消費される力 τ_f と、砂粒の輸送に消費される力 τ_{0g} に費やされる。このうち河床の影響に消費される力は、流砂濃度が平衡している状態では、河床面から新たに砂粒の補給はないので、砂粒の限界掃流力にはほぼ近い値に保持されていると考えられる。したがって、 $\tau_f = K \tau_c$ 、ここに τ_c は限界掃流力、K は比例係数で $K < 1$ とされる。その結果、力の平衡は、

$$\tau_0 = \tau_{0g} + K \tau_c \quad (1)$$

となる。

3. 急勾配河道における限界掃流力 τ_c

急勾配河道における砂れきの限界掃流力は、

$$\frac{U_{*c}^2}{(s-1)g d (\cos \theta + \tan \phi - \frac{s}{s-1} \sin \theta)} = \frac{2 K_3}{C_b + (C_s/C_b) K_2 \tan \phi (U_n/U_*)^2} \quad (2)$$

ここに、 U_{*c} ：限界摩擦速度、 d ：粒径、 s ：れきと水の密度比、 g ：重力加速度、 C_D 、 C_L ：抗力および揚力係数、 K_2 、 K_3 ：粒子の形状係数、 U_n ：平均流速である。著者らが測定した U_{*c} は、図1のように示される。

さきに述べた、流砂が平衡しているる状態での河床摩擦力 τ_f は、(1)式の条件を満たすときの流動係数から定まる。これはさきに述べたように、 τ_c で表現すると、 $\tau_f = \rho U_{*c}^2$ として与えられる。図1に示すように、 U_{*c} は、勾配が急になって、砂れきの重量の分力が流れ方向に生じて効き易い条件になるにもかかわらず、 U_{*c}^2 が勾配が増すにしたがって大きくなっているのは、流れの抵抗係数が増すためで、この事実から、もし(1)式で τ_0 が一定のとき、勾配が急になるにしたがって、 τ_0 は減少するとみなされる。急勾配での流砂現象と緩勾配のそれを比較するとき、一つの特徴がここにあると強調できよう。

4. 掃流砂量

(1) 掃流砂量 q_b を

$$q_b = \text{移動層厚さ } \delta \times \text{移動速度 } v_s \quad (3)$$

で表すこととする。

(2) 移動層厚さ δ

勾配 θ 、砂れきの摩擦角 ϕ 、の砂れき層の表面から a だけ下った位置におけるせん断力 τ_0 とせん断抵抗力 τ_f のつりあいから、 $\tau_0 = \rho g (h + a) \sin \theta$ と $\tau_f = (\sigma - \rho) g a \cos \theta \tan \phi$ を等置したとき、滑動の生じる層の厚さ a は

$$\begin{aligned} a &= \frac{\rho g h \tan \theta}{g (\sigma - \rho) \tan \phi - \{ \rho + C (\sigma - \rho) \} g \tan \theta} \\ &= \frac{h \tan \theta}{\frac{(\sigma - \rho)}{\rho} \tan \phi - \{ 1 + C \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \} \tan \theta} \end{aligned} \quad (4)$$

となる。 $\theta = 15^\circ$ まででは、 $a < d$ であることから $\delta = K_1 d$ とおくことができる。

砂れきを移動するのに消費している力 τ_0 は、砂れきの数を N とすると力の平衡より、

$$\tau_0 = N (\sigma - \rho) g \cos \theta \mu_r \quad (5)$$

となり

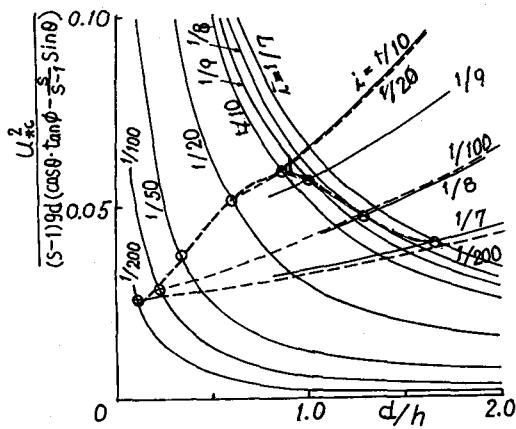


図1. 限界掃流力の理論値と実験値との比較

$$N = \frac{\tau_{00} - K\tau_0}{(\sigma - \rho) g \cos \theta \mu_r} = \frac{\tau_{00}(1 - \tau_c/\tau_0)}{(\sigma - \rho) g d \cos \theta \mu_r} \quad (6)$$

から

$$\delta = \tau_* \frac{(1 - \tau_c/\tau_0)}{\cos \theta \mu_r} d = K_d d \quad (7)$$

