

霞ヶ浦における底泥の再浮上に関する現地観測およびシミュレーション

Field Observation and Simulation of Cohesive Sediments

Resuspension in Lake Kasumigaura

国立公害研究所水質土壌環境部 ○大坪国順

国立公害研究所水質土壌環境部 村岡浩爾

1. 緒 論

本研究は霞ヶ浦高浜入を対象として行った底泥の浮上に関する現地観測およびシミュレーションについて述べたものである。はじめに現地観測により得られた風向・風速、湖流、波浪および濁度の時間変化の特性について述べ、霞ヶ浦での底泥の再浮上機構について論じる。次にその結果を基に底泥の再浮上現象のシミュレーションモデルを構築し、湖内の濁度や底泥の浮上厚の時間変動を解析する。シミュレーションを行うためには四つのサブシステムの解明もしくはモデル化が必要である。即ち、(I) 底泥の限界掃流力と飛び出し率、(II) 底泥層内の含水比の鉛直方向分布特性、(III) 底泥の再浮上の原因となる底面せん断応力特性、(IV) 再浮上した底泥粒子の湖内での挙動の四つである。このうち、サブシステム(I)および(II)についてはすでに解明がなされている。¹⁾ そこでサブシステム(III)に関して、現地観測結果を基に底泥面に作用するせん断応力の評価やその時系列のモデル化について述べる。次に、サブシステム(IV)に関して、水平方向の挙動を無視した鉛直方向について底泥の物質収支に着目した取り扱いを行う。最後に底泥の再浮上のシミュレーションの手順について述べ、シミュレーション結果について実測結果との比較を交えて考察を行う。

2. 底泥の再浮上に関する現地観測

2.1 風向・風速の特性

霞ヶ浦の周辺は平坦地形であるので、湖面上の風向・風速とも全域ではば一様である。観測期間中、7~9月にはE~Sの風向が卓越し、10~3月にはNNE~NNWの風向が卓越した。図1は夏期と秋期の風速変動のパワー・スペクトルである。計算には最大エントロピー法を用いた。縦軸には波数を乗じてピークを強調している。夏期には、午前中には風がなく午後から風が吹き出し、夜になって止むという日変化パターンが多く、スペクトルもそれを反映している。夏期の最大風速は台風時を除いて6m/s前後であった。秋期には夏期のような日変化パターンは少なくなり、風の強い日と弱い日が2~3日の周期で繰り返された。強い風は終日続き、日中の平均風速が10m/sを越す日もあった。

2.2 湖流の特性

湖流速変動のパワー・スペクトルでは夏期には1日相当の波数域に弱いピークが、秋期には2~3日の波数域に弱いピークと2.5時間程度の波数域にもう一つのピークが認められた。測定された流速の値は2.5秒毎に計測されたデータを5分または10分毎に平均して記録されたものである。波の影響が抑えられた湖流速値と考えられる。流速は50mm/sを越すことは希で、平均は10~20mm/sであった。風速と流速の相関は、30分平均値を用いても0.05とかなり低かった。この結果は、村岡・福島による報告²⁾とほぼ一致する。

2.3 波の特性

湖沼での底泥の再浮上を考える際には、風とそれにより誘起される波との関係が重要と考えられる。代表波高としては、波高の整理が簡単にでき、他の波高値と比しても大して信頼性が劣らないという理由で、最大波高 H_{wmax} を選んだ。 $H_{wmax}(m)$ と風速 $U_w(m/s)$ (30分代表値)との回帰分析の結果は次のようである。

