

密度界面における連行に及ぼす乱れの寄与

Contribution of Turbulence to Entrainment across a Density Interface

九州工業大学 正員 ○ 浦 勝
九州大学工学部 正員 椿 東一郎
九州大学工学部 正員 松 永 信 博
九州大学大学院 学生員 並 川 正

1. まえがき

安定な密度界面を介しての連行に関する研究は種々の外力の作用の下で多くの研究者により行われて来た。実用的な立場から、連行速度の測定結果を二層間の密度差、層厚および層の平均的流速を用いて表示すると連行係数は層平均リチャードソン数の $-3/2$ 乗に比例する型で表わされるものが多い。しかし、その比例係数の値は上層流では 1.0×10^{-3} 程度、吹送流実験では 5.0×10^{-2} 程度となり、二層場に作用する外力によって大きく異なる。

著者らは、これまで行ってきた振動格子¹⁾、上層流²⁾、および風洞水槽内の吹送流³⁾における界面現象に関する実験結果から、連行現象は界面変動に規定され、界面変動はそれぞれの二層場に特有な流れと乱れおよび組織渦に直結していると考えている。本研究はこの立場に立って、乱れの構造を強制的に変化させる実験も行い、上記の比例係数に及ぼす乱れの寄与を明らかにすることを試みたものである。その結果、この比例係数は界面近傍の乱れの相対強度と相対スケールで定義した乱れ係数に規定されることを示し、種々の外力による連行係数について統一的な表示式を与えた。さらに乱れが卓越する場合には、この式は振動格子の乱れによる連行式と一致することを示した。

2. 連行係数に関する従来の実験結果

二層流の密度界面における連行速度 U_e の無次元表示法として実用的なものは、次式で定義される連行係数 E_m と層平均リチャードソン数 Ri_m

$$E_m = U_e / U_m, \quad Ri_m = \varepsilon g h / U_m^2 \quad (1)$$

(ここに、 U_m : 流動する層の平均的な流速、 εg : 二層間の相対浮力差、 h : 流動する層の層厚)を用いて、 E_m を Ri_m の関数形として求める方法であろう。

須賀・高橋⁴⁾は長大水路を用いて塩水楔上の上層流について広範な実験を行った。彼らはその結果に加えて他の研究者の他の二層流のデータも再整理し、代表流速として二層間の相対速度を用いて E_m と Ri_m の関係を図示している。データはかなり散らばっているが平均な式として次式が提案されている。

$$E_m = U_e / U_m = 2.0 \times 10^{-3} \cdot Ri_m^{-3/2} \quad (2)$$

上式は $Ri_m = 8 \times 10^{-2} \sim 1 \times 10^2$ の広い範囲を表わし、実用式として用いられている。

加藤・中野・池田^{5) 6) 7)}は下層流の実験において、下層壁面の粗度を変えることにより乱れ強度 u' を変化させ、連行速度に及ぼす u' の影響を検討した。この研究は乱れ強度 u' が小さくなる程 E_m の値が減少することを示したところに特徴があり、その結果は図1に示されるものである。彼らは $Ri_m \geq 10$ において E_m はそれぞれ $Ri_m^{-3/2}$ 、 Ri_m^{-1} に比例すると述べているが、著者らは後述する考察に用いるため図1に相対乱れ強度 u' / U_m の値に応じて $E_m = A \cdot Ri_m^{-3/2}$ の直線を記入し、 A の範囲を表1に記入した。なお表中の h_2 は下層厚、 U_m は下層流の平均流速、 u'_{max} は界面近傍の乱れ強度、 δ_m は3.1節で定義する速度躍層の厚さで、これらは図から読み取った平均値を記入したものである。

Kit・Berent・Vajda⁸⁾は風洞水槽内の二層場の水表面に風の剪断力を与える実験と風のかわりにベルトコンベア式のスクリーンにより表面剪断力を与える実験を行った。彼らの用いた代表流速は界面上の逆流流速を浮遊物質の移動速度から求めているのでこれを U_i とし、連行係数、リチャードソン数をそれぞれ、