とする。

(3) 砂粒子の移動する速度 V_s

(3)式に必要な砂れきの移動速度は、移動層全体の平均移動速度である。個々の粒子が、移動、休止を繰り返しながら移動する。

移動層全体の平均速度を測定するためには、トレーサー法が有力な方法であるから、トレーサー法にしたがって速度を測定した。ただし、 $U_{*c} \ll U_*$ が作用しているときは、粒子の移動が活発で、測定時間中に移動層中の粒子は、何らかの割合で移動する機会に接するのにに対し、 $U_{*c} \approx U_*$ の領域では、測定時間をかなり長くとっても、殆んどの粒子が移動せず、トレーサー法で求めた平均移動速度は、測定時間中に移動し得た砂れきのみの平均速度にすぎず、水路床表面で少なくとも流れにさらされている粒子全体の平均移動速度を表わすものではない。そこで、著者は、水路の1点におかれた色づけした砂れきの単位時間あたりの平均移動距離より、粒子の見掛けの移動速度 V_s' を求め²⁾、この V_s' が

$$V_s' = \frac{1 \text{ステップ長さ} \times \text{ステップ数}}{(1 \text{ステップの移動時間} + \text{休息時間}) \times \text{ステップ数}} \quad (8)$$

であることから、平均休息時間は、単位時間あたりの離脱確率 λ_2 を用いて表わすことができ、 λ_2 は比較的正確に測定できることから、より正確な移動速度 \bar{v}

$$V_s = V_s' \left\{ 1 - \left(\frac{V_s'}{\lambda \lambda_2} \right) \right\}^{-1} \quad (9)$$

と表わした。 λ は1ステップにおける移動距離である。急勾配で、摩擦速度が限界掃流力をわずか上回る領域では粒子の移動は確率現象として扱うのが無理なほど、粒子の移動生起は間けつ的で、かつ運動を起した粒子は、一般に休止することが少なく、下流端まで流下する。したがって、緩勾配で、 $U_{*c} \ll U_*$ でみられるステップ長の概念が急勾配には適用しにくく、かつ測定も困難であるから、測定値の代表的な値から $\lambda = 100d$ として表わした V_s を図2に示す。このようにして定めた砂れきの速度と測定した流砂量とから、(3)式にしたがって移動層の厚さを求めた結果は、粒径 d の 0.185 倍³⁾ となって、まだ正確でないにしても、一応の近似を得たものであった。しかし上述の理由で、 λ のより確実な式化、測定は困難な点が多い。

土屋⁵⁾は、単一粒子の継続跳躍に定常な状態

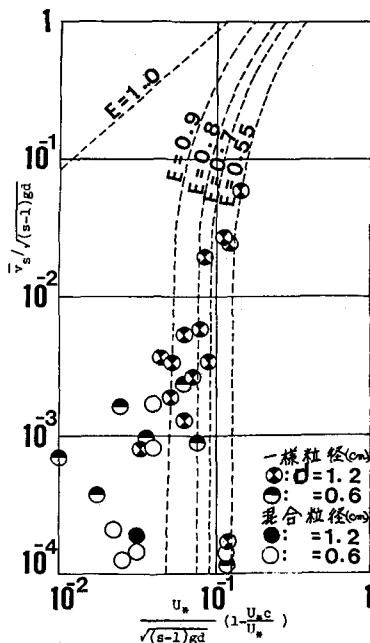


図2. 砂れきの平均移動速度

が存在するとして、砂れきの跳躍運動に対して鉛直方向および水平方向に対して、河床の凹凸ならびに砂れきの運動に及ぼす乱れや床面の凹凸による速度の減少効果を考慮して、粒子の速度について考察し、つぎのように表わした。

$$v_s = \frac{A_r}{2} \left\{ U_* (1+e) - \sqrt{(1-e)U_*^2 + \frac{8(1-e)(s-1)gd}{3\lambda A_r^2}} \right\} \quad (10)$$

ここに、 A_r : d の高さの流速係数、 e : 反発係数、 λ : 粒子の跳躍機構を規定する定数である。この式を e をパラメーターにして図 2 に表わすと、図中の点線のようになり、さきの測定値は、反発係数に 0.9 または 0.8 を用いると、測定した水理条件では一致することが分かる。

この曲線は、単一粒子の速度であって、必要とする移動層全体の平均の移動速度ではない。土屋も指摘しているように掃流力が大きい領域では、集団移動の場合には、むしろ定常状態が成立しやすいと考えられ、移動速度を規定する要素と、それが作用する関数条件については、変化ないと考えられる。