$$H_{wmax} = 0.0275U_w^2 + 0.021 \quad (\gamma = 0.855) \quad (1)$$

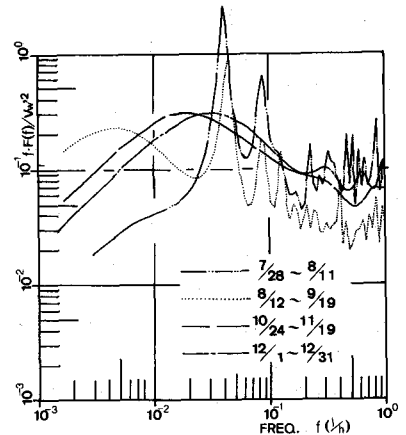


図1 風速変動のパワー・スペクトル

$$H_{wMAX} = 0.047V_w + 0.134 \quad (\gamma = 0.76) \quad (2)$$

ここで γ は相関係数である。図2中の曲線①および②は、波高分布がReighleigh分布と仮定して最大波高 H_{wMAX} と有義波高 $H_{1/3}$ に関する近似式

$$\frac{H_{wMAX}}{H_{1/3}} = 1.07 \sqrt{\log_{10} N} \quad (3)$$

を用いて、式(1)および(2)の関係を有義波高と風速の関係に直して表示したものである。曲線③はWilson³⁾による有義波高の推定式において、吹送距離 F を1kmとした場合である。

$$H_{1/3} = 0.024 \left(\frac{F}{g} \right)^{1/2} V_w \quad (4)$$

図2中の●印は実測データによる最大波高と平均周期の関係を、風速 V_w と有義波の周期 $T_{1/3}$ との関係に直して示したものである。図中の曲線④はWilson³⁾の有義波の周期の推定式

$$T_{1/3} = 0.1096 \pi \left(\frac{F}{g} \right)^{1/3} V_w^{1/3} \quad (5)$$

で吹送距離 F を1kmとした結果である。吹送距離は風向などにより変化し、厳密に有義波高およびその周期を評価するのは問題もあるが、st.1付近の有義波高およびその周期は、一応、図2の曲線③および④で評価できると考えられる。

2.4 濁度の特性

濁度については1983年7月28日から10月23日までは連続計測を行った。濁度計は光源を有するので夜間に走光性動物プランクトンが集積し、濁度計は異常に高い値を示した。これらの影響を除外するために、硬質ビニールに通水性に支障をきたさない程度の小さな孔を多数あけ、これでセンサー部を被い、さらに生物が嫌う有鉛塗料を塗布した。さらに10月24日からはタイマー作動により、30分毎に5分間計測する方法に切り替えた。これにより動物プランクトンの影響と思われる濁度の上昇はほとんどなくなった。自然湖沼では、動植物プランクトンや各種の懸濁態物質が常時浮遊して一定の濃度を保っている。この濃度を基底濃度 C_b と呼ぶことにする。晴天が続く風のない時の濁度の観測値はこの基底濃度に対応している。基底濃度は夏場の30~40ppmを最高に、秋には20ppm前後となり、さらに冬には10ppm前後にまで徐々に低下した。この値はその後春から夏にかけて再び上昇するという年変動パターンを示すと考えられるが、これは動植物プランクトンの生長に深く関係している。基底濃度は水底面と底面近傍を除いて、ほぼ一様であった。濁度の観測値 C_{ob} から基底濃度を差し引いた値 C_p が底泥の再浮上による濁度の上昇分と考えられる。 C_p の値は、6~7m/sの風速では10ppm程度であるが、12m/sを越える風速では110ppmを越すことがあった。風が収まると C_p の値は1~2時間以内に10ppm以下に下がった。また、観測ステーションのNE方向に現地実験用筏が隣接しており、N~NE方向の風に対してはそれが消波の役目を果たすため、強風が1日続いた場合でも C_p の値は10~20ppm程度の上昇に止まった。濁度 C_p と風速 V_w^α ($\alpha = 1, 2, 3$) についての回帰分析を行った結果、どの場合も両者の相関係数は0.53程度となった。有義波高と風速の関係を考え合わせると、霞ヶ浦高浜入での底泥の再浮上の主な要因は風により誘起された波浪であり、湖流は付随的な役割しか果たしていないと考えられる。

