

風による温度成層湖水の内部静振 Internal Seiche in Density Stratified Lake

長崎大学工学部	正員	古本勝弘
長崎大学工学部	正員	武政剛弘
長崎大学工学部		一ノ瀬和雄
長崎大学大学院	学生員	藤川佳彦

1. はじめに

湖や貯水池における鉛直方向の水温構造すなわち密度分布は水表面での熱の授受、流入水の水温・水量、風による湖水の乱れ混合等によって決まり、春秋の循環期を除けば、一般に湖は密度成層している。密度成層場での流動は重力に対して安定化しようとする流れが加わるため、均質な流体場におけるものとは大きく異なる。従って、湖や貯水池における流動や混合現象を論ずる場合には密度成層の影響を常に考慮する必要がある。特に、躍層が出現する夏期には風に起因して内部波や内部静振といった現象が日常的に起こり、湖内の流動や混合現象をより複雑なものとしている。

温度成層した湖内の内部波動を捉らえた観測例は諸外国にはかなり見られるが¹⁾、わが国では少なく琵琶湖²⁾、³⁾中禅寺湖⁴⁾でのものを見出すに過ぎず、観測資料の集積が望まれる。

このような観点から、1982年、84年夏期に大野池の現地観測を実施した。本文は1984年の観測から得られた内波主として内部静振の特性を述べ、次に、非定常な水表面の風応力に対する湖内の応答計算に二成層モデルの解析解を重畳して求める方法を適用した結果について示している。

2. 大野池と現地観測

大野池は鳥取県西伯郡大山町、大山北斜面の標高480mに位置して、周囲1.1km、総貯水量11.9万m³、満水面積5.3万m²、平均水深2.26m、図-1に示す形状の極く小規模の灌漑用貯水池である。この池には地表流入水は殆んどなく、池底からの僅かの冷湧水（水温約14℃、湧水量0.08m³/s）で涵養されているため、この規模の貯水池としては珍らしく夏期の水温成層が顕著に現われる。更に、夏期の安定した気圧配置の時には、日中は北からの谷風、夜は南からの山風が吹き分けて、卓越風向が池の長軸方向と一致するために内部波動の発生がよく見られる。

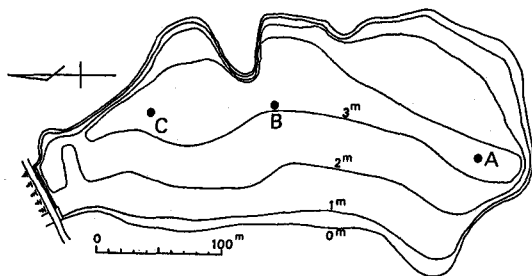


図-1 大野池平面図および観測点

水表面の風応力に対する池水の応答としての内部波動を捕捉するため、1984年8月3日から8月6日にかけて、水温、風向、風速等の連続観測を実施した。水温は池長軸に沿う図-1のA、BおよびC地点において、それぞれ水深方向12点で測った。各測点で4方向のアンカーに繋留して動かなくした水表面のブイから20cm間隔に2m40cmの深さまで、温度センサーとして熱電対を垂下、設置し、合計36点の水温をほぼ同時（センサー間の切り替時間0.1sec）に、1分間隔でデーターロガーに記録した。熱電対の感熱部は直径 $\phi=0.6\text{mm}$ の針金状であり、感応時間は2sec以下で極く短い。

風向および風速は池長軸方向中央部に近いB地点の水表面上1.64mの高さに設置したプロペラ型風向風速計で、1分間平均の風向と風速を、これもデーターロガーに記録した。また、B地点で水表面上20cm高さで気温を同時に記録した。全ての測定項目は1分間隔で48時間に亘ってカセットテープに収録された。

観測期間中の天候は概ね晴れであったが、5日12時から14時にかけて小雨があった。池北端の堤体に取水の斜樋が設けられているが、期間中の取水はなく、余水吐きの角落し堰から湧水量に相当する越流が常にある、池は満水状態であった。

