

粒径の影響を考慮した 2 次元河床安定解析
The Stability Analysis of Two-dimensional Sand Waves
Taking Account of the Effect of Grain Size

中央大学理工学部 正会員 林 泰 造
榊1. N. A. 新土木研究所 正会員 大 西 光 陽
中央大学大学院修士課程 学生員○高 橋 進

1. まえがき

二次元河床波の発生機構ならびに発生領域については、数多くの研究がなされている。従来の研究では反砂堆を中心としたフルード数の大きい領域での解析が主体をなしてきた。しかし、林・大西（1981）は河床波の安定解析理論を用いて、砂漣・砂堆および反砂堆を、統一的に取りあつかう解析を行ない、河床波の発生卓越波長と実験値との比較を行なった（以後“前報”とよぶ）。この研究は、ある程度の成果をおさめたが、理論の中に砂粒レイノルズ数が入っていないという欠点があった。本来、砂漣発生領域では、砂粒レイノルズ数の影響が河床波の発生に関して、重要な影響をもつと考えられる。そこで本研究においては、この砂粒レイノルズ数の影響を理論式の中に取り入れての発生河床波の卓越波長の計算を試みた。

2. 計算の基本式

水流に関する基本式は前報と殆んど同様で、二次元せん断乱流の式としての次式を用いる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = gS - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (3)$$

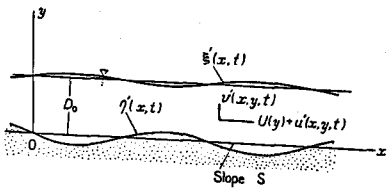


Fig. 1 Notations

ここに、 $u = U + u'$: x 方向の流速成分、 $u = u'$: y 方向の流速成分、 S : 平均河床勾配、 $\epsilon = \kappa u_* D_0 / 6$: 渦動粘性係数、 κ : カルマン定数 (= 0.4)、 D_0 : 平均水深。

主流速分布 $U(y)$ としては前報同様に河床面でスリップ速度を有する 2 次曲線としての次式を用いる。

$$[U_s - u(y)] / u_* = [(U_s - U_b) / u_*] [1 - (y/D_0)^2] \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 u_* : 主流速による底面せん断速度、 U_s : 水面における平均流速、 U_b : 河床面におけるスリップ流速。

掃流砂量式には Meyer-Peter and Müller 型の式に流砂量と局所せん断力との間に存在する遅れ距離 δ を導入した次式を用いた。

$$\phi = 14 \left[\tau_*(x - \delta) - \tau_{*c} \right]^{3/2} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\phi = q_B / \sqrt{(s-1)gd^3}$: 無次元掃流砂量、 s : 砂の比重、 g : 重力加速度、 d : 砂の粒径、 $\tau_* = u_*^2 / (s-1)gd$: 無次元掃流力、 τ_{*c} : 無次元限界掃流力。

遅れ距離 δ には前報同様に次式を使用した。

$$\delta = (\lambda_{s1} \tau_* + \lambda_{s2}) d \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $\lambda_{s1} = 20$ 、 $\lambda_{s2} = 15$ 。

解析の中で必要となる U_b 及び断面平均流速 U_m は、本来は外部領域に対する式である式(4)と、壁法則と

しての流速の対数分布式とが、壁領域の外縁で連続につながるものでなければならない。このような条件を満たすためには、 U_b と U_m は次式を満たすものであることが必要である。

$$\frac{U_b}{u_*} = A_b + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{D_o}{k_s}, \quad \frac{U_m}{u_*} = A_m + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{D_o}{k_s} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 k_s : 砂粒粗度。前報においては、式(7)において $A_b = 3.50$, $A_m = 6.00$ として計算した。しかし本報においては A_b , A_m を次式で計算する。

$$A_b = \frac{1}{\kappa} \ln(30.2x) - \frac{1}{\kappa} \left(1 - \frac{\alpha}{2\kappa}\right) + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\alpha}{\kappa} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$A_m = A_b + \frac{1}{3\alpha} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $\alpha = kye/D$, ye : 壁領域外縁までの厚さ、 x : Einstein の smooth-rough transition parameter で、 x は砂粒レイノルズ数 $Res = u_* d / \nu$ について与えられた関数である (Fig.2)。 ye/D の値は Townsend (1976) の研究に基づき、0.19 とした。