集団としての移動は、ある代表値のまわりに分布をもつ現象である。集団として移動する場合は、諸係数も当然変化することが予想される。

式(10)が分布のどこに位置するかは分らないが、代表値であるとして、われわれの測定し得ていない領域の速度を表わすことにして、係数の補正は流砂量との比較によって行なうものとすると水理学的要素との間の関係は変わらないと予想できるので、われわれが測定できない範囲は、土屋の式で表わされるとする。

(4) 流砂量式

(3)式にしたがって、

$$q_s = \delta \cdot v_s \\ = K_2 \tau_* \left(1 - \frac{\tau_c}{\tau} \right) \frac{d}{\cos \theta \cdot \mu} \frac{A_r}{2} \left[\left\{ \tau_* \left(1 - \frac{\tau_c}{\tau} \right) \right\}^{1/2} (1+e) \right. \\ \left. - \sqrt{\tau_* \left(1 - \frac{\tau_c}{\tau} \right) + \frac{8(1-e)}{3\lambda A_r^2}} \right] \quad (11)$$

ここに、

$$\tau_* = \frac{U_*^2}{(s-1)gd}$$

である。上式を無次元化すると、

$$q_{s*} = K_3 \left[\left\{ \tau_* \left(1 - \frac{\tau_c}{\tau} \right) \right\}^{3/2} (1+e) \right. \\ \left. - \sqrt{\left\{ \tau_* \left(1 - \frac{\tau_c}{\tau} \right) \right\}^3 + \alpha \tau_* \left(1 - \frac{\tau_c}{\tau} \right)^2} \right] \quad (12)$$

と表わされる。ここに、

$$q_{s*} = \frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd^3}}, \quad K_3 = K_2 \frac{1}{\cos \theta \cdot \mu} \frac{A_r}{2}, \quad \alpha = \frac{8(1-e)}{3\lambda A_r^2}$$

図 3 は、(2)式の限界掃流力を用いて計算した著者の実験値に Gilbert⁵⁾ のデータを加えたものと(11)式の

流砂量公式において、 $e = 0.8$ 、補正係数を10とした(12)式との比較である。

$$q_B = 10 \cdot \frac{A_r}{2} \left\{ 1.8 \tau_*^{0.32} - \sqrt{\tau_*^{0.32} + \frac{1.6}{3\lambda A_r^2} \tau_*^{0.2}} \right\} \quad (13)$$