3. 現地での底面せん断応力と物質収支式

底泥の限界掃流力および飛び出し率の推定式を用いて、現地を対象とした底泥の再浮上のシミュレーションを行うためには、現地での流れの状態を底面せん断応力として評価する必要がある。湖底の底泥を浮上させる掃流力をそれに貢献する原因から大別すると、湖流による底面せん断応力 τ_f 、風波により付加される底面せん断応力 τ_w および乱れによる変動分 τ_t である。 τ_f は湖流の変化に伴った変動成分を有し、 τ_w も風波の周波数域程度の変動成分を有しているが、それに加えて一様一方向流れにも含まれる変動分がありそれ

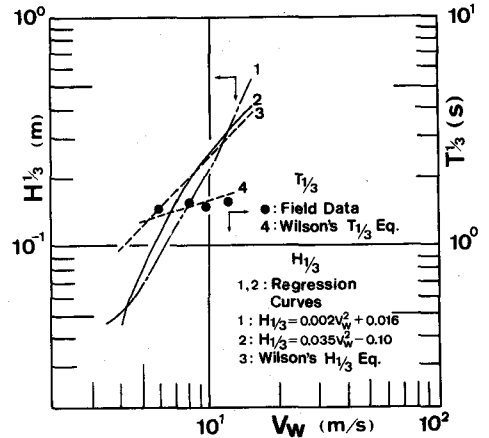


図2 有義波の波高および周期と風速の関係

を τ_t と書いている。 τ_t は底泥の飛び出し率を評価する際に考慮済みである。 τ_t の値は微弱であるため、霞ヶ浦での底泥の再浮上に関する主要なせん断応力は τ_w と考えられる。このとき τ_w という交番性の底面せん断応力を底泥の掃流力としてどのように評価するかが問題となる。底泥の初期移動に対して底面せん断応力の向きは問題なく大きさのみが効くので、絶対値の平均で定義される実効掃流力 τ_e の概念を用いることとする。現地での波浪は不規則で、その波浪による底面せん断応力を、決定論的に記述することは非常に難しいので、実効掃流力 τ_e の時間変動を確率過程として捉えることにした。具体的には、 τ_e をその平均値が風速 V_w とともに変化するようなランダム変数としてモデル化し、 τ_e の V_w についての条件付き確率分布としては正規分布を仮定した。

3.1 実効掃流力

湖面上に V_w なる風速の風が吹けば $h_w(t)$ なる不規則波浪が生じそれに呼応して湖底に $\tau_w(t)$ なる不規則底面せん断応力が作用すると考えられる(図3(a),(b),(c)参照)。ある時間スケール T_v の間は湖面上の風速 V_w は一定と仮定する。風速 V_w の条件付きでの湖面上の不規則波をいま有義波に対応する波高および周期の規則波で代表する。(図3(d),(e)参照)。検討の結果、観測地点付近の波浪は微小振幅波の深水波として扱えることがわかった。湖底面での水粒子速度 u_B は

$$u_B = \left\{ \frac{a \sigma_w}{\sinh(kh)} \right\} \sin(kx - \sigma_w t) = \hat{u}_B \sin(kx - \sigma_w t) \quad (6)$$

で与えられる。ここで a は波の振幅、 $\hat{u}_B$ は u_B の振幅、 $k = 2\pi/L_e$ 、 $\sigma_w = 2\pi/T_e$ である。交番性流れに対して湖底面での水粒子速度が与えられた時の底面せん断応力 τ_w については層流境界層の場合には理論解が存在し次式で与えられる。⁴⁾

$$\tau_{wL} = \hat{\tau}_{wL} \sin(kx - \sigma_w t - \frac{\pi}{4}) \quad (\hat{\tau}_{wL} = \rho \sqrt{\sigma_w \nu} \hat{u}_B) \quad (7)$$