$E_i = U_e / U_i$, $Ri_i = \varepsilon g h_i / U_i^2$ (h_i : 上層厚) と表示する。

彼らの示した図は次式で表わされる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{風 応 力: } E_i = 2.0 \times 10^{-1} \cdot Ri_i^{-3/2} \\ \text{スクリーン: } E_i = 4.7 \times 10^{-3} \cdot Ri_i^{-3/2} \end{array} \right\} \quad (3)$$

これより、風応力の作用した場合はスクリーンの応力の場合に比べて連行係数は約 40 倍程度大きい。

また、浦³⁾⁹⁾は風洞水槽内の二層場の水表面に風の剪断力を与える実験を行った。代表流速として界面上方の一様逆流流速 U_r を用いて、連行係数 $E_r = U_e / U_r$ とリチャードソン数 $Ri_r = \varepsilon g h_i / U_r^2$ の関係に対して次式を与えた。

$$E_r = 5.0 \times 10^{-2} \cdot Ri_r^{-3/2} \quad (4)$$

この値は、 U_r を U_m とみなして式 (2) と比較すると 25 倍も大きい。

一方、二層間に平均的な流れが存在しない振動格子の乱れによる連行に関して、浦・小松・松永¹⁾は、まず、均一流体場における乱れの測定結果から、変動強度 u' をもつ流速変動には積分スケール ℓ をもつ乱れの他に大規模なスケール L_p をもつ組織渦が存在することを確認し、それら

は共に格子からの距離 z により増大すること、後者は前者の 6.3 倍となることを示した。すなわち

$$\left. \begin{array}{l} \ell / z = 0.14 \\ L_p / z = 0.88 \\ L_p / \ell = 6.3 \end{array} \right\} \quad (5)$$

次に、二層場の界面変動の測定と可視

化実験から、上記 2 つのスケールを持つ渦が界面変動を規定し、界面における連行現象にそれぞれ重要な役割を果たすことを示した。すなわち、積分スケール程度の渦が界面に衝突して界面を壊し、剥離したパッチ群で形成された界面混合層を組織渦が乱流域に取り込むというプロセスで連行が進行する。このような連行機構を考慮してモデル化を行い、乱れに基づく連行係数 $E_i = U_e / u'$ が乱れに基づくリチャードソン数 $Ri_i = \varepsilon g \ell / u'^2$ の関数として、 $E_i = 1.5 Ri_i^{-5/3}$ で表わされることを示した。この式は後述する図 8 に点線で示したが、同図に実線で示した次式で近似して十分である。

$$E_i = U_e / u' = 0.7 \cdot (\varepsilon g \ell / u'^2)^{-3/2} = 0.7 \cdot Ri_i^{-3/2} \quad (6)$$

3. 連行係数に及ぼす流れと乱れの寄与に関する実験

実用上の観点と前章の研究結果に基づいて、連行係数の基本式として、次式

$$E_m = A \cdot Ri_m^{-3/2} \quad (7)$$

を認めると、係数 A を規定する要素は界面に作用する乱れ強度 u' と積分スケール ℓ 、組織渦スケール L_p および界面変動の卓越波の波長 λ と波高 H である。従って、 A は次元的に次の無次元量に規定されるであろう。

$$A = A(u' / U_m, \ell / h, L_p / h, \lambda / L_p, H / \lambda) \quad (8)$$

本章においては、上層流と風洞水槽内の二層流において測定した連行係数と乱れの特性量について述べる。

3.1 上層流の連行係数と乱れ特性

上層流の実験は長さ 6 m、幅 0.26 m、高さ 0.3 m の水平水路内に水道水と塩水を用いて二層場を形成し、

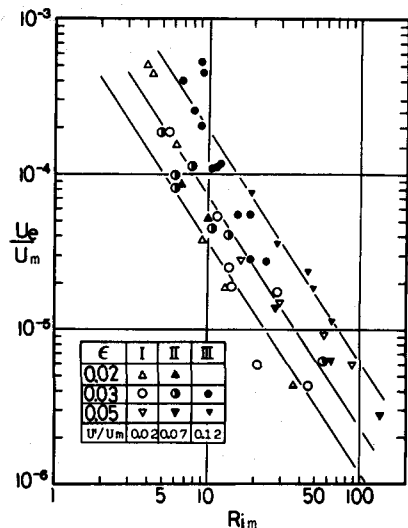


図 1 下層流の E_m と Ri_m の関係 (加藤⁷⁾による)

