

運動砂粒子の移動形態

Mechanism of Moving Sand Grain

北大・工 学生員 山 本 徹

北大・工 正会員 森 明 巨

北大・工 正会員 岸 力

流砂理論では粒子の移動形態を saltation または浮遊にわけ、各形態毎に運動特性を解析するのが普通であるが、両者の境界は明確ではない。浮遊は乱れによる擾乱を受けながら流下するものであるが、saltation 運動は、河床を離脱した砂粒が乱れの影響を受けずに平均流に乗って流下するものとして軌跡が解析される。しかし、流砂のある流れでは乱れがあるのが普通であり、その強度は流砂運動の起こる河床付近で最も大きい。従って、Saltationとしての軌跡の解析は近似的な取り扱いであるから、予め乱れの果す効果を評価する必要がある。これを行うには、砂粒の移動軌跡と同時に粒子周辺の乱れ速度も知る必要があるが、両者の同時測定は極めて困難である。そこで、本研究では測定された粒子の軌跡から逆に粒子に働く流体力を求め、乱れが粒子に及ぼす効果を調べた。

1 解析方法

砂粒の流下方向、鉛直方向の運動方程式を(1)、(2)式で与え、 U_d 、 W_d を既知数として、乱れ速度 U' 、 W' を求める。

$$\frac{\pi}{6} d^3 \left(\rho_s + \frac{\rho}{2} \right) \frac{dU_d}{dt} = \frac{\rho}{2} \frac{\pi}{4} d^2 C_D q_d (U' - U_d) \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{6} d^3 \left(\rho_s + \frac{\rho}{2} \right) \frac{dW_d}{dt} = \frac{\rho}{2} \frac{\pi}{4} d^2 C_D q_d (W' - W_d) \quad (2)$$

ここに、 U_d ：砂粒の流下方向速度、 W_d ：砂粒の鉛直方向速度、 d ：運動砂粒径。

上式には U_d 、 W_d の微分が入っているため、これらの測定値及び読み取りの誤差が流体力の評価では増幅される。これを避けるために、本研究では以下の様な誤差を補正するスプライン関数を考え、これにより軌跡を近似した。

データ点 (t_j, y_j) を通るスプライン関数 $S(t)$ は(3)式で与えられる。

$$S(t) = M_{j-1} \left[\frac{(t_j - t)^3}{6h} - \frac{t_j - t}{6} h \right] + \frac{t_j - t}{h} y_{j-1} + M_j \left[\frac{(t - t_{j-1})^3}{6h} - \frac{t - t_{j-1}}{6} h \right] + \frac{t - t_{j-1}}{h} y_j \quad (3)$$

ここに、 M_j ： (t_j, y_j) における加速度、 $h = \Delta t = 1/64$

$$y_j = \hat{y}_j + \varepsilon_j \quad (4)$$

とおく。ここに、 $\hat{y}_j$ は測定値で、 ε_j は補正值である。我々は ε_j を知ることはできないが、この推定値 $\hat{\varepsilon}_j$ を(4)式で定義される δ が最小となるもので与えることにする。

$$\delta = \sum (\hat{N}_j^2 + \alpha \hat{\varepsilon}_j^2) \quad (5)$$

ここに、 $\hat{N}_j$ は N_j の推定値で N_j は次式で定義される。

$$N_j = y_{j+1} - 2y_j + y_{j-1} \quad (6)$$

ϵ_j と y_j の間に相関がない場合、 N_j の測定値 $\hat{N}_j$ の二乗和は N_j のものより大きくなるから、 δ が最小になる様に $\hat{N}_j$ を選ぶのは合理的である。