3. 観測結果

大野池の成層状態を図-2に示す。これは池内が静穏であった5日0時のA, B, C 3地点の水溫鉛直分布である。表層の0.8mまでは等温の表水層で、この下に池底までほぼ直線的に温度を下げる変温層がある。この池は浅いため深い湖でみられる深水層は存在しない。

観測期間中の風速、風向およびこれらから計算される水面風応力（南方向成分）を図-3 a, b, cに示す。風速は変動あるものの4m/sec以下の比較的弱い風であった。風向は中日は北、夜間に南のパターンであるが、5日13時から16時にかけて気圧の擾乱が通過したと見え、風速を少し強めるとともに、北から南へ風向を変えて小雨をもたらした。内部静振の発生には、池長軸方向の水面風応力が最も大きな影響をもつことから、Deacon and Webbの提案による抵抗係数 $C_D^{(5)}$ を用いて、これを計算し、図-3 cに示した。すなわち、 $\tau_s = \rho_a C_D U_{10}^2$, $C_D = (1.0 + 0.07 U_{10}) \times 10^{-3}$ を用いて、水面上1.64mの高さで測った風速を対数則で10m高度の風速 U_{10} に換算し、水表面の風応力 τ_s を計算している。

図-4 a, b, cにA, B, C 3地点各水深の温度変化を示した。0.8mまでの表水層温度は2°C程度日単位の長周期で変化しており、日射に伴う水表面での熱の授受を示している。1.4m層以下の水温には日周変化は殆んど見えず、観測期間に限れば、表水層温度の影響はこの層以下には及んでいないようである。従って、この層以下の数時間週期の水温変化は水表面の風応力に起因する内部波動であろう。特に、5日13時から吹いた風により、週期2時間を超える大きな温度波動が現れている。更に、B地点の温度波の振幅に比してA, C地点のものがかなり大きく、規則性もあるようである。

次に、温度波動を水粒子の鉛直方向変位に置き換えてみる。水温鉛直分布は変温層ではほぼ直線状であるので、20cm間隔で設置されている温度センサー相互間の水温は直線変化しているものと見なすと、或る温度の層の深度を求めることは容易である。等温層の深度変化（等温層鉛直変位）は図-4の温度波形をほぼ上下逆にした形となる。A, B, C 3地点の8月5日7時から6日3時までの水温22°Cの等温層深度変化を図-5に示す。図の錯綜を避けるために、時間軸は共通であるが、縦軸は相互にずらして描いている。この図でAとCの波を比較すると、位相が完全に逆転、

すなわち一方の変位が正の時には他方は負の形である。また、池中央のB点の変位振幅はA, C点のものに比較してかなり小さい。以上のことから、週期の長い等温層の変位は池中央部を節、両端を腹とする長軸方向の内部静振を示していると理解される。