ここで $\hat{\tau}_{wL}$ は底面せん断応力の振幅である。乱流の場合も、境界層の概念を用いて計算された例があるが、^{4),5)}その手順は複雑で渦動粘性係数の与え方などに問題点がある。そのため乱流の場合は実用的観点から、粗面条件に対して振幅 $\hat{\tau}_{wT}$ を求めることに重点が置かれている。底面せん断応力の合理的な評価は重要な問題ではあるが、底面せん断応力と水粒子速度の位相差の問題、底泥粒子の追従性の問題など不確定要素が多いこと、今回は波の評価が実用性の見地からかなり単純化されていることなどから、底面せん断応力の関係のみ厳密に評価することに有意性はない。そこで次式のように定義される実効掃流力 τ_e を用いて再浮上に関する波の掃流力を評価した(図3(f)参照)。

$$\tau_e = \left(\frac{2}{T_e} \right) \int_0^{T_e/2} \hat{\tau}_w \sin(kx - \sigma_w t - \theta) dt = \left(\frac{2}{\pi} \right) \hat{\tau}_w \quad (8)$$

ここで、 $\hat{\tau}_w$ は底面せん断応力の振幅、 θ は水粒子速度と掃流力の位相差である。 $\hat{\tau}_w$ の値を粗面乱流⁴⁾として評価した場合と層流境界層理論により評価した場合を比較した結果、底泥の粗度が小さいため層流解の方が大きくなった。⁵⁾乱流での底面せん断応力は層流の場合より大きいと考えられるが、その値を合理的に評価するのは難しい。霞ヶ浦における波浪に対する滑面乱流境界層のRe数はせいぜい 10^2 のオーダーと小さい

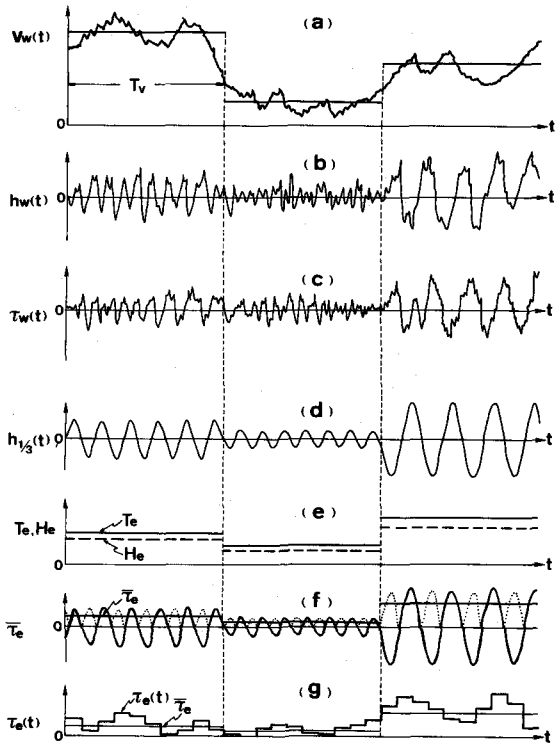


図3 実効掃流力の評価手順の説明図

ので、今回は層流境界層理論で与えられる値 $\hat{\tau}_{wL}$ で $\hat{\tau}_w$ を近似した。

現地での実効掃流力の時系列 $\tau_e(t)$ は、その平均値が上記の方法により風速条件付きで与えられるようなランダム過程として取り扱った(図 3 (g) 参照)。実効掃流力の分布は正規分布を仮定した。⁶⁾

3.2 物質収支式

再浮上した底泥粒子の湖内での挙動を記述する一手段として拡散方程式に用いて物質収支を考える方法がある。今回は物質収支式の構成各項を断面平均値を用いて表現し、水平方向の収支が小さいとして鉛直方向のみの収支を考えることにする。その基本式は次式となる。

$$h \left(\frac{\partial C_m}{\partial t} \right) = [E_z \frac{\partial C}{\partial z}]_0^h + [w_0 C]_0^h \quad (9)$$