表 1 下層流 (加藤⁷⁾による) の実験条件の推定値

Case	U_m (cm/s)	u'_{max} (cm/s)	$\frac{u'_{max}}{U_m}$	$A \cdot 10^3$	δ_0	h_2	$\frac{\delta_0}{h_2}$	T_f
I	5.0	0.1	0.02	0.9 -1.5	1.4	10.7	0.13	$3.41 \cdot 10^6$
II	5.0	0.35	0.07	1.5 -2.5	1.8	9.7	0.18	$3.14 \cdot 10^4$
III	5.0	0.6	0.12	4.0 -6.0	0.9 -1.8	9 -10.3	0.10 -0.17	$3.0 \cdot 10^3$ $-6.6 \cdot 10^{-3}$

$$A = (U_e / U_m) \cdot Ri_m^{-3/2}, \quad T_f = (u'_{max} / U_m)^4 (\delta_0 / h_2)^{3/2}$$

定常な上層流の流れ、乱れおよび界面変動の同時測定を行った後、連行速度の測定を行った。上層流の乱れ強度 u' の分布は界面位置 $y = 0$ から僅かに上の位置で最大値 $u'_{\max}$ をとるが、²⁾この値を界面に作用する乱れ強度とみなすと $u'_{\max}/U_m$ は界面リチャードソン数 $Ri = -g(\partial\rho/\partial y)/\rho \cdot (\partial u/\partial y)|_{y=0}$ に対して図2に示すようになり、

$$u'_{\max}/U_m = 0.099 \pm 0.011 \quad (9)$$

とはほぼ定数である。乱れの積分スケール ℓ の分布は図3に示したが、界面における ℓ は $\delta_m (= U_m/(\partial u/\partial y)|_{y=0})$ に等しい。上層流の実験では界面に作用する乱れスケールとして δ_m を用いると、 $\delta_m/h_1 = 0.15 \sim 0.31$ と変化している。また界面における流速変動は界面の卓越波 (S. P. 波) に基づくことが示され、 $\lambda \div L_p$ であり、また $\lambda/h_1 \div 0.9$ 程度であった。連行係数の実験結果は図4に○印で示した。この結果は平均的に次式

$$E_m = 1.2 \times 10^{-3} \cdot Ri_m^{-3/2} \quad (10)$$

で近似され、上式は図4に2点鎖線で示した。

次に、上層流の乱れ構造を変化させるため水路の上流側に翼形の flap を取付け、0.6 ~ 0.7 Hz の範囲で振動させ水面に擾乱を加えた。得られた E_m と Ri_m の関係は図4に●印で示した。実験結果は擾乱を加えない上層流に比べて $u'_{\max}/U_m$ は約3割強、 δ_m/h_1 は3割弱増加し、連行係数は約3割程度増加した。

3.2 風洞水槽内の吹送流による連行係数と乱れ特性

実験は長さ 5.0 m、深さ 0.39 m、幅 0.2 m の風洞水槽内に水道水と塩水を用いて二層流を形成し水表面上に風の剪断力に加え連行速度、流れ、乱れ特性および界面変動特性を調べた。³⁾⁹⁾その結果流連分布は水面付近の順流部で対数分布則に従い、上層水深 h_1 の約 0.4 倍より深い所で逆流域が形成され、ほぼ一様逆流流速 U_r をもつことがわかった。また、逆流部における流速変動には積分スケール ℓ の他に順流部と逆流部間の大きい速度勾配に起因する組織渦スケール L_p が存在することが明らかとなった。測定結果より、逆流部の平均的な分布を図6に実線で示したが、これらは次式で近似される。

$$\left. \begin{aligned} U_r/U_* &\div 1.85, & u'_r/U_r &\div 0.38 \\ \ell/h_1 &\div 0.30, & L_p/h_1 &\div 0.82 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで特徴的なことは、逆流部における相対乱れ強度 u'_r/U_r が式(9)で表わされる上層流に比べて約4倍も大きいことである。また界面の可視化実験から L_p に対応するスケールで界面混合層が上層に巻上げられる様子が観察された。連行係数 E_r と Ri_r との関係は U_r を U_m とみなして図4に□印で示した。これらは実線で近似され、式(4)で表示される。