また、 k_s は前報では $k_s = 2d$ としたが、本報では 芦田・道上 (1972) が求めた関係式

$$k = (1 + 2\tau_*)d \quad \dots\dots\dots (10)$$

を使用する。

無次元限界掃流力 τ_{*c} には $u_* d / \nu$ の関数として図示されている Shields の曲線を、Einstein の x の値と同様にそのまま Res の関数としてコンピューターに読みこんで、それを使用した。

解析により、河床上に与える一次元正弦波攪乱の時間的増巾率 c_1 の理論式の骨組みは前報と同じであるが、流速係数 φ の内容が修正される点だけが異なる。すなわち、

$$\varphi = \frac{U_m}{u_*} = A_m + 5.75 \log \frac{D_o}{(1 + 2\tau_*)d} \quad \dots\dots\dots (11)$$

で、 A_m は式(9)と(8)とから $u_* d / \nu$ の関数として定められる。

この c_1 の値に基づいて前報と同様の方法で発生河床波の卓越波長を計算した。

3. 関係基本パラメーター

前報においては無次元卓越波数 kD_o を

$$kD_o = f\left(\frac{D_o}{d}, \tau_*\right) \quad \dots\dots\dots (12)$$

として計算し、この形で図示した。しかし、水深が変ると τ_* は変化するが、河床勾配 S は水深が変わっても変化しない。従って、 D_o/d と τ_* とは互に完全に独立な無次元積ではないが、 D_o/d と $S/s-1$ とは互に独立な量である。このため、 kD_o の表示方法としては

$$kD_o = f\left(\frac{D_o}{d}, \frac{S}{s-1}\right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

の方が式(12)より適当である。ところで、本報ではさらに砂粒レイノルズ数の影響をとり入れているのであるから、式(13)の中にはこのパラメーターが新たに加わり

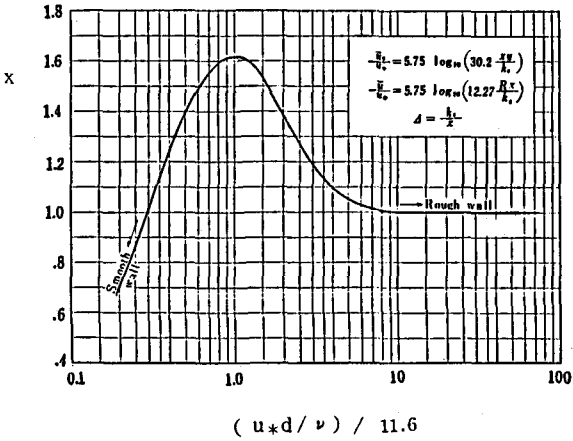


Fig.2 Smooth-rough transition parameter

$$kD_0 = f \left(\frac{D_0}{d}, \frac{S}{s-1}, \frac{u_* d}{\nu} \right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

のように表示されることになる。しかし

$$Res = \frac{u_* d}{\nu} = \frac{\sqrt{g D_0 S d}}{\nu} = \frac{\sqrt{(s-1) g d^3}}{\nu} \sqrt{\frac{D_0}{d}} \sqrt{\frac{S}{s-1}} \quad \dots\dots\dots (15)$$

であるから、

$$\sqrt{(s-1) g d^3} / \nu = R_{gd} \quad \dots\dots\dots (15a)$$

とおくと、式(15)の Res は R_{gd} 、 D_0/d 及び $S/s-1$ の3個のパラメーターに分離されている。式(15a)の R_{gd} は Vanoni (1975) が用いた下記の粒子のレイノルズ数 R_g 、あるいは Ackers and White (1973) が彼等の流砂量式中に用いている下記の無次元粒径 d_{gr} と内容的には殆ど同一のものである。

$$R_g = d \sqrt{g d} / \nu \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$d_{gr} = \sqrt[3]{(s-1) g / \nu^2} d \quad \dots\dots\dots (17)$$

以上のような理由から、本報においては

$$kD_0 = f \left(\frac{D_0}{d}, \frac{S}{s-1}, R_{gd} \right) \quad \dots\dots\dots (18)$$