水表面と水底における物質収支の境界条件は、

$$[E_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_0 C]_{z=h} = 0 \quad (10a)$$

$$[E_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_0 C]_{z=0} = -P_m + w_0 C|_{z=0} \quad (10b)$$

で与えられる。これらは水表面では物質が系外へ脱出しないという条件と水底では単位時間単位面積当たり P_m なる量の底泥粒子が飛び出すという条件を表している。この場合 $E_z|_{z=0} \neq 0$ が前提となる。また、 $C(z, t)$ の分布形は時間的に相似で、定常状態の基礎方程式

$$\frac{\partial}{\partial z} (E_z \frac{\partial C}{\partial z}) + w_0 \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

で与えられる分布形で近似できると仮定する。次に拡散係数 E_z についてみれる。剪断乱れ場での E_z は壁面や水表面で小さく、主流部で大きい特性がある。いま E_z の分布として次のように仮定する。

$$E_z = E_{z1} = \beta \nu \quad (0 < z < a) \quad (12a)$$

$$E_z = E_{z2} = \beta u_* \kappa z (1 - \frac{z}{h}) \quad (a < z < h) \quad (12b)$$

即ち、図 4 に示すように $C(z)$ は $0 \leq z \leq a$ の下層部では指数型濃度分布を、 $a \leq z \leq h$ の上層部では Rouse 型濃度分布をすると考える。この濃度分布形は $z = a$ において $C(z)$ の値は連続であるが微分不可能となる。しかし、今回の解析において濃度分布形を時間的に相似と近似したこと自体かなり大胆な仮定であるので、 $C(z)$ に対するこの程度の近似は許容されると考えられる。ここで C_{mu} および C_{ml} をそれぞれ上層 ($a \leq z \leq h$) および下層 ($0 \leq z \leq a$) での断面平均濃度とすると、式(9)は次のように書き改められる。

$$(h-a) \frac{\partial C_{mu}}{\partial t} + a \frac{\partial C_{ml}}{\partial t} = P_m - w_0 C_0 \quad (13)$$

式(13)を実際に解くためには、 C_0 に関する微分方程式に書き改めればよいのであるが、観測地点(深さ)は上層に位置し、その濃度 C_{ob} は Rouse 型濃度分布形により C_a と関係づけられているので、ここでは式(13)を C_a に関する式に書き改めることとする。式(12)の関係式を用いて $(h-a)C_{mu}$ と aC_{ml} を C_a により表現すると、

$$(h-a)C_{mu} = \int_a^h C_R dz = h \left(\frac{t_a}{1-t_a} \right)^{z_x} \{ \Gamma(1+z_x) \Gamma(1-z_x) - F(1-z_x, -z_x, 2-z_x; t_a) \} C_a \quad (14)$$

$$aC_{ml} = \int_0^a C_E dz = \frac{E_{z1}}{k_* w_0} \{ 1 - \exp(-\frac{w_0 a}{E_{z1}}) \} C_a \quad (15)$$

となる。ここで $t_a = a/h$, $z_x = w / (\beta u_* \kappa)$, $\Gamma(x)$ はガンマ関数, $F(a, b, c; z)$ は超幾何関数である。⁷⁾ 式(14)と式(15)を式(13)に代入して整理すれば、物質収支式が C_a に関する微分方程式の形に改められる。

$$h \left(\frac{t_a}{1-t_a} \right)^{z_x} \{ \Gamma(1+z_x) \Gamma(1-z_x) - F(1-z_x, -z_x, 2-z_x; t_a) \} \left(\frac{\partial C_a}{\partial t} \right) + \left(\frac{\beta \nu}{k_* w_0} \right) \{ 1 - \exp(-\frac{w_0 a}{\beta \nu}) \} \left(\frac{\partial C_a}{\partial t} \right) = P_m - \left(\frac{w_0 C_a}{k} \right) \quad (16)$$