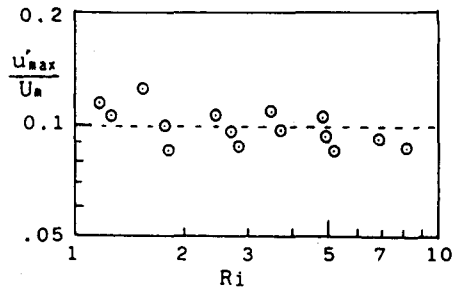


図2 上層流の界面近傍の乱れ強度

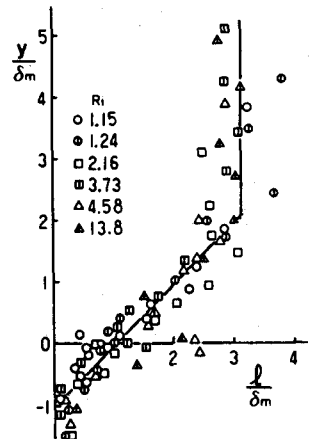


図3 上層流の乱れスケールの鉛直分布²⁾

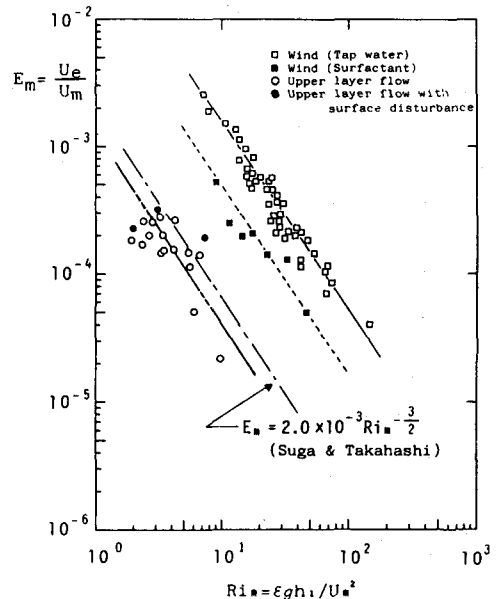


図4 上層流と吹送流の連行係数

次に、風の吹送による二層場の乱れ構造を変化させることを試みた。相対乱れ強度が大きい理由は風波の存在によるものであるとの予測から、風洞水槽内の上下層に界面活性剤ドデシル硫酸ナトリウムを混入し、風波の発生を抑えた。図5に水表面の摩擦速度 U_* と一様風速 U_m との関係を水道水で風波の存在する場合 (case A) を丸印で、界面活性剤を入れ風波の発生を抑止した場合 (case B) を四角印で示した。 U_* の推定は両caseとも2通りの方法を用いた。case A の場合は水表面上の風速分布に対数則を用いて空気摩擦速度 U_{*a} を求め水面における応力の連続条件 $\rho_a U_{*a}^2 = \rho_0 U_*^2$ (ρ_a, ρ_0 はそれぞれ空気と水の密度) より U_* を求める方法と、吹送流の流速分布に対数則を適用して求める方法である。また、case B の場合は応力の連続条件から求める方法と界面の勾配から求める方法⁹⁾ である。風波の発生下における U_* の値は風波の発生しない場合に比べて当然大きい。case B の場合の逆流部の流れと乱れの特性量の分布を図6に示した。同図より逆流部においてはいずれもほぼ一様とみなされ次式で近似する。

