

機械的擾乱と熱的擾乱が共存した密度成層場での鉛直混合に関する研究

Vertical Mixing Induced by Combination of Mechanical and Thermal Stirring in Density Stratified System

大阪大学工学部 正員 室田 明

大阪大学工学部 正員 ○道奥 康治

1. はしがき

陸水域・海水域の表層では風の応力と熱の出入りが水表面へ複合的に作用し、内部の水温構造と水質挙動に大きく影響する。このような水温成層場における鉛直混合過程に関し、これまでは外因が風応力のような機械的擾乱かあるいは熱対流のような熱的擾乱かのいずれかを対象とした場合に限り研究が行われてきた。前者に関しては振動格子や種々の単純化されたせん断流による実験モデル化がなされている。後者に関しては密度成層場の上方からの冷却、下方からの加熱、あるいは浮力流体の供給等の形態でモデル化されている。しかし、現実には冒頭に記したように二種の擾乱が複合的に作用して鉛直混合現象が生じており、各々の外因による混合量と各外力が複合した場合の混合量との相互関係を明らかにする必要がある。そこで、本研究では二種の外力が負荷された場を想定して、機械的擾乱と熱的擾乱が同時に作用する密度成層場での混合過程に関する実験モデル化を行ない、混合量の定量評価を試みた。

単一外力を対象とした既往の実験結果との連結を意図して、本実験での各擾乱の発生法は広く一般的に使われている方法を採用する。すなわち、機械的擾乱は振動格子を用いて発生させる。熱的擾乱は底面を加熱することによって発生させる。また密度場としては安定な水温二成層場を対象とする。

2. 実験方法

実験装置を図-1に示す。水槽は縦25cm、横25cm、高さ50cmの透明アクリル製鉛直一次元水槽を用いる。振動格子は底板から $d=4\text{cm}$ 上方位置に設置し、所定の振幅・周波数で振動させる。格子幾何形状はTurner¹⁾と同じく格子要素1cm角・要素間隔 $M=5\text{cm}$ とする。熱源は底板内に設置されている。注水の際、格子を適度に振動させて明瞭な水温二成層を設定する。実験は時間とともに混合層厚 h_m と上下層相対密度差 ϵ が変化する非定常状態で進行する。水温は鉛直方向30点に設置した市販のサーミスター水温計で計測される。同時に時定数の小さいサーミスターを製作し密度界面付近に設置して水温変動を捉える。熱源の加熱度は $H_s = 0 \sim 0.09^\circ\text{C}/\text{sec}$ 、格子振幅は $S=1.0\text{cm}$ 、周波数は $f=0 \sim 4\text{Hz}$ の範囲で変化させる。ここに H_s は密度 ρ と定圧比熱 c で除した形の底面での熱量束である。

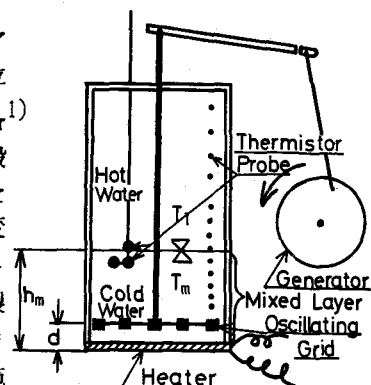
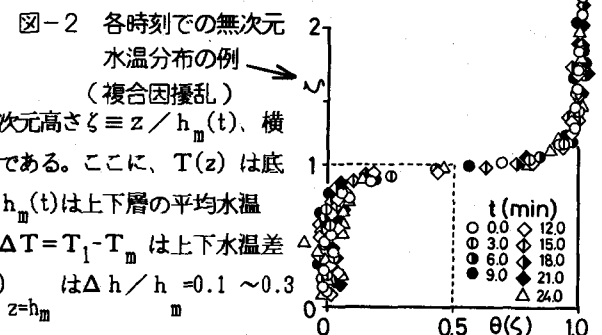