と考へて、解析式において右辺の3個のパラメーターの値を系統的に変化させて数値計算を行ない、これらのパラメーターについて kD_0 の図表を作成することとした。

4. 計算結果

Fig. 3 (a)–(c), Fig. 4 (a)–(c) 及び Fig. 5 (a)–(c) はそれぞれ

$$R_{gd} = 10, 20, 100 \quad \dots\dots\dots (19)$$

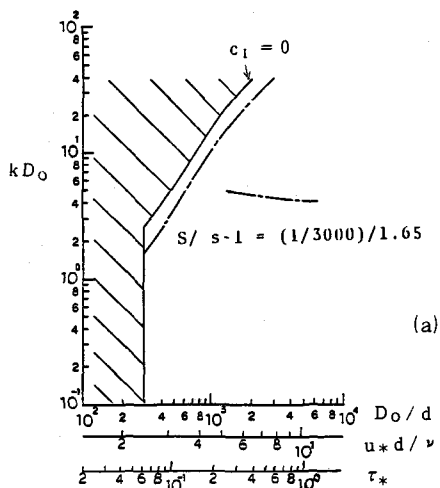
の場合の計算結果で、 $c_I = 0$ と記入した線が中立安定の線であり、他はすべて卓越波長を示す線である。式(19)の R_{gd} の値は、 $s = 2.65$ の自然砂の場合には次のような粒径のものに当る。

$$d = 0.18 \text{ mm}, 0.29 \text{ mm}, 0.85 \text{ mm}$$

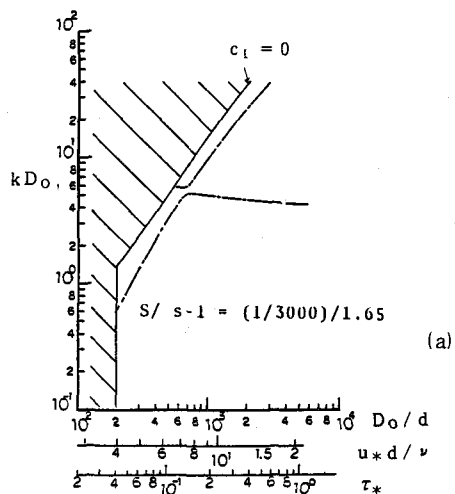
Fig. 3 (a) では $c_I = 0$ の線は現われておらず、卓越波長の線は2本現われている。このうち斜めに立上っている線は、波長 $\lambda (= 2\pi/k)$ が粒径 d に強く依存していることを表わしているものであり、これが砂漣の卓越波長を与える線と考えられる。また、同図中のほぼ水平な右方の線は波長 λ が d には殆んど無関係であり、水深 D_0 により定まる値であることを示しており、これが砂堆の卓越波長を与える線であると考えられる。

つぎに、Fig. 3 (b) では $c_I = 0$ の線が卓越波長を表わす2本の曲線の間に入り、砂漣を表わす右へ立上る曲線は途中で一度切断された形になっている。このため、 S を一定に保ちつつ水深のみを徐々に増加させてゆくと、 $D_0/d = 880$ 付近で kD_0 の値は上昇をやめ、以後は水深の増加とともに砂堆の曲線上を移動するようになり、砂漣は消滅して砂堆に変化していくことを示している。また $c_I = 0$ より上方の卓越波長を表わす曲線はこのような水深の変化に対しては実際には発生しえないのではないと思われる。

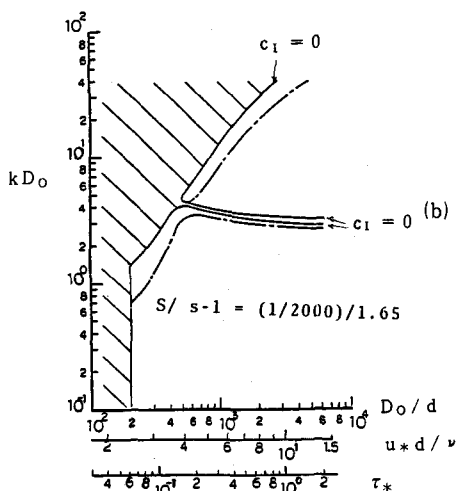
Fig. 3 (c) では右上方に向けて立上る曲線が(a), (b) に比べて緩くなっており、発生河床波の卓越波長は粒径 d にだけでなく、水深 D_0 にも依存するようになっており、砂漣と砂堆の中間的特性をもつものとなっていることを示している。また、この河床波は、底勾配 S を一定に保ちながら水深を増加させてゆくとき、



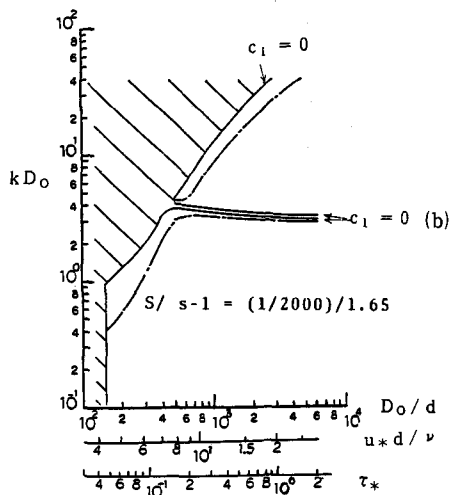
(a)