内部静振の週期および振幅の大きさの関係を調べるために各

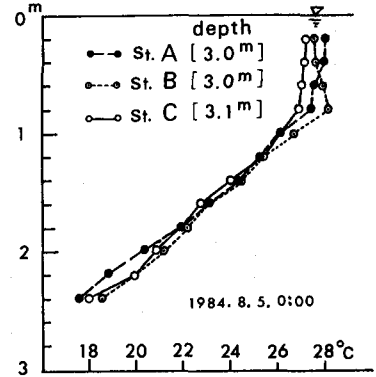


図-2 水温鉛直分布

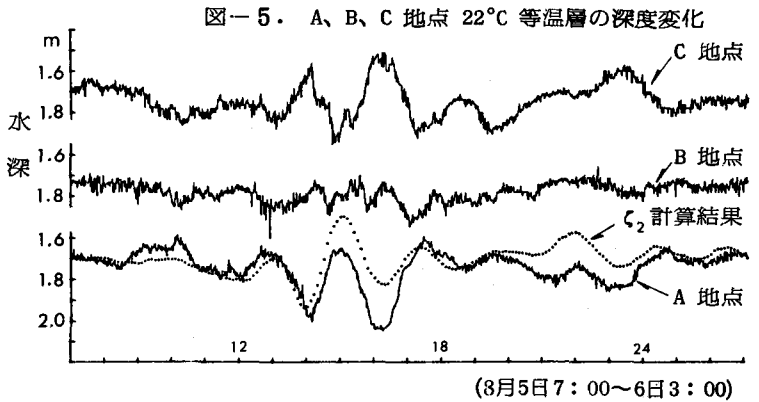


図-5. A, B, C 地点 22°C 等温層の深度変化

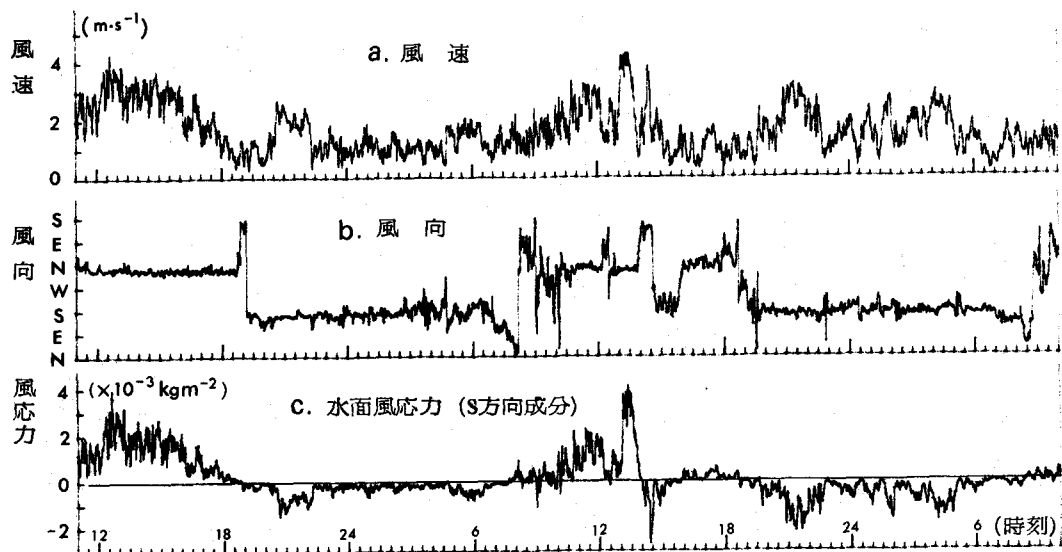


図-3 風速、風向、水面風応力 (1984年8月4日11時~6日10時)