図-1 実験装置の模式図

3. 水温分布

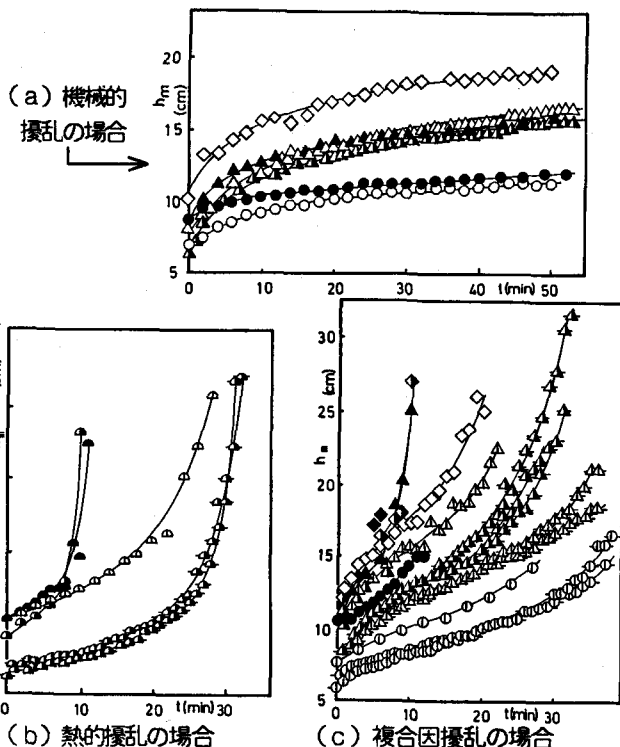
図-2に水温分布の計測例を示す。縦軸は無次元高さ $z \equiv z/h_m(t)$ 、横軸は無次元水温 $\theta(z) = \{T(z) - T_m\} / \Delta T$ である。ここに、 $T(z)$ は底面からの高さ z における水温である。混合層厚 $h_m(t)$ は上下層の平均水温 T_1, T_m の平均値に相当する高さで定義する。 $\Delta T = T_1 - T_m$ は上下水温差である。密度中間層厚 $\Delta h = \Delta T / (\partial T / \partial z)$ は $\Delta h / h_m = 0.1 \sim 0.3$ の範囲で変化し明瞭な二層系を呈している。

図-2 各時刻での無次元水温分布の例 (複合因擾乱)



4. 混合層厚の経時変化

図-3に $h_m(t)$ の経時変化を示す。機械的擾乱のみが作用する場合(図-3(a))では時間とともに擾乱源と密度界面の距離が増し、発達速度 dh_m/dt は単調に減少する。逆に熱的擾乱のみの場合(図-3(b))では時間にもなう対流速度の増大と密度差の減少によって dh_m/dt は単調に増大する。これらに対し、兩種の擾乱が作用する複合因擾乱の場合(図-3(c))は特異な発達過程を示す。すなわち、 $h_m(t)$ が小さい初期の間には機械的擾乱の方が熱的擾乱に較べ混合に対する貢献が大きく、 dh_m/dt は時間的に減少する。しかし、ある時刻に到ると今度は熱的擾乱の効果の方が相対的に大きくなり、 $d^2 h_m/dt^2 = 0$ なる変曲点を経て dh_m/dt が単調に増大し始める。



5. 連行量の評価

5. 1 機械的擾乱による連行量

連行量を支配する代表量としては次式であらわされる速度と長さの

$$v_s = c f s^{3/2} M^{1/2} (h_m - d)^{-1/2}, \quad l_s = \beta (h_m - d) \quad (1)$$