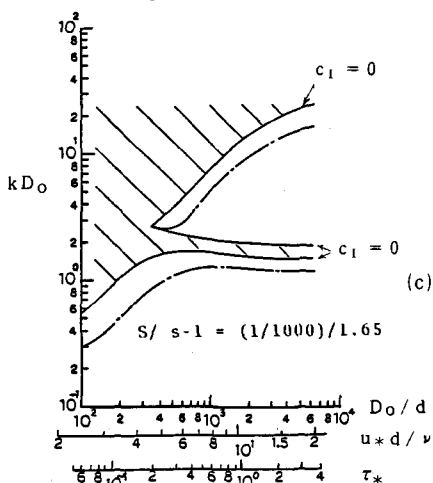
(a)



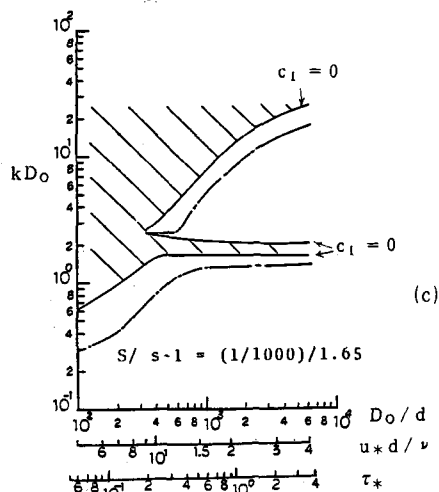
(b)



(b)



(c)



(c)

Fig.3 Curves of dominant wave-numbers and neutral stability ($Rg_d = 10$)

Fig.4 Curves of dominant wave-numbers and neutral stability ($Rg_d = 20$)

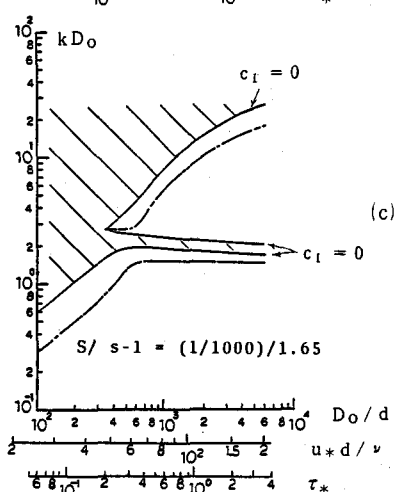
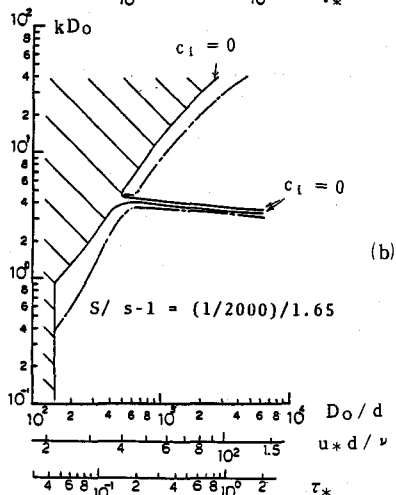
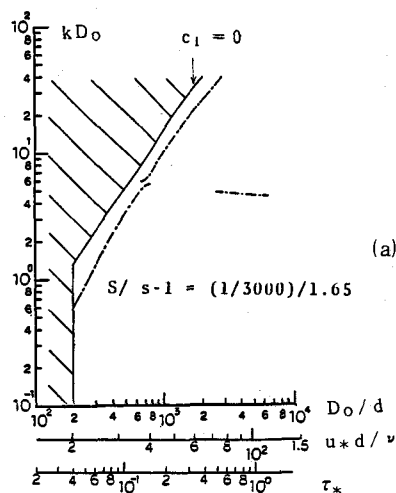


Fig.5 Curves of dominant wave-numbers and neutral stability ($Rg_d = 100$)

$Do/d = 610$ 付近から完全な砂堆に移行してゆくことが同図から認められる。

$Rg_d = 20$ 及び 100 の場合には $Rg_d = 10$ の時と同じような傾向が認められ、砂漣から砂漣へ移行する相対水深の値は小さい方へと移行している。(Fig. 4, Fig. 5)