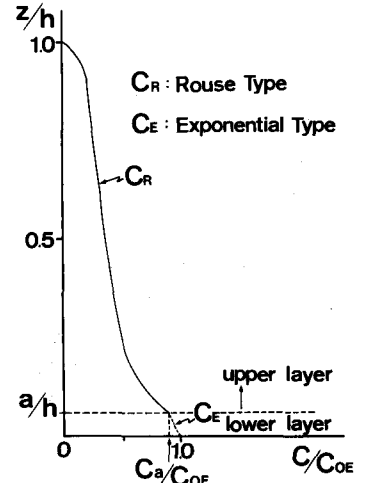


図 4 濃度分布形のモデル

式(16)を解けば C_a の時間変動が求められる。 $z = h_{ob}$ での濃度 C_{ob} の時間変動は、この $C_a(t)$ をRouse型濃度分布式に代入して、 $z = h_{ob}$ とすることによって求められる。

4. 底泥の再浮上に関するシミュレーション

これまでに得られた知見を基に、霞ヶ浦高浜入湾奥部を対象として底泥の再浮上現象のシミュレーションを行った⁸⁾。シミュレーションにおいては、風速の時間変動を入力として与え、深さ0.3mでの濁度および底泥の浮上厚の時間変化を出力として得ようとした。応答関数に対応するものがサブシステムI, II, IIIおよびIVに関する数理モデルということになる。

4.1 シミュレーションの手順

① st.1での含水比の鉛直分布の実測データを参照して、圧縮指数 $C_c = 3.0$ 、境界条件 $H_{\infty} = 0.1m$ で $p_{s01} = 122N/m^2$ 、 $C_1 = 0.24kg/l$ とし、底泥層内の濃度分布式¹⁾から含水比の鉛直分布を計算する。これをもとに底泥層を表1に示すように分割し、さらに各層での η_1 および τ_{c2} の値を霞ヶ浦底泥に対する η_1 および τ_{c2} と含水比の関係から求め、¹⁾表1に併示した。

② 実効掃流力は以下の手順で与える。入力としての風速のデータは30分毎にしか解析していないので、風速は30分毎に一定値で与える。30分間内の風速変動の影響は有義波浪の表現の際に考慮する。湖面上の波浪を有義波で代表させ、その有義波の波高 H_e および周期 T_e の時系列を、それぞれ平均値が $\bar{H}_e$ および $\bar{T}_e$ 、変動係数が α_H および α_T の正規分布型の確率変数として5分毎に与える。30分間内で有義波に変動を考えたのは、30分間内の風速変動の影響を考慮したと同時に、風速と有義波の関係に内在するバラツキを考慮したものである。30分間の平均値 $\bar{H}_e$ および $\bar{T}_e$ は、風速に対応する有義波の波高および周期としてそれぞれ式(4)および式(5)から計算する。5分毎に与えられる波高 H_e と周期 T_e に対応する実効掃流力 $\tau_e(t)$ は平均値 $\bar{\tau}_e$ および変動係数 α_T の正規分布型確率変数として1分毎に与える。 $\bar{\tau}_e$ の値は3.1に述べた手順で求める。

表 1 底泥層内での粘度と限界掃流力の鉛直分布

z (mm)	C (kg/l)	w (%)	η_1 (Pa.s)	τ_{c2} (N/m ²)
0.0 - 0.5	0.124	760	0.05	0.07
0.5 - 1.0	0.137	690	0.08	0.11
1.0 - 2.5	0.151	620	0.12	0.15
2.5 - 5.0	0.158	590	0.17	0.21
5.0 - 10.0	0.172	540	0.23	0.26
10.0 - 20.0	0.183	500	0.28	0.32