スケールが知られている²⁾。ここで c, β は各々定数である。 v_s, l_s は各々乱れ速度自乗平均値と積分代表長に対応する。これより連行係数は $E_s = V_e / v_s$ 、リチャードソン数は $\hat{Ri}_s = \epsilon g l_s / v_s^2$ と定義される。 $V_e = dh_m/dt$ は連行速度、 g は重力加速度である。その他の諸量は2.において定義されたものと同様である。 c, β は普遍定数ではないが v_s, l_s はいずれもoverallな諸量 f, s, M, h_m, d で直接表現されるので $E_s, \hat{Ri}_s$ もまた実質的にはoverallなパラメータに準ずると考える。 E_s と $\hat{Ri}_s$ の関係を図-4(a)に示す。混合層厚一定で準定常片層擾乱のもとに行なわれたTurnerの実験結果¹⁾も併記する。両実験値とも次式が成り立つ。両実験値の適合度から、本実験に

$$E_s = C_1 \hat{Ri}_s^{-1} \quad C_1 = 1.10 \quad (2)$$

においては混合層厚の変化にともなう非定常性の影響はないと判断される。(a) 機械的擾乱の場合、(b) 熱的擾乱の場合

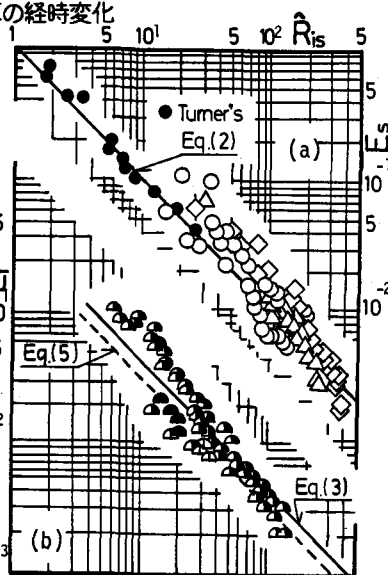


図-4 連行係数とリチャードソン数
(a) 機械的擾乱の場合、(b) 熱的擾乱の場合

5. 2 熱的擾乱による連行量

現象を規定する代表量として対流速度 $u_f = (\alpha g H_s h_m)^{1/3}$ と混合層厚を用いる。ここで α は熱膨張係数である。これより連行係数とリチャードソン数は各々 $E_f = V_e / u_f$ 、 $Ri_f = \epsilon g h_m / u_f^2$ と定義される。図-4(b)に E_f と Ri_f の関係を示す。この場合もやはり次のような連行則が成り立つ。

$$E_f = C_2 Ri_f^{-1} = C_2 \left(\frac{u_f^2}{\epsilon g h_m} \right), \quad C_2 = 0.45 \quad (3)$$

ここで成層浸食が密度界面近傍での局所的なpseudo-encroachment として生ずるという仮説を立て図-4(b)の結果に対する考察を加える。定常状態でのpseudo-encroachment による成層浸食速度は熱保存則から次式で与えられる。³⁾

$$d h_m / d t = \frac{H_s}{h_m (\partial T / \partial z)_i} \quad (4)$$

$(\partial T / \partial z)_i$ は混合層上端での水温勾配である。近似的に $(\partial T / \partial z)_i = \Delta T / \Delta h$ とおき式(4)に代入すると次式を得る。

$$E_f = (\Delta h / h_m) Ri_f^{-1} \equiv F(Ri_f) Ri_f^{-1} \quad \text{ここで} \quad \Delta h / h_m = F(Ri_f) \quad (5)$$

$\Delta h / h_m$ と Ri_f の関係を図-5に示す。 $\Delta h / h_m$ は Ri_f の外、ペクレ数の関数でもあり得る。しかし、図-5より本実験では $\Delta h / h_m$ はほぼ一定であり $\Delta h / h_m = 0.34$ とおく。これより式(5)の関係を図-4(b)中に示せば破線のように上記の仮説が近似的に成立しているようである。 E_f や $\Delta h / h_m$ に及ぼす拡散性の影響、定常過程として取り扱うことの是非等については紙面の都合上別の機会に報告する。