Rg_d の値を $10 \sim 5000$ の間に变化させて多くの数値計算を行ったが、 $Rg_d = 5000$ ($s=2.65$ のとき $d=11.56$ mm) の時にも右上方に向けて立上がる砂漣の卓越波数曲線がすべての S の値に対して Do/d の小さい方の限られた区間について存在する。Vanoni (1975) は、砂漣は水理学的滑面 ($60 > u_*d/\nu$) においてのみ発生するとし、Sumer and Mehmet (1984) は滑面のみを取扱う安定理論解析から砂漣の発生領域は

$$58.5 > u_*d/\nu \quad (20)$$

であるとしているが、本報の解析では完全粗面の場合にも砂漣が限られた範囲で発生することになる。そこで Sumer らの理論結果との相違点は筆者らの理論の何等かの部分的な不備によるものか、それとも“砂漣”についての定義の違いによるものなのか、現在のところ未だ明らかでない。これについてはさらに検討を重ねてゆきたい。

Fig. 6 は $Rg_d = 100$ のときの本報の計算結果による卓越波長を示したものである。 $Rg_d = 5000$ の場合にも計算結果の図面は Fig. 6 と余り大きくは異っていない。Fig. 7 は Guy et al. (1966) による実験値をプロットしたものである。砂漣、砂堆の種別は彼等の記載してあるものをそのまま用いた。本報の解析結果と Guy らの実験値との間にはかなりの良い対応が見られるように思われる。

付 記

本研究の遂行に当っては、文部省科学研究費自然災害特別研究「沖積地河川における洪水流の制御と治水安全度の向上に関する研究」(研究代表者 北海道大学 岸 力教授)の補助をうけた。記して謝意を表する。

計算図面作成に熱心に協力された中央大学学生岩下善一郎、金子克明、中込政人、古屋 隆の諸君に感謝する。

引用文献

- Ackers, P. and White, W. R. (1973): Sediment Transport: New Approach and Analysis, J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng. 99 HY11, 2041-2060.
 芦田和男・道上正規 (1972): 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集 206, 59-69.

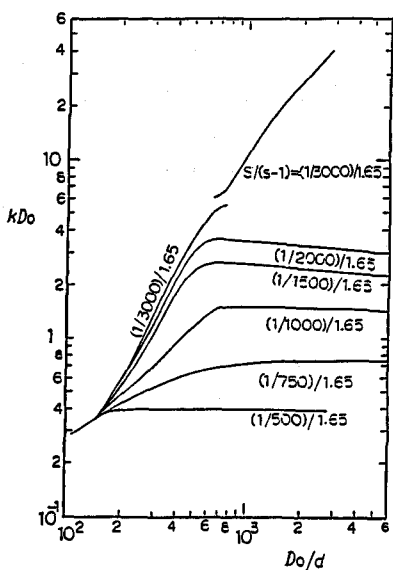


Fig. 6 Dominant wave-numbers
(Theory for $Rgd = 100$)

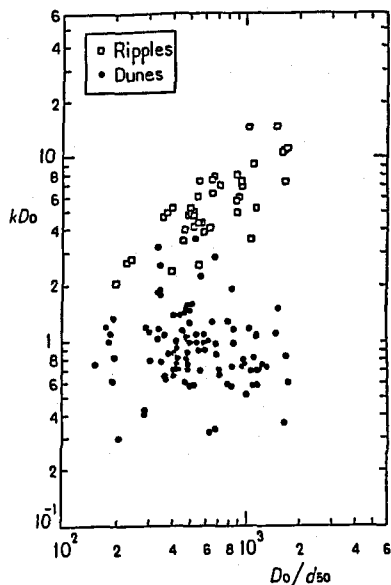


Fig. 7 Dominant wave-numbers
(Data from Guy et al.
(1966) $d = 0.19\text{mm} \sim 0.93\text{mm}$)

林 泰造・大西光陽 (1981) : せん断流モデルによる 2 次元河床波発生の理論的研究, 25 回水講演文集, 85-92.

Sumer, B. M. and Mehmet, B. (1984) : On the formation of ripples on an erodible bed, J. F. M. 144, 170-190.

Townsend, A. A. (1976) : The Structure of Turbulent Shear Flow, 2nd Ed., Cambridge Univ. Press.

Vanoni, V. A. (1975) : Factors determining bed forms of alluvial streams, Closure of Discussions, J. Hyd. Div., Am. Soc. Civ. Eng. 101 HY11 1435-1440.

Guy, H. P., Simons, D. B. and Richardson, E. V. (1966) : Summary of alluvial channel data from flume experiments 1956-61, US Geological Survey Professional Paper 462-I 96p.