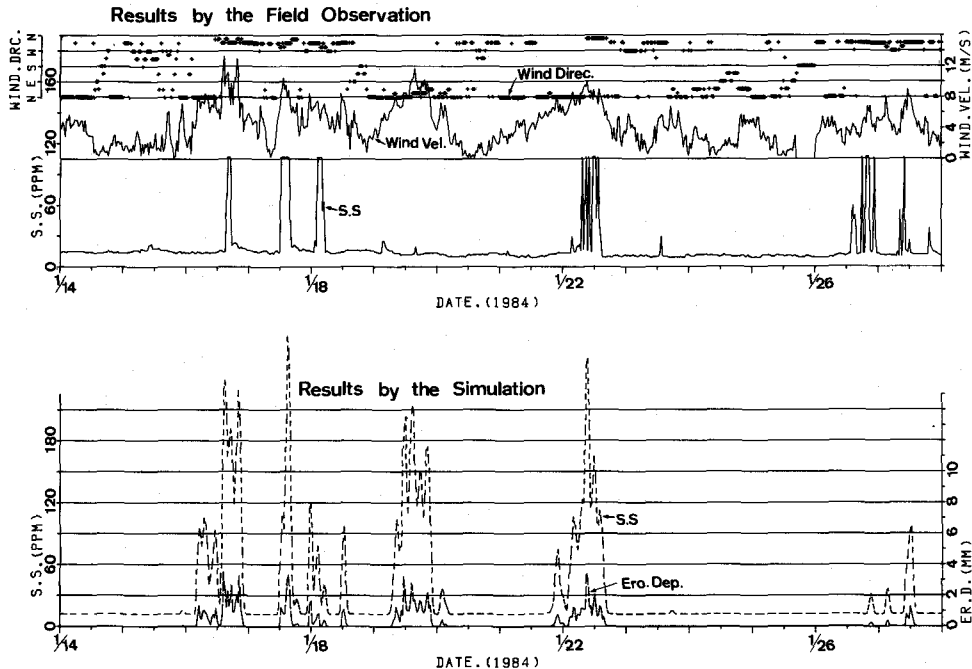


図 5 濁度、風速、風向および浮上厚の時間変化（実測値と計算値の比較）

③ 与えられた実効掃流力の値と表 1 に示す限界掃流力 $\tau_{c2}(z)$ と粘度 $\eta_1(z)$ の値を飛び出し率の推定式に代入して、1分間毎の飛び出し量 $P_m(t)$ を計算する。さらにこの $P_m(t)$ の30分間平均値 $\bar{P}_m$ を求めて、この $\bar{P}_m$ の値と物質収支式を用いて $z = a$ での濁度 C_a の時間変動を30分毎に計算する。

④ 観測点での濁度 C_{ob} は C_a の値をRouse型濃度分布式に代入して計算する。底泥の浮上厚 z_s は、水中に浮遊している単位面積当たりの底泥粒子の全量 M_T を計算し、次に示す関係式から逆算する。

$$z_s = \left(\frac{M_T}{\sigma} \right) \left(1 + \frac{w}{100} \right) \quad (17)$$

この際、含水比は $w = 590\%$ で一定とした。ここで、 σ は底泥粒子の真の密度である。

⑤ 想定した底泥粒子の特性は、粒径 $26 \mu m$ 、比重 2.28 および沈降速度 $0.46 mm/s$ である。湖内での鉛直分布形を与える $z_* (= w_0 / \beta u_* \kappa)$ の値は $\beta = 1.2$ 、 $\kappa = 0.4$ および $u_* = 3.2 mm/s$ として $z_* = 0.3$ とした。水深は $2.5 m$ 、観測点の深さは $0.3 m$ である。また、確率変数 H_e 、 T_e および τ_e に対する変動係数は、それぞれ $\alpha_H = 0.025$ 、 $\alpha_T = 0.025$ および $\alpha_\tau = 0.5$ で一定とした。