5.3 複合因擾乱による連行量

長さや速度の代表量を z_0 , σ と書き連行係数とリチャードソン数を各々 $E_\sigma = V_e / \sigma$, $Ri_\sigma = \epsilon g z_0 / \sigma^2$ と定義する。5.1, 5.2の結果から E_σ と Ri_σ についても次式の関数形を想定する。

$$E_\sigma = C_3 Ri_\sigma^{-1} = C_3 \frac{\sigma^2}{\epsilon g z_0} \quad (6)$$

まず速度代表量 σ については積分混合層模型⁴⁾と同じように各擾乱のエネルギー流束の線形和が成立すると考え次式の形で定義する。

$$\sigma = (u_f^3 + \eta^3 u_s^3)^{1/3} \quad (7)$$

次に長さの代表量 z_0 としては混合層厚 h_m を選ぶことが妥当である。しかし本実験では、機械的擾乱に関しては式(2)からわかるように長さ代表量が $l_s \sim (h_m - d)$ となっており表現を統一するためには工夫が必要である。そこで $u_f \rightarrow 0$ の極限で式(6)が式(2)と同じ関数形となるよう η を次のように再定義する。

$$\eta = \eta_0 \{ h_m / (h_m - d) \}^{1/3} \quad (8)$$

この操作は実験モデル化の上で生じたものであり現象の本質に関わる問題ではない。当然 $d \ll h_m$ なる条件の下で行なわれた実験や実現象においては $\eta = \eta_0$ である。

次に式(8)は $u_s \rightarrow 0$ の極限において式(3)に一致せねばならないことから $C_3 = C_2$ となる。これを用いれば連行速度の実測値より η_0 を算出することができる。 η_0 を各擾乱の強度比 u_f / u_s の関数として示したものが図-6である。図中の実線は式(8)が $u_f \rightarrow 0$ の極限において式(2)と一致するとし得られた値 $\hat{\eta}_0 = (C_1 / \beta C_2)^{1/3}$ である。 η_0 と u_f / u_s の相関は特に認められず平均的には $\eta_0 = \hat{\eta}_0$ なる値をとる。そこで、 $\eta_0 = \hat{\eta}_0$ (一定)として Ri_σ と E_σ を算出しその関係を示したものが図-7である。実験値はほぼ式(6) (図中実線)に適合するようである。

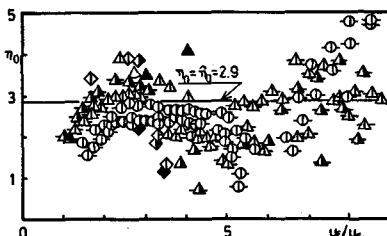


図-6 η_0 と u_f / u_s

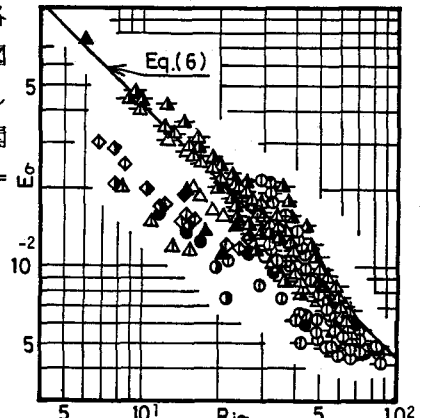


図-7 複合因擾乱の場合の連行係数 E_σ とリチャードソン数 Ri_σ

6. 混合層厚の算定

連行則が定式化されると次式の体積と相対密度差の保存から各時刻の混合層厚が算定される (図-8 参照)。

$$\frac{dh_m}{dt} = C_3 \frac{\sigma^3}{\epsilon g h_m} \text{ (体積の保存則) } (9)_{-1}, \quad \frac{d\epsilon}{dt} = -\frac{\alpha H_s}{h_m} - \frac{dh_m}{dt} \frac{\epsilon}{h_m} \text{ (相対密度差の保存則) } (9)_{-2}$$

6.1 機械的擾乱の場合

式(9) は次のようになる。

$$\frac{dh_m}{dt} = \frac{C_1 u_s^3}{\beta \epsilon g (h_m - d)} (10)_{-1}, \quad \frac{d\epsilon}{dt} = -\frac{C_1 u_s^3}{\beta g h_m (h_m - d)} (10)_{-2}$$