N_j と M_j の間には (7) 式の関係がある。

$$M_{j-1} + 4 M_j + M_{j+1} = \frac{6}{h^2} N_j \quad (7)$$

N_j は近似的に M_j に比例する量である。

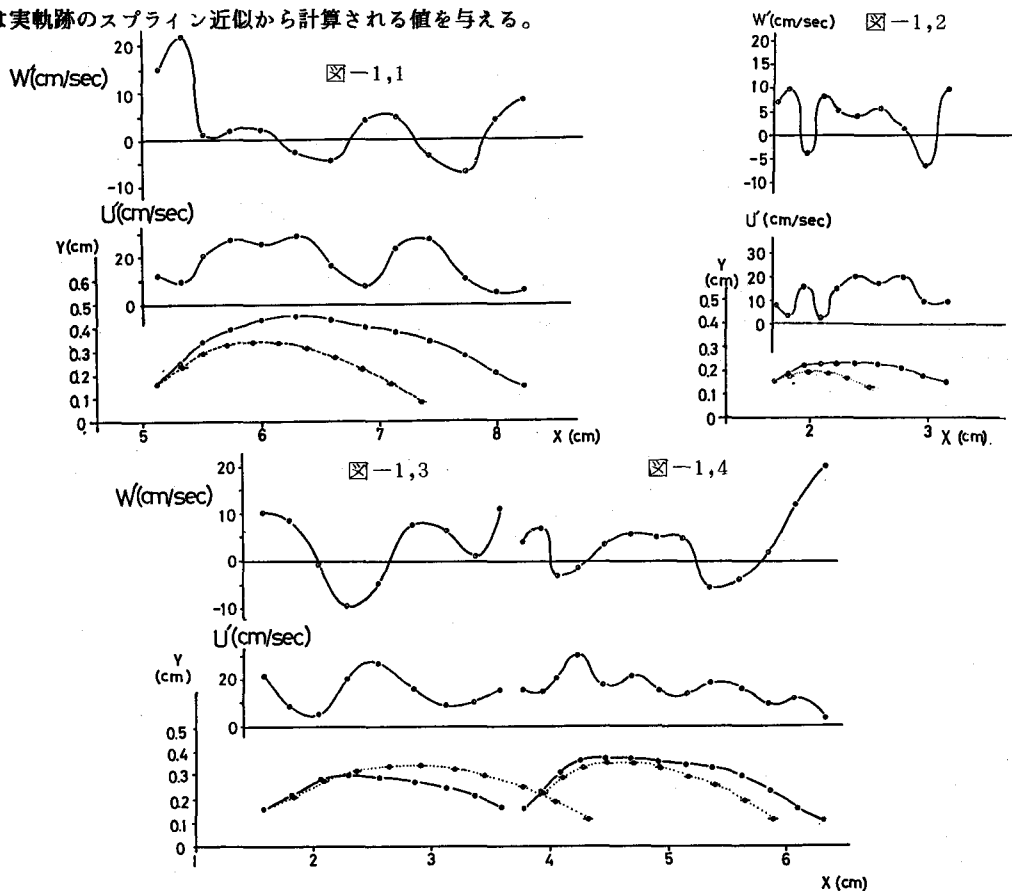
(5) 式における α は、 $|\epsilon_j|$ の最大値 $\epsilon_{\max}$ が予測される誤差以下になる様に定める。

2 実験方法

実験水路は幅10 cm、長さ10 m、河床には、粒径0.12 cmのポリスチレンが均一に貼られている。実験条件は、流量 $Q=0.78$ (l/sec)、勾配1/345であり、水深 $h=3.1$ cm、摩擦速度 $U_* = 2.18$ (cm/sec)である。上流から粒径 $d=0.273$ cm、比重 $\rho_s=1.12$ の粒子を投入し、その運動を16 mmフィルム (毎秒64コマ) で撮影した。又、本実験の限界摩擦速度 U_{*c} は、岩垣の式によれば、1.04 (cm/sec)である。

3 Saltation軌跡

粒子がSaltation運動すると仮定した場合の粒子の軌跡を求めこれと実測値とを比較して乱れの効果を調べる。Saltation軌跡は、(1) 式において U' の代わりに平均流速の測定値与え(2) 式において $W'=0$ とおいた式を、Runge-Kutta法により解いて求めた。以後、この軌跡を理論軌跡と呼ぶ。砂粒の初速度には実軌跡のスプライン近似から計算される値を与える。