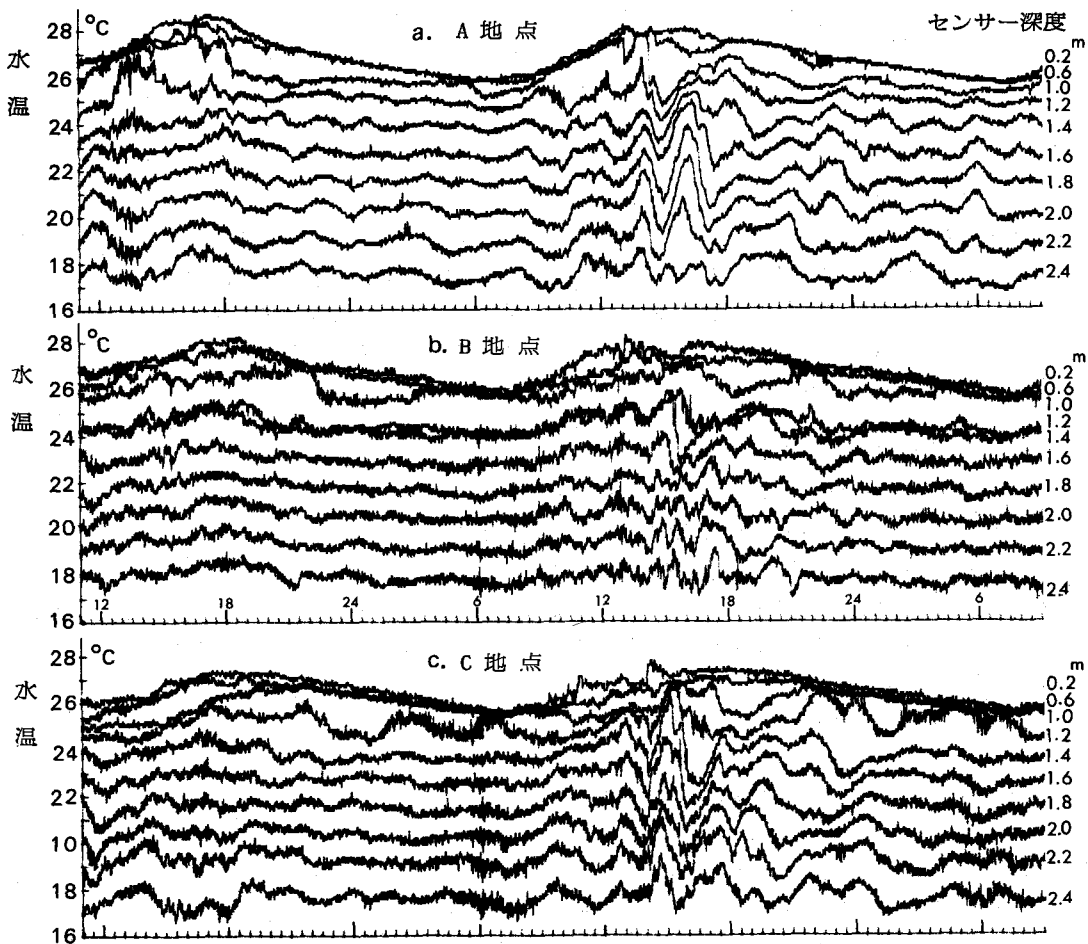


図-4 A、B、C地点における各水深の温度変化 (8月4日11時~6日9時)

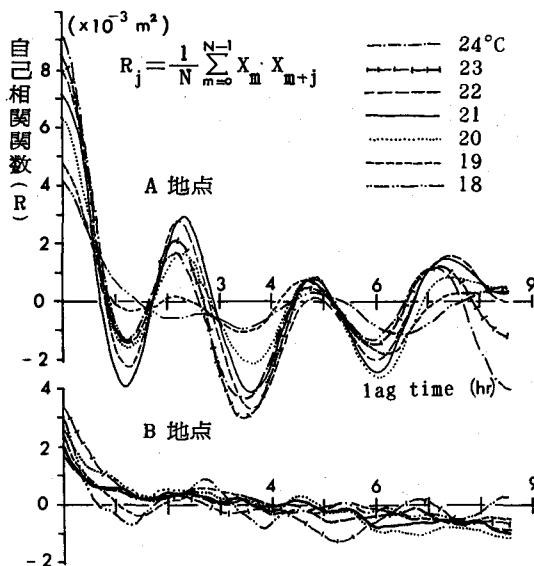


図-6. 等温層鉛直変位の自己相関関数

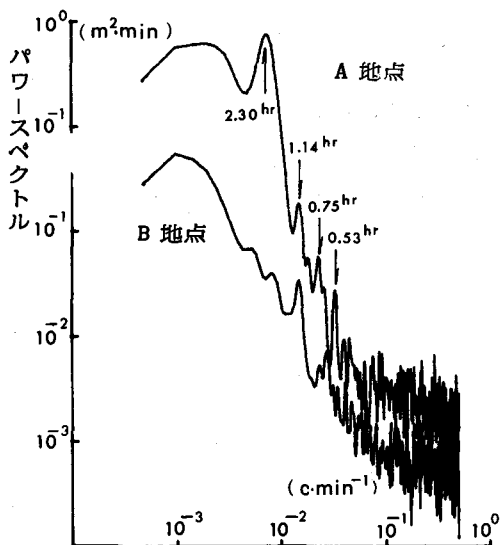


図-7. 22°C 等温層鉛直変位の
パワースペクトル

温度の層の平均水深からの変位時系列の自己相関関数を計算した。図-6にA, B地点のものを示した。計算には5日7時からの1024分間のデータを用いた。C点のものはA点とほぼ同様であるので省略した。図-6によると、A点のものには明瞭に周期性が認められるのに対して、B点のものにはそれがない。A点のもので正の相関が強いラグタイム τ はほぼ2.3時間の整数倍のところに現れ、内部静振の週期がほぼ2.3時間であることがわかる。