両式から $\epsilon h_m = \text{一定}$ となる。これを用いて両式を h_m に関して整理する。

u_s として式(1) を用い $t = t_0$ で $\epsilon = \epsilon_0, h_m = h_{m0}$ なる初期条件で積分すると次式を得る。

$$W(\lambda, H_m) \equiv \frac{1}{4} (H_m^4 - 1) - \frac{4}{3} \lambda (H_m^3 - 1) + 3 \lambda^2 (H_m^2 - 1) - 4 \lambda^3 (H_m - 1) + \lambda^4 \ln H_m = \tau_1 \quad (11)$$

ここに $H_m = h_m / h_{m0}$ は無次元混合層厚、 $\lambda = d / h_{m0}$ 、 $\tau_1 = C_1 c^3 (sM)^{3/2} u_{s0}^3 (t - t_0) / \beta \epsilon_0 g h_{m0}^5$ は無次元時間、 $u_{s0} = f s$ である。式(1) と実験値の比較を図-9 に示す。図中の点線は $\lambda = 0$ なる場合の漸近解である。

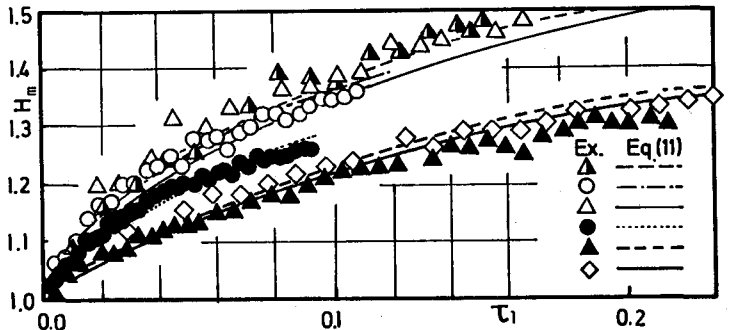


図-9 混合層厚の解析解と実験値の比較 (機械的擾乱の場合)

6.2 熱的擾乱の場合

式(9) は次のようになる。

$$\frac{dh_m}{dt} = C_2 \frac{\alpha H_s}{\epsilon} (12)_{-1}, \quad \frac{d\epsilon}{dt} = - (1 + C_2) \frac{\alpha H_s}{h_m} (12)_{-2}$$

両式から H_s を消去し上記と同様の初期条件で積分すれば次式を得る。

$$\epsilon h_m^{(1+C_2)/C_2} = \epsilon_0 h_{m0}^{(1+C_2)/C_2} \quad (13)$$

式(13) と (12)_{-1} から ϵ を消去し熱量束 H_s が一定の条件の下に積分すると

$$H_m = (1 - \tau_2)^{-C_2} \quad (14)$$

なる解を得る。ここに H_m は上記と同じ無次元混合層厚、 $\tau_2 = \alpha H_s (t - t_0) / \epsilon_0 h_{m0}$ は無次元時間である。図-10 に式(14) と実験値との比較を示す。両者は実験誤差の範囲で一致する。

6.3 複合因擾乱の場合

解析解は得られず式(9) を数値積分することによってのみ解が得られる。

7. 混合層厚とモーニン・オブコフ長

モーニン・オブコフ長 L は鉛直方向浮力流束が存在する成層場での乱れを規定する長さであり、流速・浮力の分布則を誘導する際汎用される。本研究の場合、 L は次式で定義される。