4.2 シミュレーションの結果

図 5 は上記の条件で行った濁度 ($z = 0.3 m$) および浮上厚の1984年 1月14日から 1月28日までの時間変動のシミュレーション結果である。同図には風向、風速、濁度の現地観測データを併示した。濁度について実測値と計算値を比較すると、風速が $10 m/s$ を越すと計算値は必ず $200 ppm$ を越える高い値となるが、実測値では風向が $N \sim NE$ 方向の場合には $10 \sim 20 ppm$ 程度しか上昇していない。 $N \sim NE$ 方向の風のデータを除いて、実測値と計算値の相関係数を求めたところ 0.67 とかなり高い値となり、今回のシミュレーションは妥当なものと判断される。実測された濁度と風速との関係の特徴はシミュレーションでも再現できた。即ち、濁度は風速が $8 m/s$ を越すあたりから急激に上昇し始め、風が $6 m/s$ 以下に収まると $1 \sim 2$ 時間以内にもとの濁度まで下降する。浮上厚の計算結果は、風速が $12 m/s$ あたりで $2 \sim 7 mm$ 程度の値となった。これによると、高浜入では風の強い日には数 mm 程度の底泥が浮上する可能性があり、これに伴い底泥間隙水中の栄養塩類が水圏へ拡散することが予想される。最後に、各確率変数の変動係数 α_H 、 α_T および α_τ の値、さらには底泥の限界掃流力 τ_{c2} および粘度 η_1 の鉛直分布がシミュレーション結果に及ぼす影響について検討した結果、底泥の限界掃流力 τ_{c2} および粘度 η_1 の鉛直分布によるものが最も大きいことがわかった。底泥が $w = 590\%$ 、 $\tau_{c2} = 0.21 N/m^2$ 、 $\eta_1 = 0.17 Pa \cdot s$ で鉛直方向に一樣とすると、風速が $7 m/s$ 以下では底泥の浮上は全くなく、逆に $10 m/s$ あたりから濁度は $1000 ppm$ を越し、浮上厚は数 cm という過大な値となった。

5. 結 論

現地観測の結果、霞ヶ浦での底泥の再浮上の主な要因は風により誘起される波浪であり、湖流は微弱で付随的なことがわかった。観測地点での有義波の特性はWilsonの風波の推定式(吹送距離 $1 km$)で評価できる。

霞ヶ浦での底泥の再浮上現象をモデル化するために波浪による交番性の底面せん断応力を実効掃流力で評価した。その際、湖面上の不規則波を有義波に対応する波高および周期を持った規則波で代表させた。風速や不規則波の影響を反映させるため、有義波に対応する実効掃流力をその平均値が風速と共に変化するようなランダム変数として与えた。また湖水中の底泥粒子の挙動は濁度の平均値に関する鉛直方向のみの物質収支式で表現した。霞ヶ浦高浜入(水深 $2.5 m$)を対象として再浮上のシミュレーションを行った。その結果 $12 m/s$ 程度の風が吹いた場合に湖内の濁度は $200 \sim 300 ppm$ にまで上昇し、浮上厚は数 mm に及ぶと予想される。

参考文献

- 1) 大坪国順(1983): 底泥の物性及び流送特性に関する実験的研究, 国公研研究報告, 第42号。
- 2) 村岡浩爾・福島武彦(1980): 陸水域の富栄養化に関する総合研究(III), 国公研研究報告, 第19号, 49-60。
- 3) 例えば土木学会編(1971): 水理公式集 昭和46年改訂版, 土木学会, 480-484。
- 4) 例えば, 首藤伸夫(1981): 新体系土木工学 24 海の波の水理, 技報堂。
- 5) Raudkivi, A. J. (1976): Loose Boundary Hydraulics 2nd Edition, Pergamon Press, 262-281。
- 6) 大坪国順: 未発表
- 7) 例えば, 森口繁一・宇田川銑久・一松信(1957): 数学公式集III, 岩波書店。
- 8) 大坪・村岡(1984): 霞ヶ浦における底泥物性分布および底泥再浮上に関する現地観測, 第39回年講, 409-410。