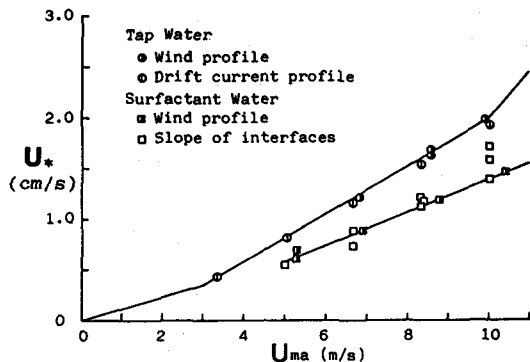


図5 水の摩擦速度と一様風速の関係

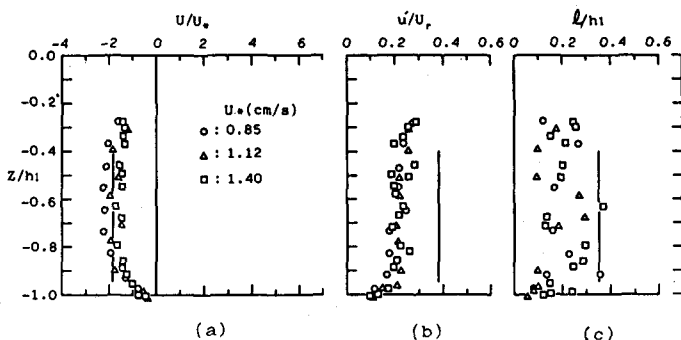


図6 界面活性剤を混入し風波を抑止した二層場の吹送流の逆流部の流れと乱れ特性 (実線は界面活性剤を入れない場合の平均的分布を表す)

$$U_r/U_* \div 1.85, \quad u'_r/U_r \div 0.21, \quad l/h_1 \div 0.2 \quad (12)$$

u'_r/U_r , l/h_1 はいずれも風波の存在する場合に比べて半減している。case B における連行係数 E_r と Ri_r との関係は前と同様にして図4に■印で示した。同図より、これらは点線で近似され、次式で表される。

$$E_r = 1.6 \times 10^{-2} \cdot Ri_r^{-3/2} \quad (13)$$

図4から、上層流、風波を抑止した吹送流、風波を伴う吹送流の各実験は、いずれも Ri_m の $-3/2$ 乗に従い、その係数Aは式(8)で予想されるように乱れの特性に大きく規定されていることが明らかとなった。

4. 連行係数に及ぼす乱れの効果

前節まで、各種二層流の乱れ、界面変動と連行係数について述べて来たが、共通して云えることは、乱れのスケール l の他に組織渦スケール L_p が存在し、さらに組織渦は界面波 (または界面変動) の卓越波と密接な関係をもつことである。式(8)のパラメータのうち L_p/h はいずれも約0.8であり、 $L_p/\lambda = O(1)$ で界面波の場合は $L_p \div \lambda$ であり、その波形勾配は Ri_m に無関係で $H/\lambda \div 0.065$ 程度である¹⁰⁾。従って式(8)のAは実用的には次式とみなすことができるであろう。

$$A = A \quad (u'/U_m, \quad l/h) \quad (14)$$

この関数形を理論的に求めることは現在の段階では不可能であるが、とくに吹送流の場合が乱れの影響を強く受けることから、次のように考える。すなわち、著者ら¹⁾ は振動格子の乱れによる連行機構として、強さ u' 、スケール l の乱れが界面を砕き、剥離したパッチ群の層をスケール L_p の組織渦が乱流層に取込むというモデルに基づいて式(6)に相当する半実験式を提案した。このような機構は広く二層流に共通した特徴と

みなされるから、一つの試みとして振動格子による連行の式に平均流速 U_m を導入して書き換えると、式 (6) は形式的に、次式となる。

$$E_m = U_e / U_m = 0.7 (u' / U_m)^4 \cdot (\ell / h)^{-3/2} \cdot Ri_m^{-3/2} \tag{15}$$

すなわち、式 (14) の A は

$$A = 0.7 \cdot T_f \quad ; \quad T_f = (u' / U_m)^4 \cdot (\ell / h)^{-3/2} \tag{16}$$