$$L = u_s^3 / \alpha g H_s \quad (15)$$

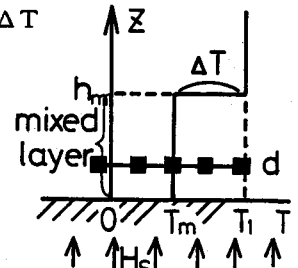


図-8 混合層内の保存則の説明図

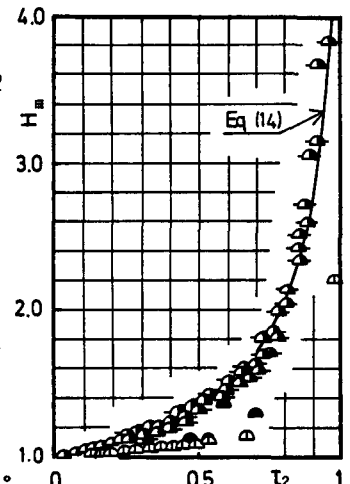


図-10 混合層厚の解析解と実験値の比較 (熱的擾乱の場合)

受熱期の湖沼表層や夜間の大気接地層のように浮力流束 $\alpha g H_s$ が安定作用をなす場合には、 L は風応力による擾乱が浮力安定作用に抗って伝わる深さをあらわす。逆に放熱期の湖沼や昼間の大気層の場合は、 $\alpha g H_s$ が不安定作用をなし、 L は風の擾乱と熱対流の擾乱が混合に対し同じ貢献度を持つに至る深さに相当する。本研究の場合は後者の例に相当する。

図-3(c) に示したように混合層厚の時間曲線は $d^2 h_m / dt^2 = 0$ なる変曲点を経て、機械的擾乱が卓越する regime から熱的擾乱が卓越する regime へと遷移する。このことを定量的に表現するために変曲点での混合層厚 h_m^* とその時のモーン・オブコフ長 L_* との関係を調べる。 h_m^*, L_* は図-11 に示す $L, h_m, d^2 h_m / dt^2$ の経時変化曲線から $d^2 h_m / dt^2 = 0$ なる点での値として求まる。 L_* と h_m^* の実験結果を示すに先立ち、5. で得られた連行則を用いて $L_* \sim h_m^*$ 間の関係を導出する。

混合現象の立場から定義される regime の遷移点とは前述のごとく二種の擾乱が混合に対し同じ貢献度をなす状態を指す。この定義に従い式(6)中の $d h_m / dt$ に含まれる機械的擾乱項と熱的擾乱項を等置すれば L_* と h_m^* の関係が次のように得られる。

$$L_* = \left(\frac{u_s^3}{\alpha g H_s} \right)_* = \hat{\eta}_0^{-3} (h_m^* - d) \quad (16)$$

図-11 から得られる L_*, h_m^* の実験値と式(16)との比較を図-12 に示す。

式(1) からわかるように式(16)中の u_s には変量 h_m が含まれるため L_* は実用上不都合である。そこで擾乱源である格子位置での速度スケール $u_{s0} = f s$ を用いたモーン・オブコフ長 $L_{*0} = u_{s0}^3 / \alpha g H_s$ を新たに定義する。 L_{*0} は h_m のような水理変量を含まず擾乱源外力の大きさのみで規定されるため L_* に較べると使い易い代表量である。

L_{*0} は式(16)に式(1)を代入して次のようになる。

$$L_{*0} = \frac{u_{s0}^3}{\alpha g H_s} = \hat{\eta}_0^{-3} c^{-3} (sM)^{-3/2} (h_m^* - d)^4 \quad (17)$$

式(17)と実験値との比較を図-13 に示す。

図-12, 13 の結果より $h_m \sim t$ 曲線に観られる regime の遷移点と、混合量の立場から解析的に定義される遷移点とは一致することが定量的に証明された。

8. 等連行係数線

式(6)では二つの擾乱因を合成したリチャードソン数 Ri_σ によってのみ連行量が記述されているため、混合に及ぼす各々の擾乱の貢献度はわからない。そこで機械的擾乱に基づく成層安定度 $Ri_s = \epsilon g h_m / u_s^2$ 、熱的擾乱に基づく成層安定度 $Ri_f = \epsilon g h_m / u_f^2$ 、連行係数 $E_\sigma = V_e / \sigma$ の三者間の関係を統一的に図式化し、 E_σ に対する Ri_s と Ri_f の寄与を明確に示すことを考える。