ここに、

$$\tau_* = \frac{U_*^2}{(s-1)gd} \left(1 - \frac{U_*^2}{U_*^2} \right)^2$$

この図から、式(13)は実験値と傾向がよく似ており、かつ、 τ_* の大きな領域では実験値とよく一致する

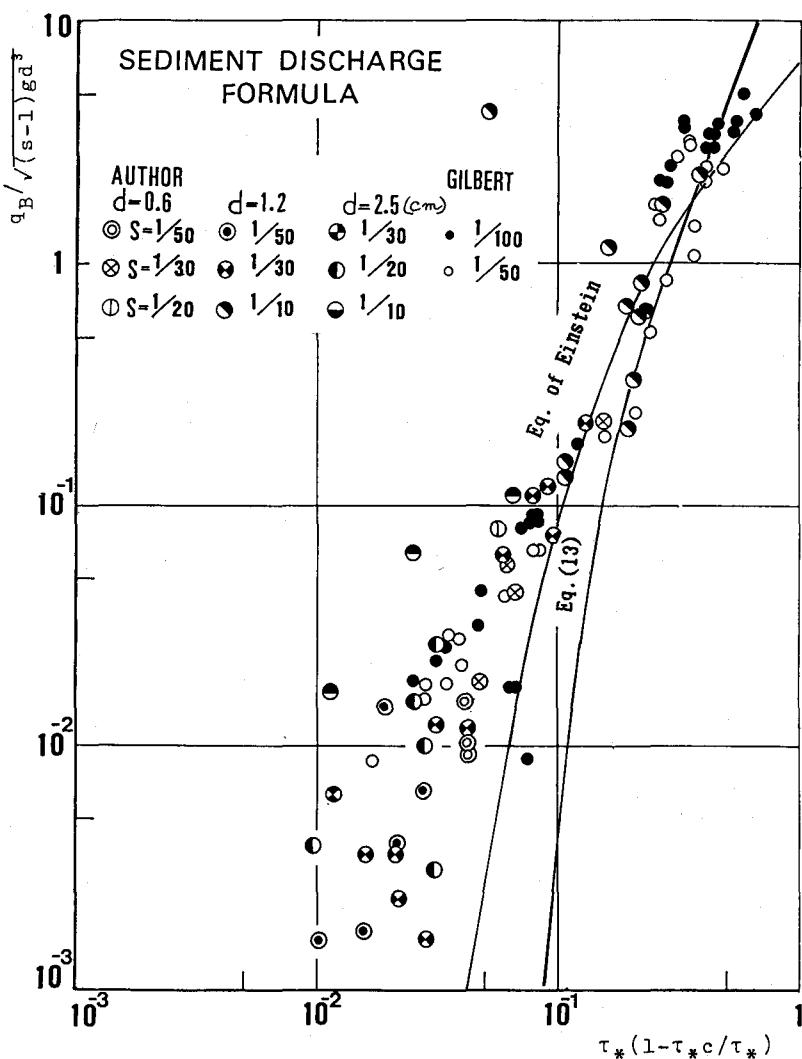


図3. 流砂量公式と実験値との比較

ことから、砂れきが活発に移動する領域では、(12)式で表わす運動機構と等しいとみなせる。 τ_* が小さい領域においてはズレが大きくなる。この領域では砂れきの運動が跳躍ではなく転動が主であると考えると、ズレの原因は τ_c の評価が若干大きいと考えられる。

また、(13)式とMeyer-Peter⁶⁾のデータとの比較を図4に示す。実験値と理論値は一致しているとはいえないが、図3の場合と同じように傾向はよく似ており、ここでも、基本的取扱いは妥当であると思われる。

5. むすび

1. 河床に作用する有効せん断力は、河床の摩擦に打ち勝って流動するために消費される力 $\tau_r = K\tau_c$ と、砂粒の輸送に消費される力 τ_{t0} に分割され、急勾配河道における限界掃流力 τ_c は勾配が大きくなると流れの抵抗係数が増加するため大きくなる。

2. 急勾配河道では、勾配が急になって砂れきが移動しやすい状況にあるものの、1. の条件から、同じ有効せん断力の下でも、砂れきの輸送に役立つせん断力は減少する。

3. 単一粒子の跳躍運動から算定された粒子の移動速度を、砂れきの集団の移動速度とみなしこれは移動層厚さをかけて求めた掃流砂量式はほぼ掃流砂量の傾向をよく表わすことができる。

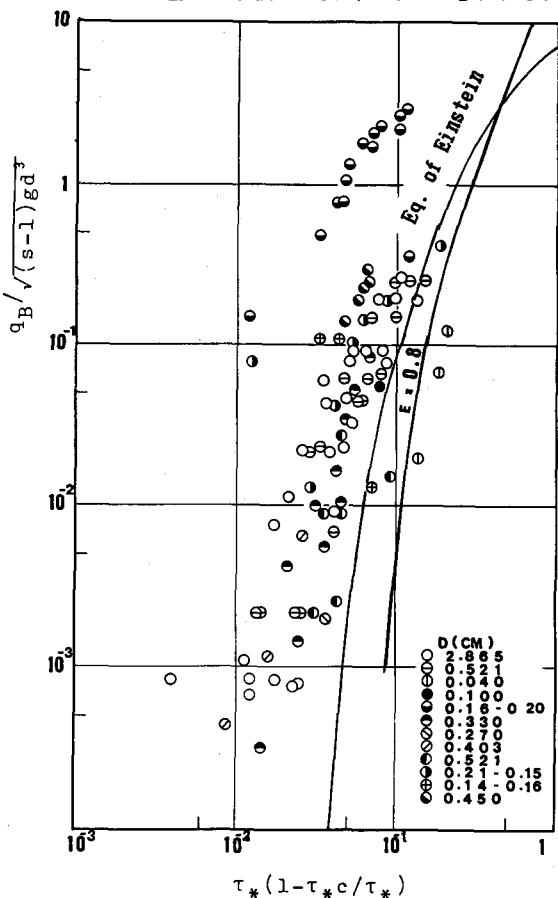


図4. 他の研究者のデータとの比較

参考文献

- 1) 芦田和男、道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究 土木学会論文報告集 第206号 昭和47年10月
- 2) 大同淳之：急勾配水路における掃流砂量 第27回水理講演会論文集 昭和58年2月
- 3) 大同淳之：急勾配河道の掃流砂量 第28回水理講演会論文集 昭和59年2月
- 4) 土屋義人、青山俊樹：水流による砂れきSaltationの機構(2) 京都大学防災研究所年報 13号 昭和45年3月
- 5) Gilbert; The Transportation of Debris by Running Water, U.S.G.S., prof. paper 86, 1914
- 6) Meyer-Peter, Muller; Formulas for Bed-Load Transport, Proc. of The 2nd Congress of The I.A.H.R., 1948