となる。ここに、 T_f は式 (7) 型の連行係数表示における乱れ係数に相当する。

連行に関する多数の論文のうち、乱れの測定が同時になされているのは第3章で述べた実験の他には加藤らの下層流の研究があるにすぎない。従って、以上のデータから、 $A = E_m / Ri_m^{-3/2}$ を求め、 A と $T_f = (u' / U_m)^4 \cdot (\ell / h)^{-3/2}$ の関係をプロットしたものが図7であり、図中の実線は式 (16) である。明らかに、風波を伴う吹送流、風波を抑制した吹送流、乱れの大きい下層流 (表1の case III) および上層流の大部分は式 (16) に従い、連行に対しては乱れの効果が卓越していることを示す。しかし、乱れ係数 T_f の値が $5 \times 10^{-3} \sim 2.0 \times 10^{-2}$ 以下における乱れの小さい下層流の case I, II と上層流の少数の実験では、 A は乱れに無関係にはば一定で、点線で示すように $A \div 1.0 \times 10^{-3}$ 程度であり、この領域の連行は乱れ的作用をほとんど受けないS.P.波の砕波によるものと考えられる。

さて、式 (15) は式 (6) を形式的に U_m を用いて書き換えたにすぎないので、連行係数を界面における乱れ特性量で表示した式 (6) と全く同一である。従って、振動格子の乱れによる連行の式が乱れの強い吹送流だけでなく乱れの強度がそれほど大きくない上層流の大部分のデータにまで適用されることは予期しない幸運であった。このことは、上層流の連行も乱れが界面を叩きその反衝により下層流体を剥離して形成した界面混合層を波の峯で砕波して組織渦で巻き上げるというふうに、振動格子の場合の乱れと組織渦の果す役割と類似した機構が卓越していることを示すと考えられる。