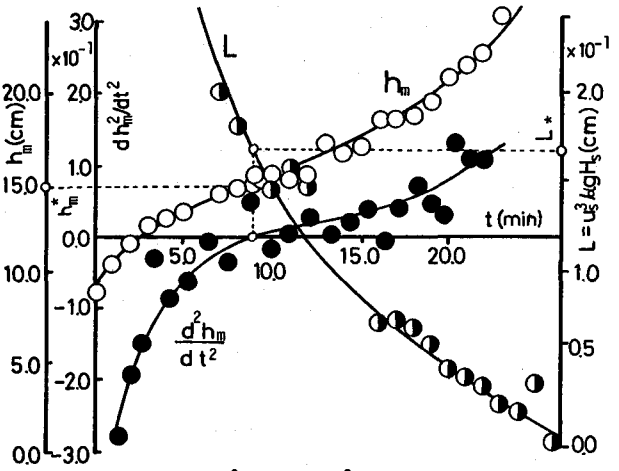


図-11 $L, h_m, d^2 h_m / dt^2$ の時間変化と L_*, h_m^* の定義図

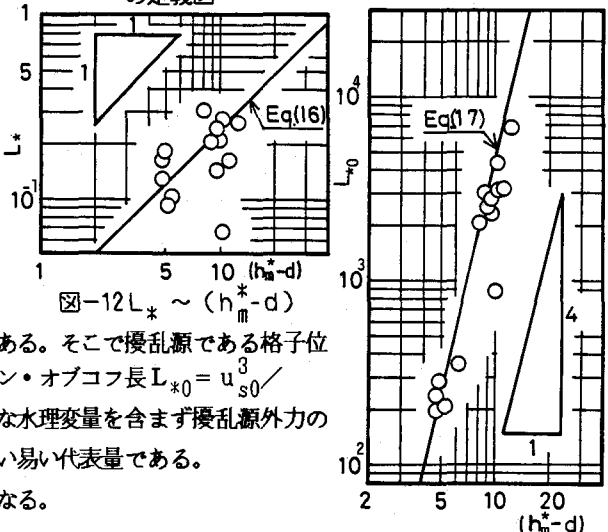


図-12 $L_* \sim (h_m^* - d)$

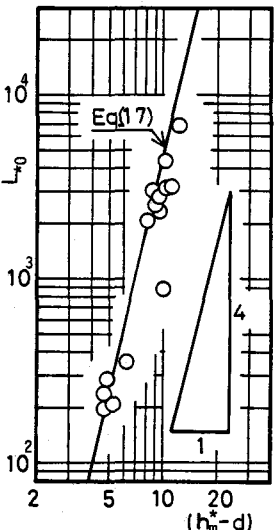


図-13 $L_{*0} \sim (h_m^* - d)$

議論を一般化するために二種の擾乱源がいずれも底面に位置する $d \rightarrow 0$ の場合を考える。したがって式(8)から $\eta = \eta_0 = \hat{\eta}_0$ となる。なお先に示した $\hat{Ri}_s$ と上記に定義された Ri_s とは $Ri_s = \hat{Ri}_s / \beta$ なる関係にある。

式(6)を Ri_f, Ri_s を用いて表現すると次式のように

$$E_\sigma = C_3 (Ri_f^{-1} \frac{u_f}{\sigma} + \eta^3 Ri_s^{-1} \frac{u_s}{\sigma}) \quad (18)$$