A点の相関関数の値自身を問題としてみると、ラグタイム $\tau=0$ すなわち、変位の自乗平均値は温度が高い層ほど大きな値をとるのに対し、 $\tau=2.3$ 時間では21, 22, 23, 20, 24°Cの層の順序にその値を減少させている。このことは、 $\tau=0$ の近傍で高温の層ほど相関が高いことから水表面に近い層ほど短周期の鉛直振動は大きい、内部静振に關与する2.3時間周期の波動では21, 22°Cの層が最も大きく振動すると理解できる。

バイサラ振動数 $N(=-g/\rho \cdot dp/dz)$ を全層に亘って一定として密度分布を(3-1)式で置くことができる矩形の湖の内部静振周期 T は(3-2)式で与えられる。

$$\rho = \rho_0 \exp(-N^2 z / g) \cdots \cdots (3-1)$$

$$T = \frac{2l}{NV} \sqrt{\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{D}\right)^2} \cdots \cdots (3-2)$$

ここに、 l は湖長、 D は水深である。この式を大野池に適用して、 $l=350\text{m}$ 、 $D=2.8\text{m}$ 、 $N=0.112\text{sec}^{-1}$ とすると、静振周期は $T=1.95\text{hr}$ となり、観測結果はこれより20分程度大きくになっている。

次に、A, B地点の22°C層の鉛直変位時系列のパワースペクトルの計算結果を図-7に示す。計算には4日18時からの2048分間のデータを用いて、FFT法で計算した。A, B両地点のものとも内部静振の周期2.3時間に相当するところに最高のピークがあり、内部静振による波動が卓越していることがわかる。同時に、周期にして1.14, 0.75, 0.53時間のところにもピークが存在し、内部静振のほぼ2, 3, 4倍周波数といった基本振動の整数倍の高周波が重畳されていることをも示している。

4. 非定常な風応力に対する二成層湖の内部静振の応答

風応力の変化に伴ってその応答としての内部静振は波形や波高等を変える。内部静振は微小振幅の長波とみることができるので、現象は近似的に線型系である。従って、単位風応力に対する内部静振の応答関数を求めることができれば、任意に変化する風に対する応答はこれを重畳積分することにより求め得る。

Heaps and Ramsbottom⁹⁾はこの方法で二成層湖の内部静振をシミュレートして観測結果をうまく説明して

いる。しかし、彼等は湖底の抵抗のみを考慮し、内部界面のそれは無視している。村岡・平田⁴⁾によると内部静振を減衰させる抵抗のうち、界面におけるものが最大で、側壁、底面におけるものは無視できるほどに小さい。大野池の内部静振に対して二成層モデルの理論を流用するのは大胆すぎるが風に対する応答を近似的に求めるために、Heapsらの理論を基に、界面の抵抗をも加えた式を導びき、これを適用した。応答関数誘導の概要は次の通りである。

矩形水槽中の二成層流を考える。下図に示す座標をとり、常用の記号を用いるとともに、添字_{1, 2}で上、下層の量を示すものとする。基礎式は上、下層それぞれについての連続式と運動方程式を z 方向に積分し、平均流速 $\left(u_{1m} = \int_0^{h_1} u_1 dz / h_1, u_{2m} = \int_{h_1}^h u_2 dz / h_2\right)$ を用いて、

$$h_1 \frac{\partial u_{1m}}{\partial x} + \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} - \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} = 0 \cdots \cdots (4-1)$$

$$h_2 \frac{\partial u_{2m}}{\partial x} + \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} = 0 \cdots \cdots (4-2)$$

$$h_1 \frac{\partial u_{1m}}{\partial t} = -gh_1 \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + \frac{1}{\rho_1} (T_s - T_D) \cdots \cdots (4-3)$$

$$h_2 \frac{\partial u_{2m}}{\partial t} = -gh_2 \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} - gh_2 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} + \frac{1}{\rho_2} (T_D - T_B) \cdots \cdots (4-4)$$