以下に軌跡の計算例を示す。

図1は軌跡の典型的な例について、実測値と理論軌跡（点線）の比較を行ったものである。実測値はスプライン関数で結んである（実線）。図中には、計算された乱れ成分速度 U' 、 W' も示した。

図-1.1は、飛び出し直後に上向きの大きな乱れ速度が働いた場合で理論軌跡に比べて、砂粒をより高く上昇させている。

図-1.2は、他の軌跡と比較して飛び出し速度、飛距離、高さとも小さな軌跡であるが、継続的に上向きの乱れが働いている例である。

図-1.3は、飛び出した後ピークの前に下向きの乱れ速度が働き下降に転じている。理論軌跡が実軌跡よりも大となっている例である。

図-1.4は、ピーク付近で上向きの乱れが働いている例である。

○ 上昇
△ 下降

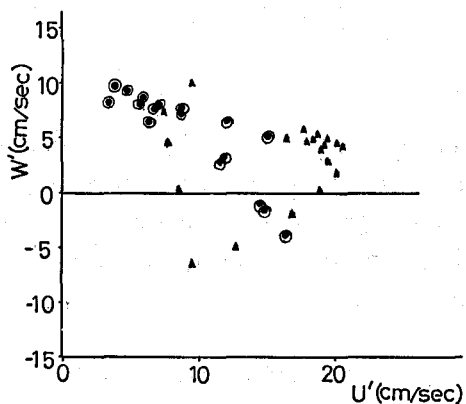
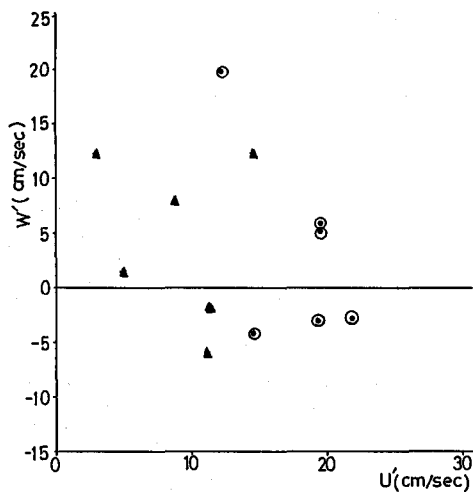
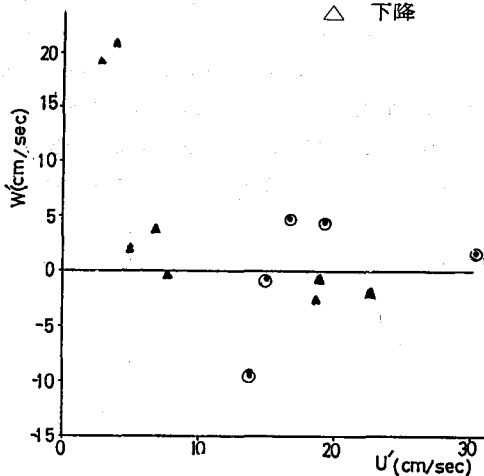
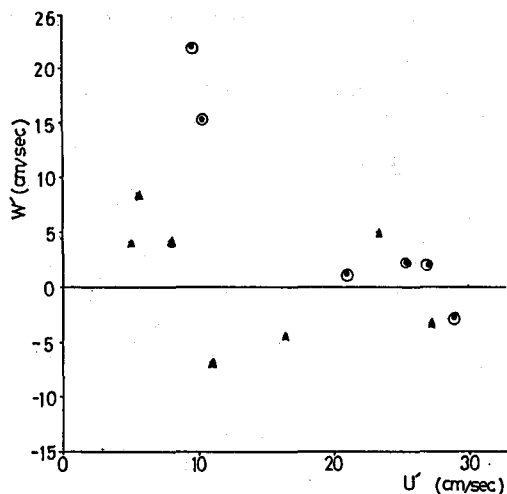