最後に、振動格子の乱れによる連行式 (6) が乱れの卓越する各種の二層流に適用されることを直接的に示すために、図8を作成した。同図は、

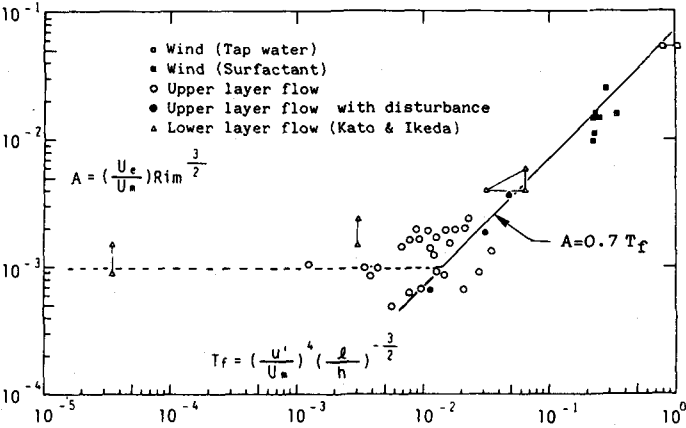


図7 連行係数に及ぼす乱れ係数の効果

(吹送流の case A と加藤ら⁷⁾ の下層流のデータについてはデータの
プロットされる範囲を示した。

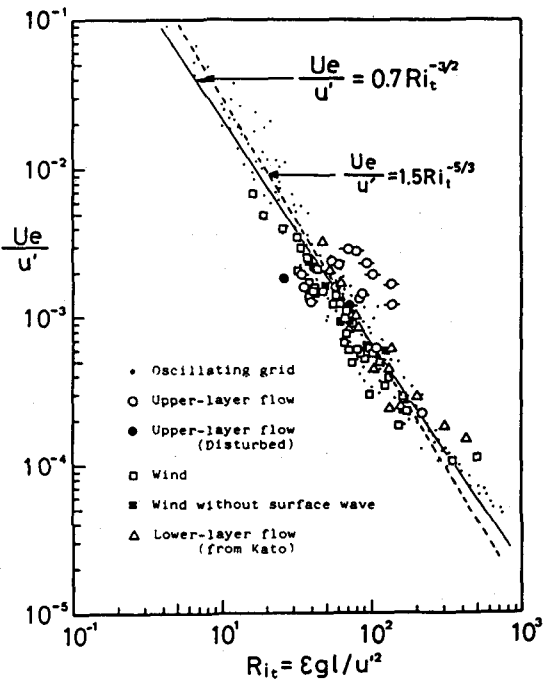


図8 各種連行現象に対する式 (6) の適合性の検討

吹送流の case A、B および $T_f \geq 5 \times 10^{-3}$ の範囲にある下層流 (case III) と上層流、擾乱を加えた上層流の資料を U_e/u' と Ri_t との関係としてプロットしたものである。図中の実線は式 (6) で、振動格子の実験結果も小黑点で記入した。また界面波から乱れの効果の卓越する領域への遷移領域にあたる $T_f = 5 \times 10^{-3} \sim 2 \times 10^{-2}$ の範囲にある上層流のデータは $\bigcirc$ 印で区別した。同図より全体的には各種の二層場の連行データは式 (6) に良く適合することが確かめられる。自然界や工学問題における流れの乱れ係数は一般に大きいから、連行現象のはほとんど全てが乱れによる連行とみなされ式 (6) が適合するものと考えられる。

5. あ と が き

本研究は各種二層場の連行係数と流れ、乱れおよび界面変動の測定を行い、連行係数に及ぼす乱れ特性量の寄与を統一的に検討したものであり、得られた主な結果は次のとおりである。

(1) 連行速度の実用的表示法として代表流速に平均流速を用いると、連行係数 E_m は層平均リチャードソン数 Ri_m の $-3/2$ 乗に比例する。その比例係数 A は式 (8) のように乱れ、組織渦、界面変動の特性量に規定されるが、実際的には式 (16) で示されるように乱れ係数 $T_f = (u'/U_m)^4 (\ell/h)^{-3/2}$ に比例する。

(2) 式 (15) は振動格子実験で得られた実験式 (6) に平均流速 U_m を形式的に導入したものである。従って、この式 (15) が乱れ構造の異なる種々の二層場においても成立することは、自然界および工学的問題のはほとんどが乱れによる連行であり、式 (6) が適合するものと考えられる (図 8)。

(3) 乱れが弱い場合には A の値は定数 ($A \div 1.0 \times 10^{-3}$) となり、連行は乱れの作用をほとんど受けない界面波の砕波による。乱れの効果が卓越する領域は $T_f \geq (5 \times 10^{-3} \sim 2 \times 10^{-2})$ の程度である。

最後に、貴重な助言と討議をいただいた九州大学・小松利光助教授と研究に協力いただいた九州大学柴田敏彦技官、九州工業大学大学院生 廣畑浩司、長澤史郎、中村 力の諸氏に深甚なる謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 浦 勝・小松利光・松永信博：振動格子の乱れによる密度界面の変動特性と連行現象，土木学会論文集，第 345 号 / II-1, pp. 91 ~ 99, 1984.
- 2) Ura, M., Tsubaki, T. and Matsunaga, N.: Characteristics of flow and turbulence near interfacial waves in upper-layer flow, J. Hydrosci. and Hydr. Eng., vol. 2, No. 1, pp. 27 ~ 45, 1984.
- 3) 浦 勝・廣畑浩司：二成層場の吹送流の乱流構造と連行現象，第 31 回海講論文集，pp. 650 ~ 654, 1984.
- 4) 須賀堯三・高橋 晃：淡塩二層流の連行係数，土木学会第 31 回年講概要集 II, pp. 383 ~ 384, 1976.
- 5) 加藤 始・池田高則：下層二層流の実験 (1)，第 28 回海講論文集，pp. 520 ~ 529, 1981.
- 6) 加藤 始・中野晋・池田高則：下層二層流の実験 (2)，第 29 回海講論文集，pp. 540 ~ 544, 1982.
- 7) 加藤 始・中野晋・池田高則：下層二層流についての実験的研究，港湾技術研究所報告，第 21 巻，第 1 号，pp. 31 ~ 56, 1982.
- 8) Kit, E., Berent, E. and Vajda, M.: Vertical mixing induced by wind and a rotating screen in a stratified fluid in a channel, J. Hyd. Res. vol. 18, No. 1, pp. 35 ~ 58, 1980.
- 9) 浦 勝：風の剪断力による密度界面の変動と連行速度，第 30 回海講論文集，pp. 561 ~ 565, 1983.
- 10) Tsubaki, T., Hamamura, H. and Hashimoto, M.: On the statistical properties of internal waves formed at the interface of arrested saline wedges, Proc. 13th Cong. I. A. H. R., vol. 3, pp. 157 ~ 164, 1969.