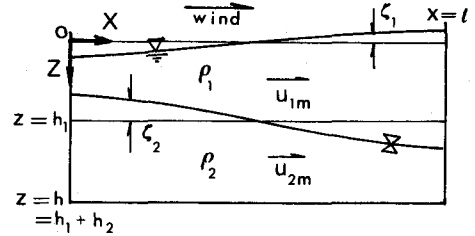


図-8

ここに、 T_s 、 T_D 、 T_B は水表面、界面、湖底におけるせん断応力である。

ここで、 $t=0$ から突然一定の風が吹き、次式で表わされる分布の風応力が水面に作用した場合の応答を考える。

$$T_s = H(t) A_n \sin(n\pi x / l) \cdots \cdots (4-5)$$

ここに、 $H(t)$ はHeavysideの単位関数で、 $t < 0$ で $H(t)=0$ 、 $t \geq 0$ で $H(t)=1$ である。更に、両端 $x=0, l$ において、 ζ は腹になり、 u_m は0となる関数として次式を採用。

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 &= Z_1(t) \cos(n\pi x / l), & u_{1m} &= U_{1m}(t) \sin(n\pi x / l) \\ \zeta_2 &= Z_2(t) \cos(n\pi x / l), & u_{2m} &= U_{2m}(t) \sin(n\pi x / l) \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (4-6)$$

また、 $\rho_m = (\rho_1 + \rho_2) / 2$ として、 $T_D = 2f\rho_m(u_{1m} - u_{2m})$ 、 $T_B = 2k\rho_2 u_{2m} \cdots \cdots (4-7)$

と置く。(4-5)～(4-7)を(4-1)～(4-4)に代入して、Laplace変換をとると次式を得る。

$$\frac{n\pi h_1}{l} \bar{U}_{1m} + s\bar{Z}_1 - s\bar{Z}_2 = 0 \cdots \cdots (4-8)$$

$$\frac{n\pi h_2}{l} \bar{U}_{2m} + s\bar{Z}_2 = 0 \cdots \cdots (4-9)$$

$$s\bar{U}_{1m} = \frac{n\pi g}{l} \bar{Z}_1 + \frac{A_n}{\rho_1 h_1} \cdot \frac{1}{s} - 2f \frac{\rho_m}{\rho_1 h_1} (\bar{U}_{1m} - \bar{U}_{2m}) \cdots \cdots (4-10)$$

$$s\bar{U}_{2m} = \frac{n\pi g}{l} \frac{\rho_1}{\rho_2} \bar{Z}_1 + \frac{n\pi g}{l} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) \bar{Z}_2 - \frac{2k}{h_2} \bar{U}_{2m} + 2f \frac{\rho_m}{\rho_2 h_2} (\bar{U}_{1m} - \bar{U}_{2m}) \cdots \cdots (4-11)$$

ただし、 $Z_1(t)$ 等のLaplace変換を次のように定義している。 $\bar{Z}_1 = \int_0^\infty e^{-st} \cdot Z_1(t) dt$

(4-8)～(4-11)を解いて、 $\bar{Z}_1$ 、 $\bar{Z}_2$ 、 $\bar{U}_{1m}$ 、 $\bar{U}_{2m}$ を得る。しかし、解いたままの式からLaplace逆変換を求めるには複雑すぎるので、次に定義する ε_n 、 $1 - (\rho_1 / \rho_2)$ などは1に比して省略できる、 $\rho_m / \rho_1 = \rho_m / \rho_2 \approx 1$ などの近似を入れて、Laplace逆変換が存在する式形に直して、目的の関数である Z_1 、 Z_2 などを得る。全てを掲げるには紙面を使うので界面変位に関する Z_2 のみを示す。

$$Z_2 = \frac{A_n l}{n\pi(\rho_2 - \rho_1)gh_1} \left\{ 1 - \left(\cos \frac{n\pi\sigma_n}{l} t + \frac{Kh_1 l}{n\pi h\sigma_n} \sin \frac{n\pi\sigma_n}{l} t \right) \exp\left(-\frac{h_1}{h} Kt\right) \right\} \cdots \cdots (4-12)$$

ここに、

$$K = \frac{k}{h_1} + \frac{fh}{h_1 h_2}, \quad \epsilon_n = \frac{4K^2 l^2 h_1 h_2}{n^2 \pi^2 g h^3}, \quad \sigma_n^2 = \frac{g h_1 h_2}{h} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} - \epsilon_n \frac{h^2}{h_2^2} \right)$$