になる。ここで $u_f/u_s = (Ri_s/Ri_f)^{1/2}$ であることおよび σ の定義 式(7) から

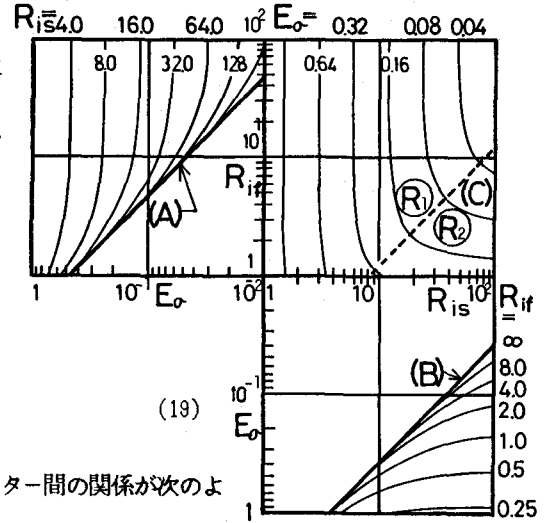
$$\frac{u_f}{\sigma} = \frac{(Ri_s/Ri_f)^{1/2}}{[(Ri_s/Ri_f)^{3/2} + \eta^3]^{1/3}}$$

$$\frac{u_s}{\sigma} = \frac{1}{[(Ri_s/Ri_f)^{3/2} + \eta^3]^{1/3}}$$

である。式(19)を式(18)に代入すれば三つのパラメーター間の関係が次のように求められる。

$$E_\sigma = c_3 [Ri_f^{3/2} + \eta^3 Ri_s^{3/2}]^{2/3} \quad (20)$$

η として 5.3 で得られた $\hat{\eta}_0$ の値を用いて式(20)の関係を図示したものが図-14である。



(c) $E_\sigma \sim Ri_s (Ri_f)$

図-14 等連行係数線

同図の第二象限は Ri_s をパラメーターとした E_σ と Ri_f の関係を示す。 $Ri_s \rightarrow \infty$ の極限である漸近曲線 A は式(3)に一致する。同様に第四象限は Ri_f をパラメーターとした E_σ と Ri_s の関係を示す。 $Ri_f \rightarrow \infty$ の極限である漸近曲線 B は式(2)中の $\hat{Ri}_s$ を Ri_s で表現した関係に一致する。これら二つの象限の値を $Ri_s \sim Ri_f$ 平面上に投影したものが第一象限に示される等連行係数線である。同象限の曲線 C は E_σ に対する Ri_s と Ri_f の貢献度が等しい時の Ri_s と Ri_f の関係である。これは式(20)中の右辺の二項を等値することにより $Ri_f = \eta^{-2} Ri_s$ と求められる。これは式(18)あるいは式(17)の関係を Ri_s と Ri_f で表現したものに外ならない。曲線 C を境として左上の領域 R_1 は混合に対して機械的擾乱が支配的な regime, 右下の領域 R_2 は熱的擾乱が支配的な regime である。本実験の成層場は、時間経過とともに R_1 から R_2 へと変遷してゆくことが理解される。実水域においても風速と熱収支の観測値から Ri_s, Ri_f に相当する量を算出し、図-14の等連行係数線にプロットすれば、水質混合に対しいずれの擾乱がどの程度卓越し混合量が如何であるかを定量的に知ることができる。このように等連行係数線は二種の擾乱が複合作用する場合の鉛直混合量を総合評価できる有効な概念である。

9. むすび

本報告では密度境界面近傍のミクロな現象に関する記述を割愛し、主として連行量の評価に重点をおいて論を進めた。界面付近での乱れ過程や熱拡散等分子過程に関わる議論は他の機会に報告する。

本研究は昭和59年度文部省科学研究費一般研究B(代表・室田明)の補助のもとに行なわれた。実験・データ処理に協力頂いた本学大学院生山辺建二君に謝意を表する。

参考文献

- 1) Turner, J.S. : J. Fluid Mech., vol.33, pp.639-656, 1968.
- 2) Hopfinger, E.J. and J.A.Toly : J. Fluid Mech., vol.78, pp.155-175, 1976.
- 3) (例えば) Deardorff, J.W. : J. Atmospheric Sci., vol.36, pp.424-436, 1979.
- 4) (例えば) Fischer et al. : Mixing in Inland and Coastal Waters, Academic Press, 1979.