図-2

4 移動粒子に作用する乱れの構造

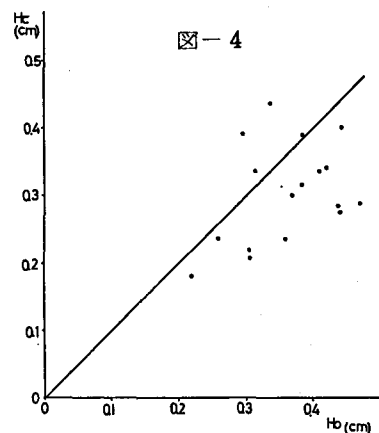
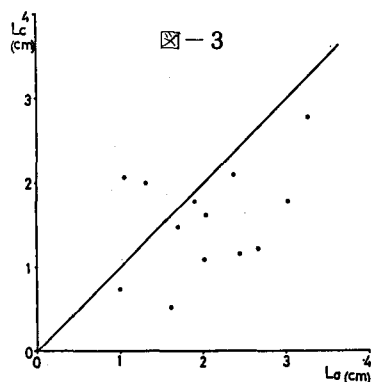
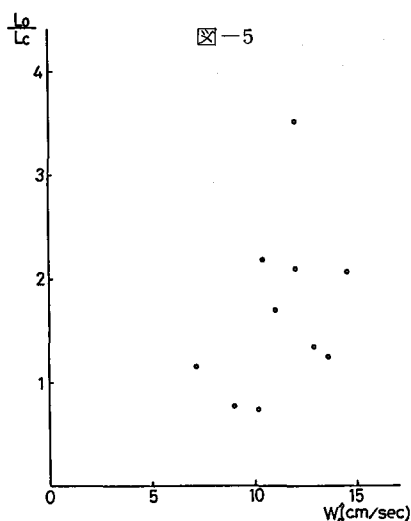
前節で示した軌跡は、初期の上昇期に W' が大きい場合、 U' は小さな値を取る傾向がみられる。このことを確かめるために、軌跡を上昇期と下降期に分けて、 U' と W' の関係を調べた。その結果図-2に示す様に（上昇期（○印）、下降期（△印）） U' と W' は全体的に逆位相の関係が見られるが、この関係は上昇期の方が強い。それぞれについて U' 、 W' 間の相関係数を求めると、上昇期では-0.7~-0.8となり、下降期では-0.4程度であった。

これらのことから砂粒の運動の典型的なパターンは、『河床からの上昇時には $U' \rightarrow$ 小、 $W' \rightarrow$ 大なる乱れを受けて上昇し、ピークを過ぎるとよりランダムな乱れを受けながら流下する。』である。これは、芦田らの提案しているモデルとはほぼ一致している。

図-3は実測値の飛距離 L_o と理論軌跡の飛距離 L_e を比較したものである。また図-4は飛高について同様の比較を行ったものである。図から、ばらつきは大きい、どちらも平均的には実測値の方が大きくなっていることがわかる。

図-5は L_o/L_e と河床離脱時の $W' = W_o'$ との関係を見たものである。図から W_o' とともに L_o/L_e が、増大する傾向が見られるが、ばらつきは大きい。

これらのことから初期上昇時の乱れが、軌跡の大きさに与える影響は大きい、それだけでは決まらず移動中の乱れも大きな影響を与えていることが解る。



5 おわりに

本研究では3次のスプライン関数にデータ点の測定誤差を取り除く工夫をし、粒子の移動軌跡を解析して乱れの効果を調べた。その結果、Saltation運動と見える軌跡でも乱れの効果を無視できないことがわかった。

参考文献 1) 芦田和男、藤田正治、向井 健 : 粗面上の粒子の浮遊機構、第28回水理講演会論文集