(4-12) は (4-5) の風応力分布に対する解であるので、次に示す (4-13) の分布の風に対する応答は (4-12) を重ね合せて (4-14) で求めることができる。

$$T_s = H(t) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\pi x/l) \cdots \cdots (4-13)$$

$$\zeta_2 = \sum_{n=1}^{\infty} Z_2(n, t) \cos(n\pi x/l) \cdots \cdots (4-14)$$

非定常な風応力に対する界面変位の応答は (4-14) を重ね合せて求める。右図を参照して、時刻 $\tau \sim \tau + d\tau$ に強さ $A(\tau)$ のパルス状風応力が作用する場合の時刻 t における応答 $d\zeta_2$ を考える。時刻 τ に強さ A の風が吹きはじめて持続する場合の解 ζ_2 が得られているので、パルスに対しては、その $d\tau$ 時間後の強さ $(-A)$ の風に対する応答を加えることにより $d\zeta_2$ を求め得る。連続する風に対する応答はこれを積分すればよく、実際の風応力に対する応答はこれを数値積分して求める。すなわち、

$$\zeta_2 = \int_0^t -A(\tau) \frac{\partial \zeta_2(t-\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

$$= \left[-A(\tau) \zeta_2'(t-\tau) \right]_0^t + \int_0^t \frac{\partial A}{\partial \tau} \zeta_2(t-\tau) d\tau = A_1 \zeta_2'(t) + (A_2 - A_1) \zeta_2'(t-\tau_1)$$

$$+ (A_3 - A_2) \zeta_2'(t-\tau_2) + \cdots \cdots (4-15)$$

大野池の内部静振にこの計測法を適用した。風応力は池中央部で得られている図-3cの値 T_{SB} が湖面一様に作用するものとして (4-13) のフーリエ係数 A_n を決めた。すなわち、 $A_n = 4T_{SB} / n\pi$ ($n=1, 3, 5, \dots$)。22°C層を界面と想定し、上下層水温を25, 19°Cとして右表の計算条件のもとに5日7時からの20時間にわたるA地点位置の界面変位 ζ_2 を計算した。その結果を図-5中に、観測から得たA地点22°C層の鉛直変位に重ねて示している。これによると、処々にレベルの差異がでていたが、波形はかなり似通ったものを得ており、計算法の有効性は認められる。

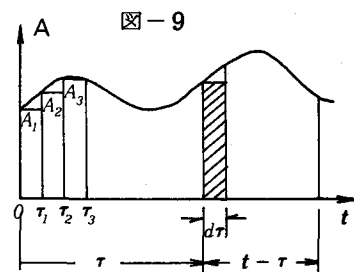


図-9

5. 結 び

温度成層の顕著な小規模な湖において、水温の鉛直分布を連続観測することによって内部静振をかなり明瞭に捉らえることができ、その特性を述べた。

更に、非定常な風に対する内部静振の応答計算に Heaps らの提案した方法を応用してその有効性を示し得た。しかし、躍層が厚い場合に二成層モデルを使うことの是非は検討されなければならない。また、計算に用いた値の妥当性、特に抵抗の評価については検討を要すると思われる。

最後に、現地調査について終始ご教示下さった九州共立大学松原茂教授に、ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Roberts, J. (1975), "Internal Gravity Waves in the Ocean", Dekker, p30, p97.
- 2) 岡本, 森川 (1970), 水温の研究, Vol. 13, No 4, p 9~18.
- 3) 金成 (1969, 1970), 京大防災研年報, No12(B), P 669~680, No13(A), P 601, 603.
- 4) 村岡, 平田 (1983, 1984), 水講論文集, 第27回, P 179~184, 第28回, P 327~332.
- 5) 増沢 (1973), "海洋物理 I", 東海大学出版会, P 193.
- 6) Heaps and Ramsbottom (1966), Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A

Vol. 259, A1102. p391~430

計 算 条 件		
l	350	m
h_1	1.80	m
h_2	1.00	m
ρ_1	101.67	kg·s ² m ⁻⁴
ρ_2	101.80	〃
K	2.0×10^{-4}	ms ⁻¹